

# ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME

## HEDEF PROGRAMLAMA

### KONU 10

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

1

## Genel Bilgiler

Lineer programlama kapsamında **tek bir amaç fonksiyonu** duruma göre **maksimize** veya **minimize** edilmektedir.

Ancak, **gerçek işletme şartlarında** şirketin kar veya maliyetten ayrı olarak **başka önemli amaçları** da olabilmektedir.

Örneği karın maksimizasyonu haricinde, ayrıca işçilerin **greve gitmesini önlemek** veya çevreye verilen **gaz emisyonunun minimizasyonu** da söz konusu olabilir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

2

## Genel Bilgiler

Bu bölümde gerçek işletme koşullarında yer alan çok kriterli amaçlara; “**Hedef Programlama**” tekniği kullanılarak ulaşılmasının mümkün olup olunmadığı tartışılacaktır.

**Hedef programlamayı** lineer programlamadan ayıran en önemli özellik **amaç fonksiyonu** içerisinde **birden fazla amacın (hedefin)** yer almasıdır.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

3

## Genel Bilgiler

Lineer programlama (LP) formülasyonunda olduğu gibi, öncelikle **Hedef Programlamada (GP)** genel lineer formülasyon yapısı kurulmaktadır.

Bu modelin inşasını takiben de temel amaçlar haricinde kalan **hedefler öncelik sırasına göre modele yerleştirilir.**

Modelin **çözümü LP çözümlerine çok benzer** sonuçlar verebilmektedir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

4

## Genel Bilgiler

GP, doğası gereğince LP'deki gibi **amaç fonksiyonuna, karar değişkenlerine ve kısıtlara** sahiptir.

Temel olarak **iki tane karar değişkeni** olan GP modellerinin çözümlerinde **grafiksel çözümlene yapılması mümkündür**.

Literatürde, daha **karmaşık modellerin** yaygın olarak **bilgisayar destekli yazılımlar** kanalıyla çözümlenebildiği de ifade edilmektedir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

5

## Model Formülasyonu

Hatırlanacağı üzere, değişik derlerimizde **mutfak eşyası üreten bir firmadan** bahsedilmiştir. Söz konusu firma bardak ve kase üretimi gerçekleştirmektedir.

LP programlama modeli;

$$\text{Max. } Z = 40X_1 + 50X_2$$

s.t.

$$X_1 + 2X_2 \leq 40 \text{ saat}$$

$$4X_1 + 3X_2 \leq 120 \text{ kg}$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Burada,

$$X_1 = \text{Üretilecek bardak \#}$$

$$X_2 = \text{Üretilecek kase \#}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

6

## Model Formülasyonu

Amaç fonksiyonunda yer alan **Z**, kase ve bardak üretiminden sağlanacak olan **kar** düzeyini **temsil etmektedir**.

**Kase** üretimi **1 saat**, **bardak** üretimi **2 saat** süre gerektirirken **toplam süre** kısıtı ise **40 saattir**.

Diğer yandan, **günlük** olarak üretimde kullanılan **kilden**, **kase** üretimi için **4 kg.**, **bardak** için **3 kg.** harcanmakta olup, **toplam** kullanılabilir **miktar 120 kg.**'dir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

7

## Model Formülasyonu

Buraya kadar standart LP modeli söz konusudur. İşletmenin önemine göre sıralanan diğer amaçları :

- 1) Anlaşmazlık çıkmaması için işçilerin **günde 40 saatin üstünde mümkün olduğunca az çalıştırılması**
- 2) Tatminkar bir günlük **kar limiti : 1.600 \$/gün**
- 3) Kilin kurumaması için özel yerde stoklanması gerektiğinden, **günlük olarak 120 kg. üstünde mümkün olduğunca az** bulundurulması
- 4) Genel yönetim giderleri yüksek olduğundan **fazla mesai miktarının asgariye** indirgenmesi

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

8

## İşçilik Saati Kısıtı ( $d_1$ )

İlk ilave amacı işçilik kullanım seviyesinin 40 saatin üstündeki kısmının indirgenmesidir.

$$X_1 + 2X_2 \leq 40 \text{ saat}$$

şeklinde tanımlanan işçilik kısıtının aşağıdaki gibi yeniden tanımı gerekir.

$$X_1 + 2X_2 + d_1^- - d_1^+ = 40 \text{ saat}$$

Burada,  $d_1^-$  ve  $d_1^+$  sapmalı değişkenleridir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

9

## İşçilik Saati Kısıtı ( $d_1$ )

40 saatlik işçilik saatinin

40 ( $d_1^-$ )'den az olmamasını,

40 ( $d_1^+$ )'in altında kalmasını temsil etmektedir.

**( $d_1^-$ ) : işçiliğin eksik kullanımı**

**( $d_1^+$ ) : işçiliğin fazla kullanımı**

**$X_1 = 5$  kase ve  $X_2 = 10$  bardak için; normal kısıta göre 25 işçilik saati gerekmektedir.**

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

10

## İşçilik Saati Kısıtı ( $d_1$ )

Üretim değerlerini kısıtımızda yerine koyarsak;

$$(5) + 2(10) + d_1^- - d_1^+ = 40 \text{ saat}$$

$$25 + d_1^- - d_1^+ = 40 \text{ saat}$$

$$d_1^- - d_1^+ = 15 \text{ saatlik sapma olabilecektir.}$$

Fazla çalışma söz konusu olmadığından ( $d_1^+ = 0$ );

Negatif yönlü sapma  $d_1^- = 15$  saat olur. Buradan

$$25 + 15 - 0 = 40 \text{ saat}$$

$$40 = 40 \text{ (eşitlik sağlanmıştır)}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

11

## İşçilik Saati Kısıtı ( $d_1$ )

**Pozitif sapmalı değişken ( $d_1^-$ )** : Hedefin ne kadar aşıldığını gösterir.

**Negatif sapmalı değişken ( $d_1^+$ )** : Hedefin ne kadar altında kaldığını gösterir.

Nihai aşamada, sapmalı değişkenlerin **en az bir tanesi** veya her ikisi de **sıfıra eşit** olmalıdır.

**Hangi sapmalı değişkenin** amaç fonksiyonu içerisinde **yer alacağına** karar verilmesi gereklidir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

12

## İşçilik Saati Kısıtı ( $d_1$ )

Hedef programlamada **amaç fonksiyonu**; hedeflerin **önceliğine istinaden** hedeflere ilişkin **pozitif veya negatif sapmaların minimize edilmesini** benimsemektedir.

$$\min. P_1 d_1^-$$

İfadesinden 1 nolu hedefimiz arasında yer alan ( $d_1^-$ ) negatif yönlü sapmanın **minimize** edilmesi (*40 saatten az çalıştırılmalarının minimize edilmesi*) gerektiği ve bu **hedefin birincil önceliği** haiz olduğu anlaşılmalıdır.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

13

## Fazla Mesai Saati Kısıtı ( $d_1$ )

**4 nolu hedefimiz** arasındaki **fazla mesaiden** olan pozitif yönlü sapmanın ( $d_1^+$ ) da **minimizasyonu** söz konusu olmalıdır.

$$\min. P_4 d_1^+$$

Benzer iki kısıtı tek çatıda toplarsak;

$$\min. P_1 d_1^-, P_4 d_1^+$$

kısıtına ulaşılır.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

14

## Günlük Kar Kısıtı ( $d_2$ )

LP amaç fonksiyonumuza (Z) 1.600 \$/gün düzeyinde yeni kar kısıtımızı da **ilave** etmeliyiz.

$$40X_1 + 50X_2 + d_1^- - d_1^+ = 1.600 \text{ \$/gün}$$

Mantıksal olarak pozitif yönlü kar sapmasının olmasını tercih edebiliriz. Ancak, burada esas sıkıntı **günlük kar hedefinin altında** kalınmasında yönelik **negatif yönlü sapmanın minimize** edilmesidir. Buradan **2 nci öncelikli hedefimiz**;

$$\text{min. } P_1d_1^-, P_2d_2^-, P_4d_1^+$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

15

## Hammadde Kısıtı ( $d_3$ )

İşletmenin **3 ncü hedefi** hammadde olan **kilin günlük olarak 120 kg.** düzeyinde hazır bulundurulmasıdır. Aksi halde, **falza kalan kısmın kuruması** söz konusudur.

$$4X_1 + 3X_2 + d_3^- - d_3^+ = 120 \text{ kg}$$

$d_3^-$  : Kil miktarının 120 kg. altında kalması

$d_3^+$  : Kil miktarının 120 kg. üzerinde kalması

İşletme **açıkta kalan kil miktarını ( $d_3^+$ ) minimize** etmeyi hedeflemektedir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

16



## Hammadde Kısıtı ( $d_3$ )

Buradan hareketle, 3 ncü hedefimizi de fonksiyona yerleştirdiğimizde;

$$\min. P_1d_1^-, P_2d_2^-, P_3d_3^+, P_4d_1^+$$

amaç fonksiyonuna ulaşılır.

Diğer tüm kısıtlara yönelik **hedef kısıtlarımızı** da **modelimize ilave ettiğimizde** Hedef Programlama **formülasyonunu tamamlamış** olacağız.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

17

## Hedef Programlama Formülasyonu

$$\min. P_1d_1^-, P_2d_2^-, P_3d_3^+, P_4d_1^+$$

s.t.

$$X_1 + 2X_2 + d_1^- - d_1^+ = 40 \text{ saat}$$

$$40X_1 + 50X_2 + d_1^- - d_1^+ = 1.600 \text{ \$/gün}$$

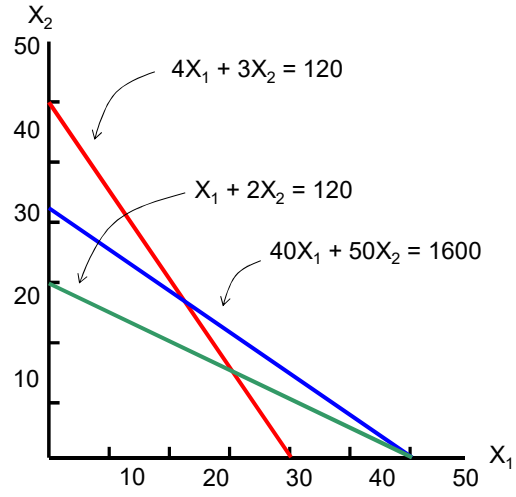
$$4X_1 + 3X_2 + d_3^- - d_3^+ = 120 \text{ kg}$$

$$X_1, X_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+, d_4^-, d_4^+ \geq 0$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

18

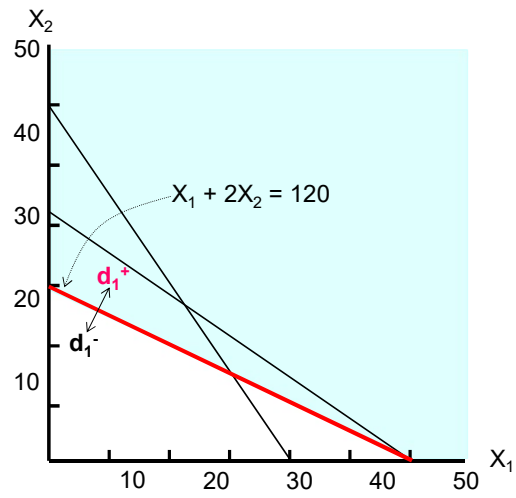
## Grafiksel Çözümler



Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

19

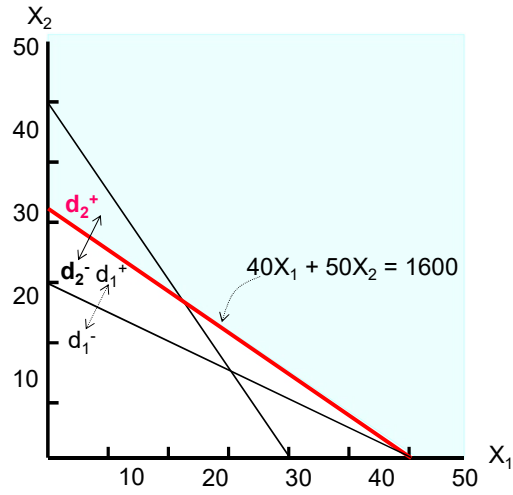
## Hedef 1 ( $\min. d_1^-$ )



Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

20

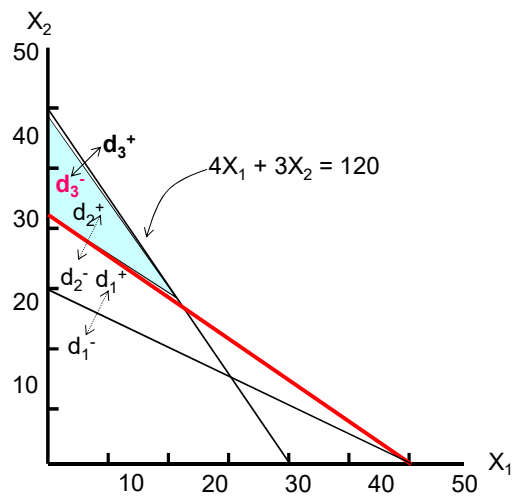
## Hedef 2 ( $\min. d_2^-$ )



Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

21

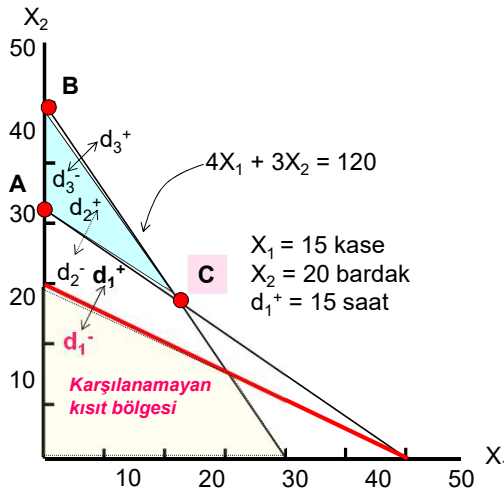
## Hedef 3 ( $\min. d_3^+$ )



Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

22

## Hedef 4 ( $\min. d_1^+$ )



Hedef Programlama çözümleri her zaman **tüm hedeflerin tamamına ulaşılmasını garanti edememektedir.**

GP ile bulunan çözümler **optimal olmayabilir**, ancak **mümkün olabilen en tatminkar seçeneği** sunabilir.

C: noktasında;  $d_1^-$ ,  $d_2^-$ ,  $d_3^+$  sapmaları minimum ve sıfırdır. Ancak,  $X_1$ ; 15 ve  $X_2$ ; 20 için  $d_1^+$ ; 15 saat bulunur.

Fazla mesai kısıtı ( $d_1^+$ ) **pozitif** olduğundan 4. hedefe tam olarak ulaşamamıştır. Ama ilk 3 hedefe tuturulmuştur.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

23

**Final Sınavlarınızda  
Başarılar Dilerim.**

**Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ**

## Ödev – 10

Bir sanayi şirketi üç tip ürün (A,B,C) üretimi satışı gerçekleştirmektedir. Firmanın söz konusu üretim sürecindeki kaynak ihtiyacı ve buna bağlı olarak elde ettiği kar düzeyleri aşağıda verilmektedir.

Ürün	İşçilik (saat/birim)	Malzeme (kg/birim)	Kar (YTL/birim)
A	5	4	3
B	2	6	5
C	4	3	2

Halihazırda firmanın günlük bazda 240 işçilik kapasitesi, 400 kg düzeyinde de malzeme temin kapasitesi bulunmaktadır.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

25

## Ödev – 10

Öncelikle, söz konusu probleme ilişkin olarak genel lineer programlama formülasyonunu yapınız. Buradan bulacağınız modele ilişkin olarak aşağıda yer alan ilave hedefleri dikkate alınız.

Hedefler:

- 1) *Son zamanlarda işçilerle yaşanan sorunlara istinaden, yönetim normal üretim kapasitesinin aşılmamasını istemektedir.*
- 2) *Yönetim günlük bazda 500 YTL seviyesinde tatminkar bir kar düzeyi belirlemiştir.*
- 3) *Fazla mesai çalışması mümkün olduğunca asgariye indirgenmelidir.*
- 4) *Yönetim, nakliye ve stoklamada ilave sorunlarla karşılaşmamak için ilave hammadde satın alınmasını en aza indirmek istemektedir.*

Bu kapsamda, Hedef Programlama modeli formüle ediniz ve tüm hedeflere en uygun düşecek olan üretim seviyesini tespit ederek hangi üründen ne kadar üretilmesi gerektiğini ve buna karşılık gelen kar düzeyini belirleyiniz ve gerekli yorumları yapınız.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

26