

ÇOKLU REGRESYON MODELİ

Bölüm 2

ANOVA TABLOSU
MATRİSLERLE REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİ
REGRESYON KATSAYILARININ YORUMU

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

1

ANOVA TABLOSU

- Regresyon modeli için hesaplamalar yapılarak tahmin değerleri bulunduğundan sonra **anova tablosu** adı verilen bir tablo hazırlanır.

SST:kareler toplamı $\longrightarrow SST = \sum (Y_i - \bar{Y})^2$

SSE:artıkların kareleri toplamı $\longrightarrow SSE = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$

SSR:tahminlerin kareleri toplamı $\longrightarrow SSR = \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = \sum \hat{Y}_i^2 - n\bar{Y}^2$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

.....

Kaynak (sov)	Serbestlik derecesi(s d veya df)	SS	MS	F
Model (regresyon)	2-1=1	SSR	MSR= SSR/2-1	MSR/MS E
Artık	n-2	SSE	MSE= SSE/n-2	
Toplam	n-1	SST		

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

3

.....

- Anova tablosu içerisindeki F istatistiği ile model parametrelerinin (katsayıların) anlamlı olup olmadığı test edilmektedir.
- Ayrıca anova tablosu kullanılarak belirlilik katsayısı da hesaplanabilir: $R^2 = SSR/SST$
- R^2 değeri sayesinde Y bağımlı değişkeninin değerleri arasındaki varyasyonun model tarafından ne oranda açıklandığı gözlemlenebilir.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

4

Matrisler İle Regresyon Çözümü:

- Regresyon denklemini matris hesaplamaları ile de bulmak mümkündür. Bunun için eldeki verileri matris olarak ifade etmemiz gereklidir.
- Regresyon modelimiz $Y_i = a_0 + a_1 X_i + e_i$ ($i=1,2,\dots,n$) olsun. Buradaki Y_i ve X_i değerleri sırasıyla veri setinde her bir gözleme karşılık gelen değerlerdir. O halde her bir i için elimizde aşağıdaki denklem sistemi mevcuttur:

$$Y_1 = a_0 + a_1 X_1 + e_1$$

$$Y_2 = a_0 + a_1 X_2 + e_2$$

...

...

$$Y_n = a_0 + a_1 X_n + e_n$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

5

.....

- Bu denklem sisteminin matris olarak ifade edecek olursak:

$$\underline{Y} = \underline{\beta} \underline{X} + \underline{e}$$

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad \underline{\beta} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} \quad \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 \\ 1 & X_2 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 1 & X_n \end{bmatrix} \quad \underline{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ \dots \\ e_n \end{bmatrix}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

6

Çözüm:

- $\underline{\beta}$, $\hat{\underline{\beta}}$ için EKK tahmin edicisi ise bunun için çözüm;

$$\hat{\underline{\beta}} = \left(X' X \right)^{-1} X' \underline{Y}$$

- Matris çarpımının yapılması ile 2 x 1 tipinde bir matris bulunur. Bu matrisin birinci satırı a_0 katsayısı için, ikinci satırı ise a_1 katsayısı için bir tahmin olup regresyon tahmin modelinde aranan katsayılardır. Bunları yerine yazarak tahmin modeline ulaşılır.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

7

.....

- Ayrıca tahmin modeli kurulduktan sonra \underline{Y} değerleri için aranan tahmin sonuçları ise matris yoluyla yandaki şekilde hesaplanabilir:
- Bu işlemler sırasında tahminler için yapılan hata ise;

$$\hat{\underline{Y}} = X \hat{\underline{\beta}}$$

$$\hat{e} = \underline{Y} - \hat{\underline{Y}}$$

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

8


Regresyon Katsayılarının Yorumlanması:

- Tahmin edilen katsayıların yorumu için **değişkenlerin birimi** ve **regresyon denkleminin yapısı** önemlidir.
- **1. Değişkenleri Mutlak Sayılarla Ölçülen Doğrusal Denklemler:** denklem formu $Y=a_0+a_1X_1+\dots+a_kX_k+e$ şeklindedir. Burada a_0 sabit terim, a_i ler katsayılar, Y bağımlı değişken, X_i ler bağımsız değişkenler, e ise hata terimini göstermektedir. ($i=1,2,\dots,k$)

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

9

.....

- **Sabit terim:** bağımsız değişkenlerin hepsi birden 0 iken ($X_i=0$) bağımlı değişken Y ' nin alacağı değerdir.
- **Katsayılar:** a_j katsayısı diğer bağımsız değişkenler sabit iken X_j deki bir birimlik değişme Y ' yi a_j birim kadar değiştirmektedir.
- **örneğin;** K malına olan talep modeli tahmin edilmiş ve sonuç $Q_t=10-0.5P_t+0.7Y_t$ olarak bulunmuştur. (P_t : fiyat, Y_t :gelir, Q_t :talep) (ölçü birimi milyon TL) 
 - $a_0=10$:K malının fiyatı ve gelir sıfır iken malın talebi 10 milyon TL olacaktır.
 - $a_1=-0.5$: bu dönemin geliri sabit iken K malının fiyatındaki 1milyon TL'lik artış malın talebini 0.5milyon TL azaltacaktır.
 - $a_2=0.7$: K malının fiyatı sabit iken bu dönemin gelirindeki 1 milyon TL'lik artış malın talebini 0.7 milyon TL artırmaktadır.

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

10

.....

• **2. Değişkenleri % ile İfade Edilen Denklemler:**

Denklemler formu $Y=a_0+a_1X_1+\dots+a_kX_k+e$ şeklindedir.

- **Sabit terim:** açıklayıcı değişkenlerdeki değişim % 0 iken açıklanan değişkenin % kaç olduğunu gösterir.
- **Katsayılar:** diğer açıklayıcı değişkenlerdeki % değişim sabit iken (yokken) X_j değişkenindeki %1lik değişim Y değişkenini % a_j kadar değiştirmektedir.

– **Örneğin:** E döviz kuru, M para arzı, P tüketici fiyatındaki % değişim, r faiz oranı ve e hata terimini göstermek üzere ilgili regresyon tahmin modeli şöyledir: $E_t=0.9+0.2M_t-0.4r_t+0.8P_t$

....

– **Sabit terim:** $a_0=0.9$:diğer tüm faktörler (M , r , P) sıfır iken döviz kurundaki değişim %0.9 olacaktır.

– **Katsayılar:** $a_1=0.2$:faiz oranı ve fiyatlarda % değişim yokken para arzındaki %1lik artış döviz kurunu %0.2 artıracaktır.

$a_2= -0.4 : ???$

$a_3= 0.8 : ???$

BAŞARILAR

Prof. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

13