

Projeksiyonlar

Prof. Dr. Bahadır AKTUĞ

Harita, Konum ve Yön İlişkisi

Global olarak tek anlamlı konum bilgisinin kendi eksenini etrafında dönen bir dünya için tanımlanması üretilmesi ancak BOYLAM (zaman) sorununun çözülmesi ile olanaklı hale gelmiştir.

Bu nedenle duyarlı saatlerin icadına kadar Harita kavramı yöngüdü (navigasyon) içinde yönlerle birlikte kullanılmıştır.

Bunun içinde pusula ve sabit yön bilgisi kullanılmıştır.

Günümüzde, coğrafi (mekansal-spatial) varlıklar konum (koordinat) bilgileri ile ifade edilirler.

Bu anlamda, haritalar varlıkların coğrafi konumlarını mutlak veya görel olarak sayısal veya analog ifade eden araçlardır.

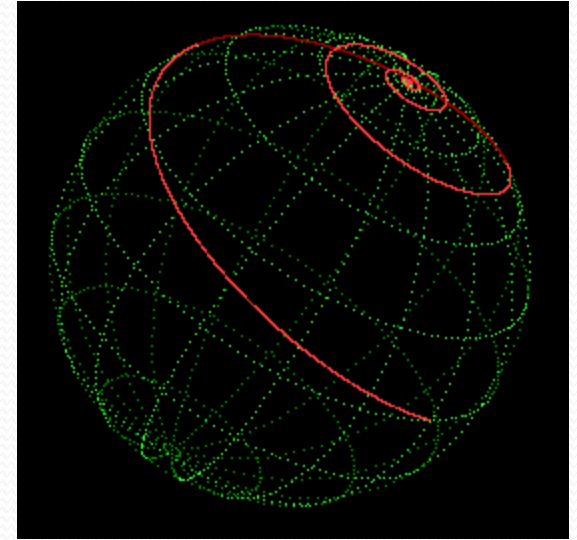
Sabit Yön Kavramı

Sabit yön (azimut, bearing, heading) manyetik pusula ile çok eski zamanlardan beri ulaşılabildiğinden, eski yöngüdümler sistemi ve buna bağlı haritalar sabit yön kavramına göre oluşturulmuştur.

Tüm meridyenleri eşit azimutta kesen eğriye **Loksodrom** (**Loxodrome-Rhumb Line**) adı verilir.

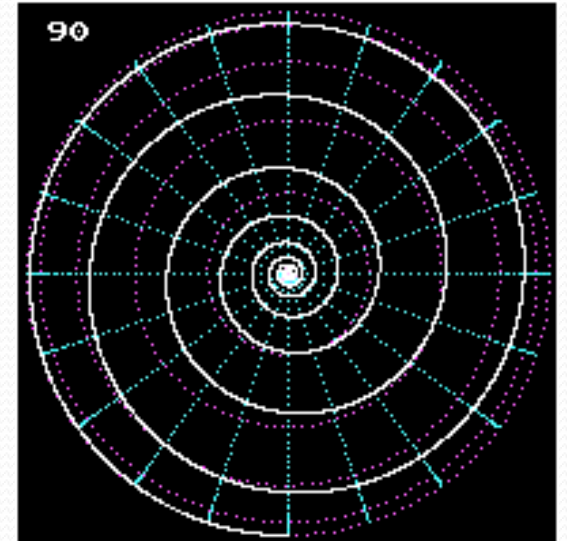
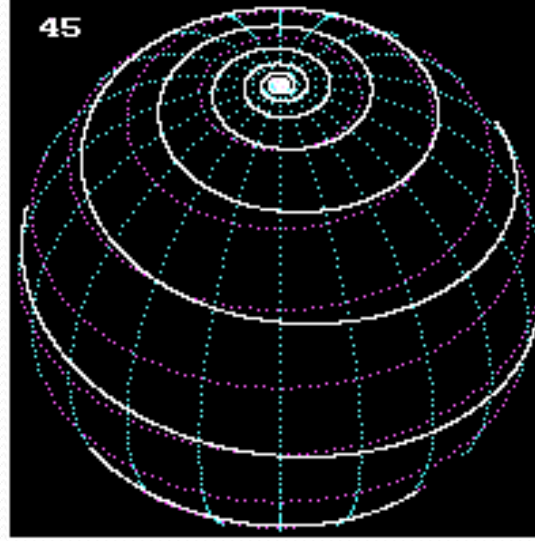
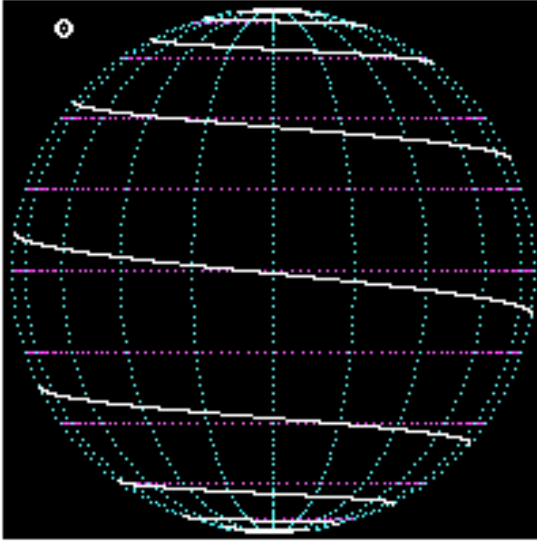
Bu şekilde, bir güzergah üzerinde her zaman aynı azimutta olacak şekilde hareket edilebilir.

İki özel azimut haricinde tüm loksodromlar iki kutubu birleştirir.



Hangi azimutlarda loksodrom iki kutbu birleştirmez?

Loksodrom

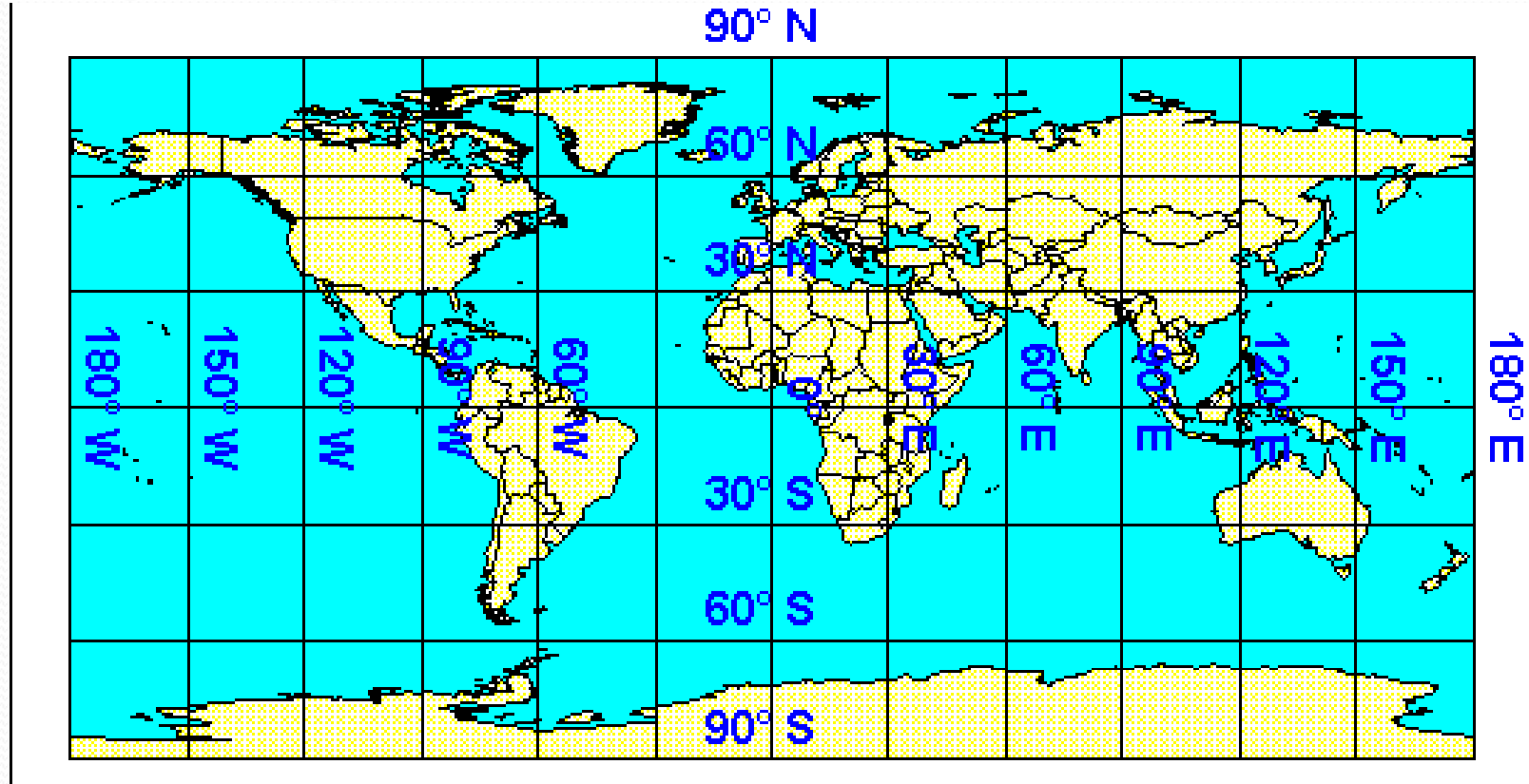


Loksodrom kavramı projeksiyon kavramını anlamak için önemlidir. Çünkü farklı projeksiyonlarda farklı şekillerde görünür. Örneğin Merkator projeksiyonunda düz bir çizgi iken, stereografik projeksiyonda spiral şeklindedir.

Projeksiyon Kavramı

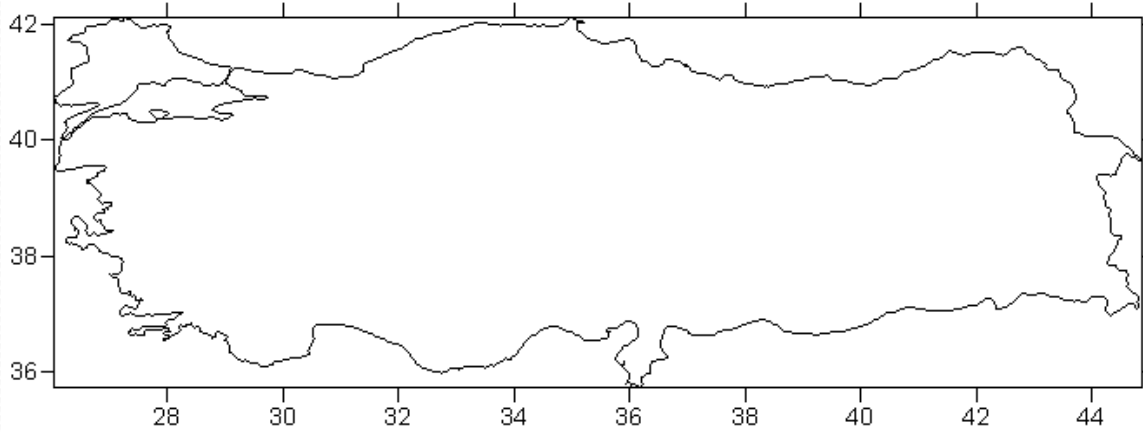
- Projeksiyon nedir ?
- Neden gerekli?
- Bu kadar türe gerek var mı?
- En iyisi hangisi ?
- Bir tanesini bilsem yeterli değil mi?
- Harita yapmayacaksam nerede lazım olacak?

Projeksiyonsuz Harita

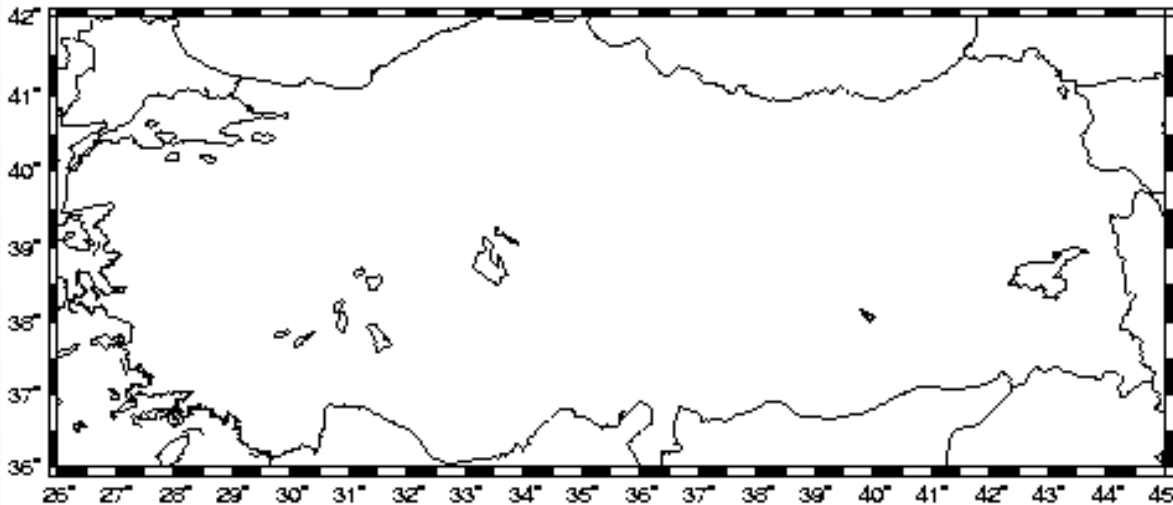


Bunu kullanmanın ne mahzuru var?

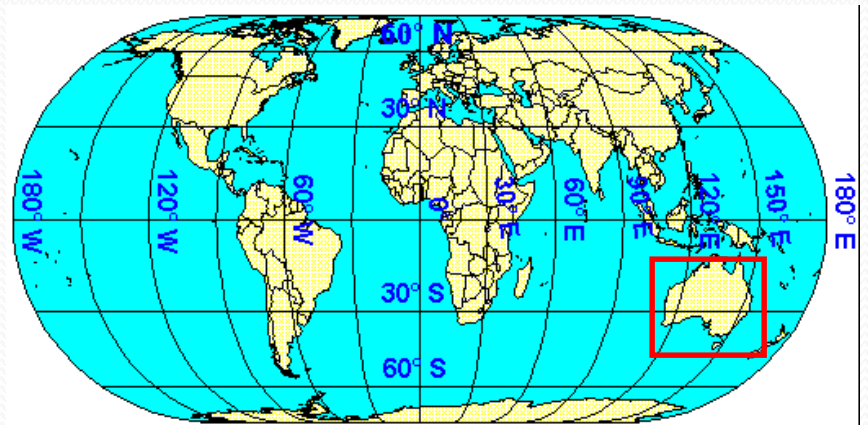
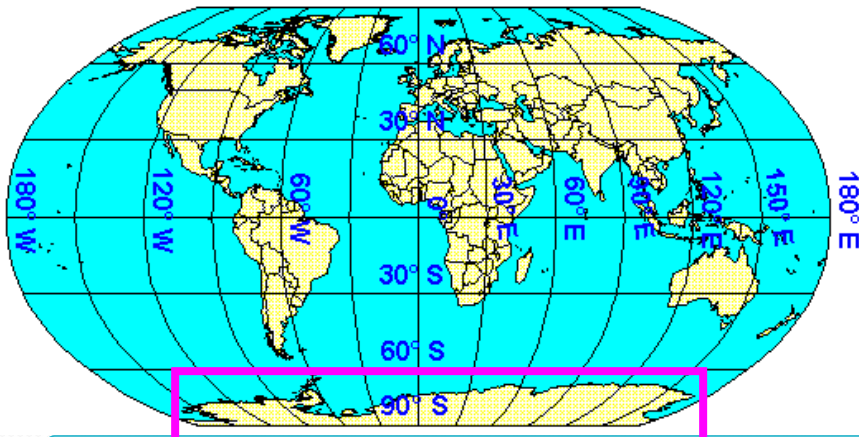
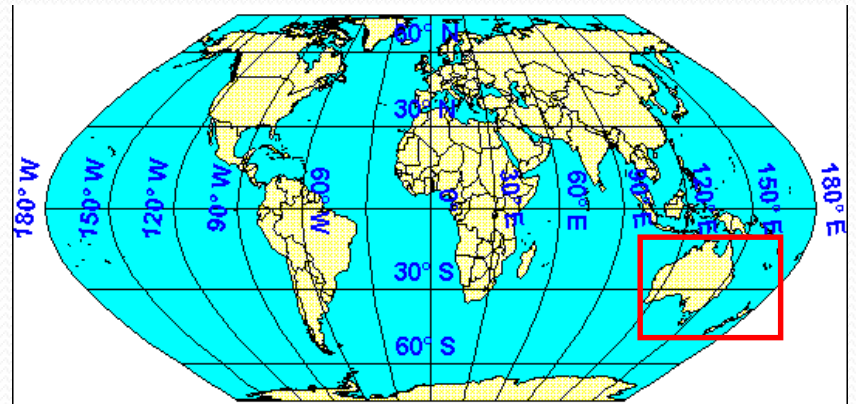
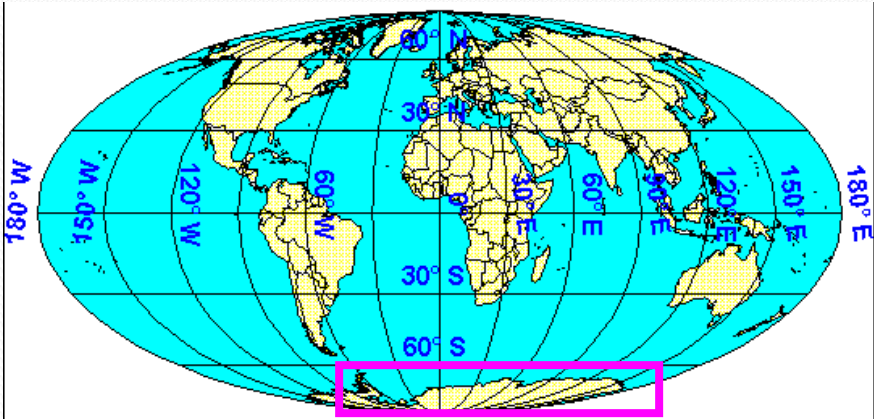
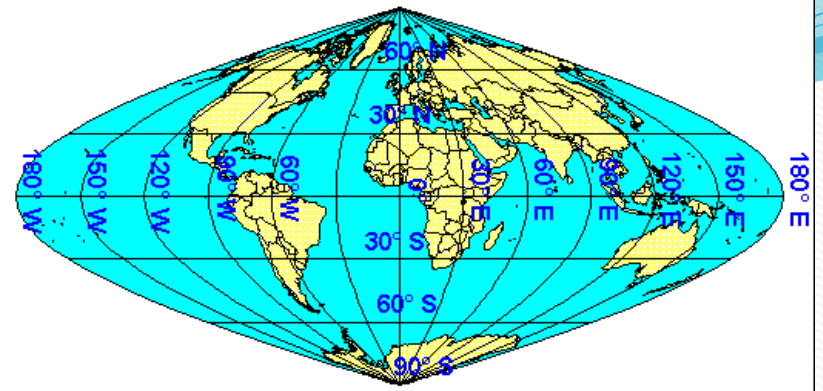
Projeksiyonsuz Harita



**Hangisi
doğru?**



**Hepsi aynı şeyi göstermiyor mu?
Farkları nedir ? Tüm
projeksiyonlarda herhangi bir
noktanın koordinatları aynı değil
mi?**

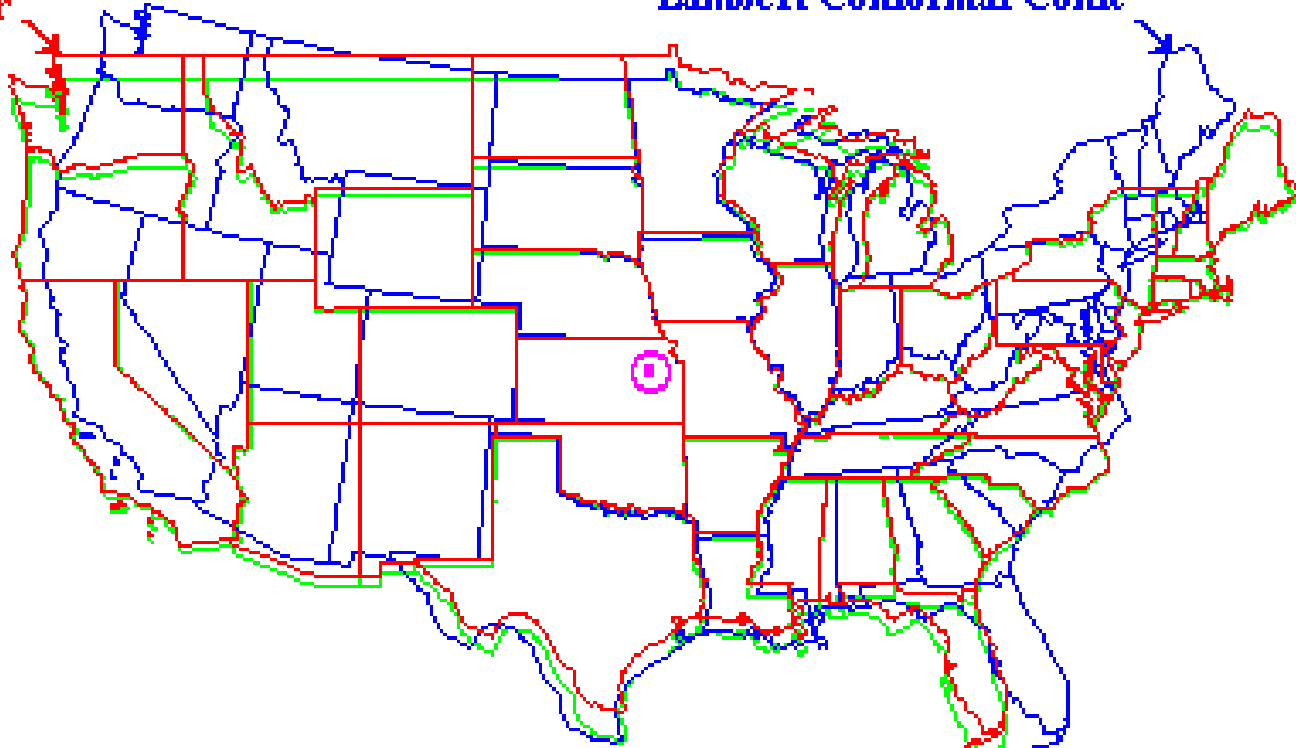


Projeksiyon Kavramı

Projeksiyonlar neden çakışmıyorlar?

Mercator

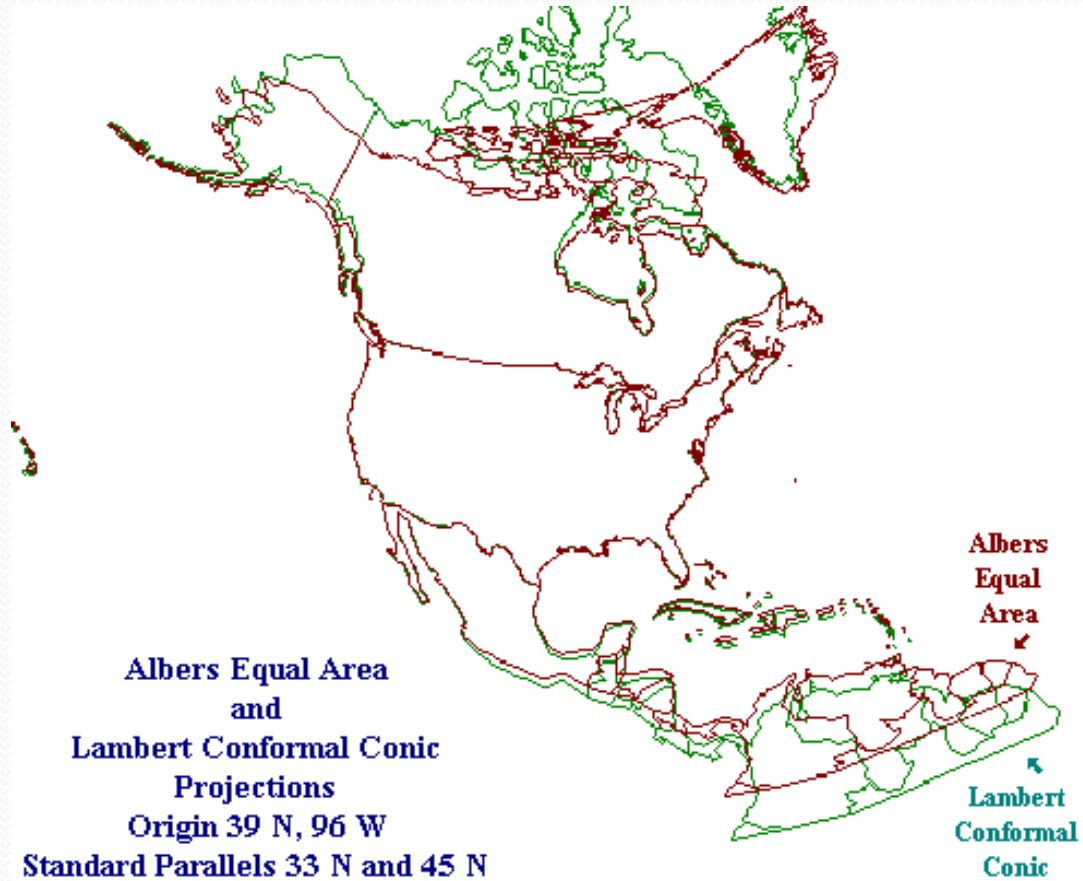
Lambert Conformal Conic



Un-Projected Latitude and Longitude

Projeksiyon Kavramı

Projeksiyonlar neden çakışmıyorlar?



Projeksiyon Kavramı

Projeksiyonlar neden çakışmıyorlar?

Projeksiyonlar yeryüzünün tamamını ya da bir bölümünü düzlem bir yüzey üzerinde göstermek için vardır.

Ancak, bu işlem gerçekleştirildiğinde gerçek yeryüzü ile düzlem üzerindeki arasında birtakım bozulmalar (distorsiyonlar) oluşur:

- Açı (azimut)
- Uzunluk
- Alan
- Şekil

Projeksiyon Kavramı

Konformallik Kavramı:

Bir harita (projeksiyon) üzerinde herhangi bir yöndeki açılar (azimut), gerçek yeryüzü ile aynı ise o projeksiyona “konformal projeksiyon” denir.

Yeryüzünün projeksiyonu;

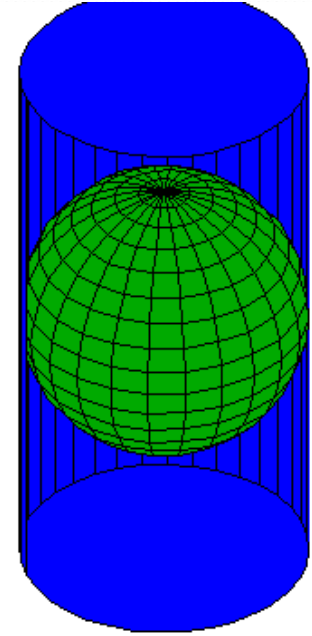
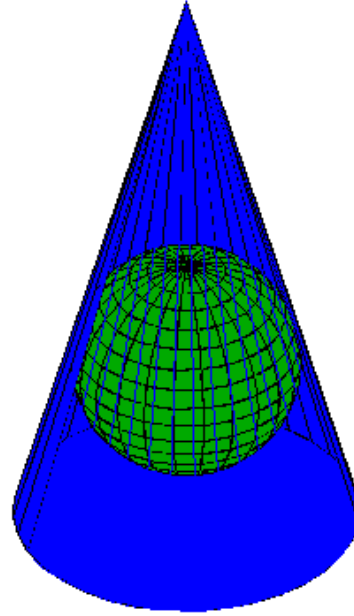
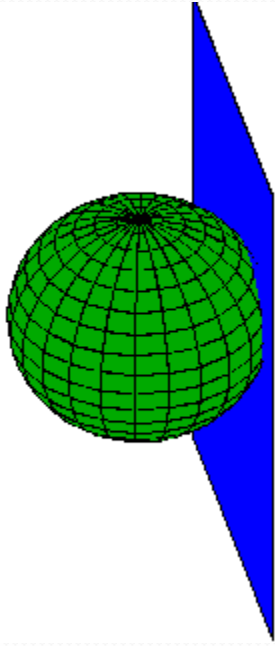
- **Bir iki boyutlu bir yüzeye (düzleme) ya da**
- **İki boyutlu bir yüzeye (düzleme) çevrilebilen üç boyutlu geometrilere**

yapılır.

Düzleme çevrilebilen hangi üç boyutlu nesnelere düşünülebilir?

Projeksiyon Kavramı

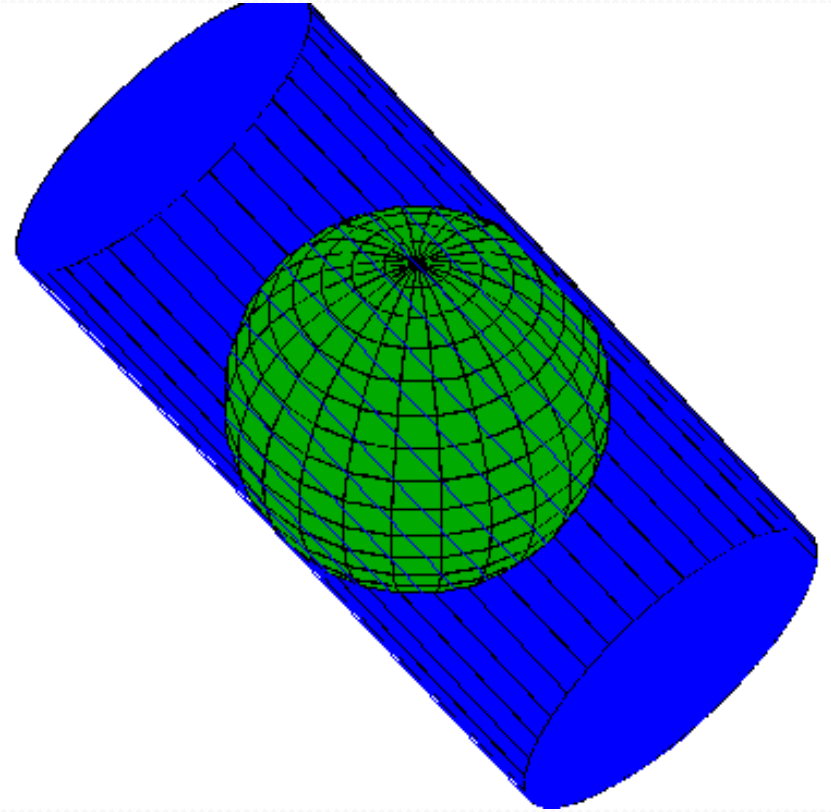
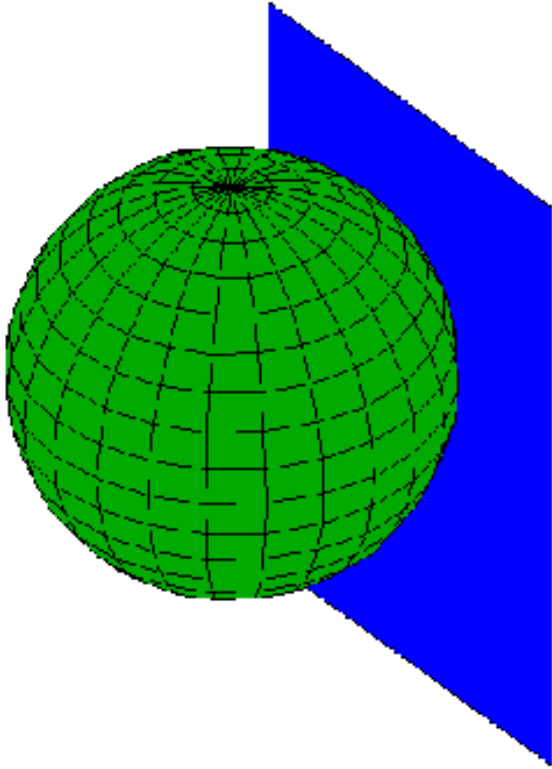
**Düzlem ve
Düzleme çevrilebilen hangi üç boyutlu geometrik
nesneler:**



Geometrik yüzey dik ve teğet durmak zorunda mı?

Projeksiyon Kavramı

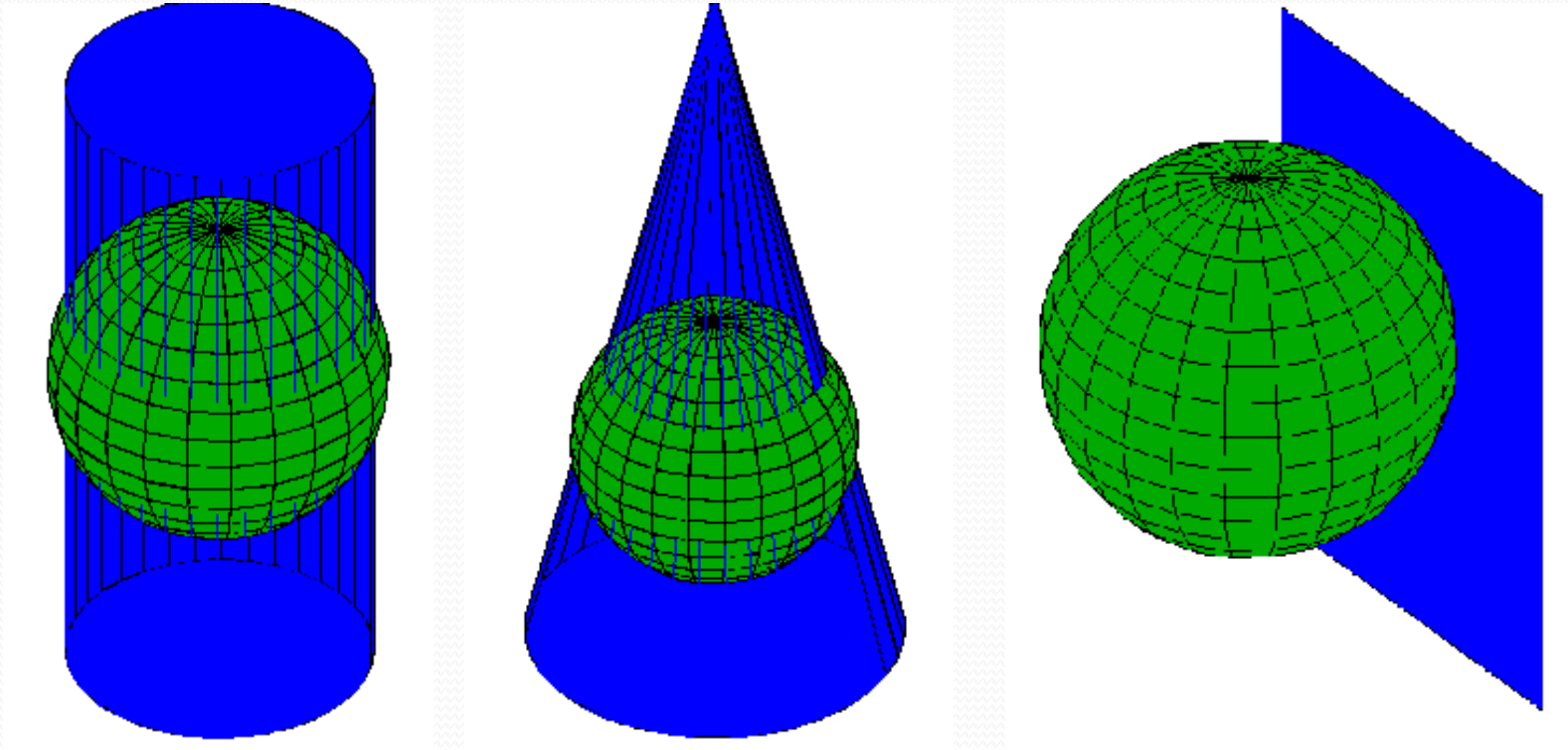
Geometrik yüzey bu şekilde durmak zorunda mı?



Yeryüzüne tek bir noktada teğet olmak zorunda mı?

Projeksiyon Kavramı

Yeryüzüne tek bir noktada teğet olmak zorunda mı?

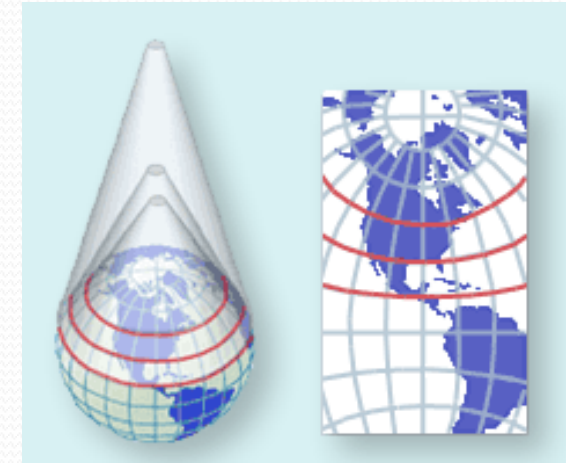
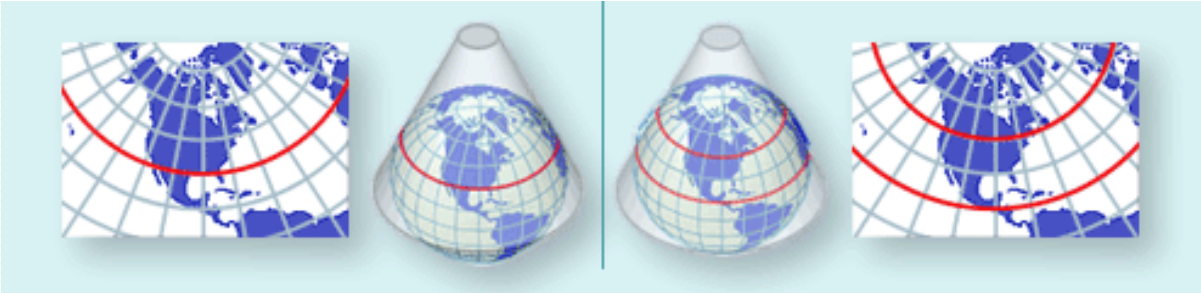
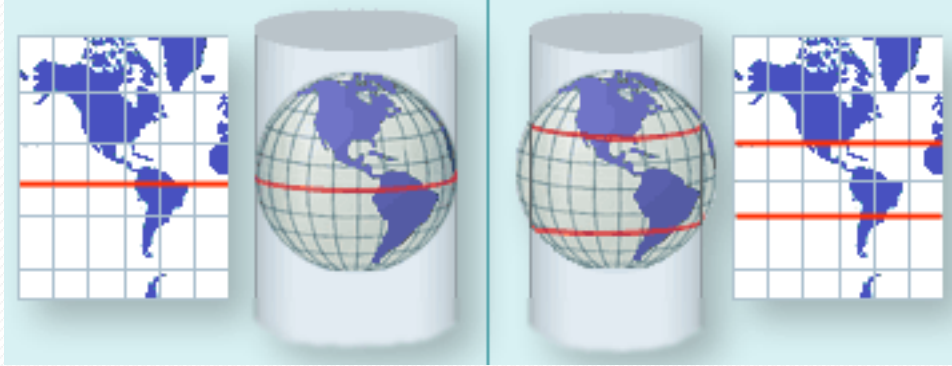
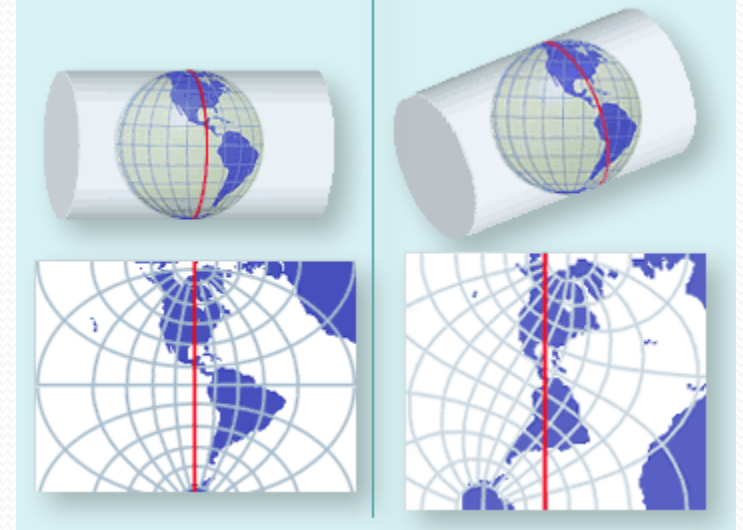
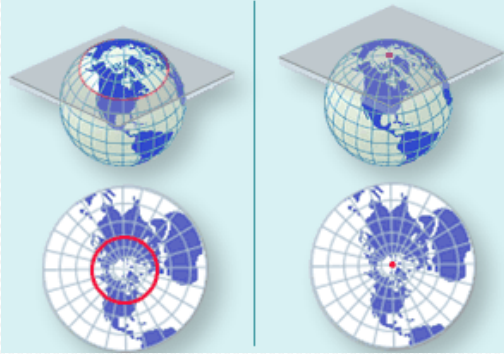


Projeksiyon Kavramı

Projeksiyonların sınıflandırılması:

- **Silindirik**
- **Düzlemsel (azimuthal)**
- **Konik**
- **Diğer**

Projeksiyon Kavramı

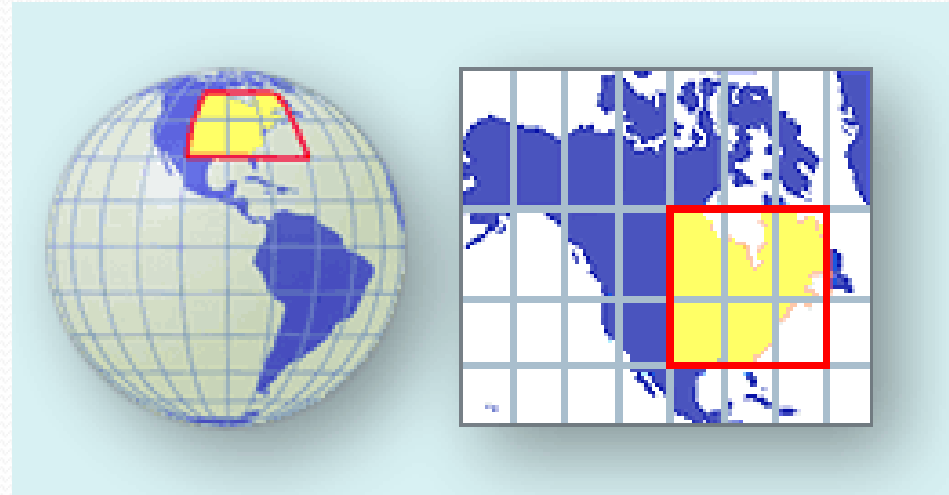
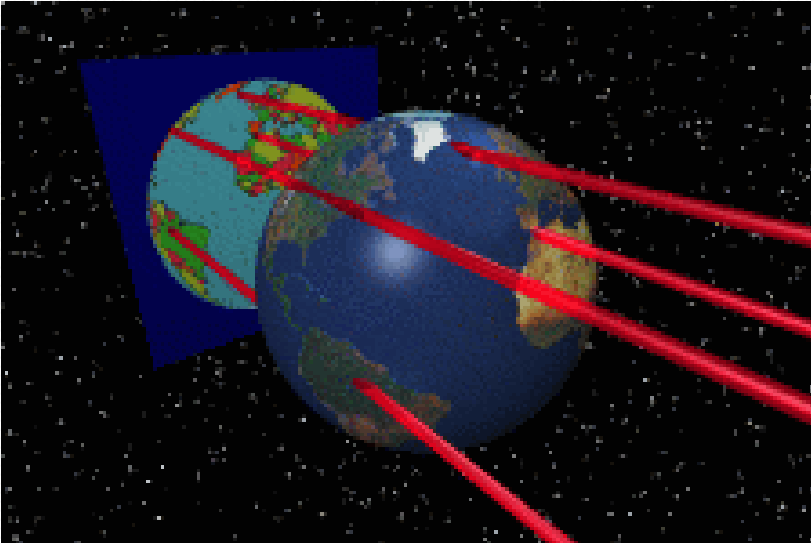


Projeksiyon Kavramı

Projeksiyonlar 3B lu yeryüzünün 2B boyutta gösterimi olduğuna göre;

Temel olarak yapılan işlem:

Herbir yeryüzü noktasına karşılık, bir düzlem yüzey üzerinde bir noktayı eşlemektir.



Projeksiyon Kavramı

Bu eşleme işlemi:

- Geometrik
- Analitik
- Deneysel

olabilir. Hiçbir geometrisi olmayan sadece formüllere dayanan birçok projeksiyon sistemi geçmişte kullanılmıştır.

Seçilmiş Projeksiyonlar

MERCATOR

Parametreleri:

Dilim orta Meridyeni

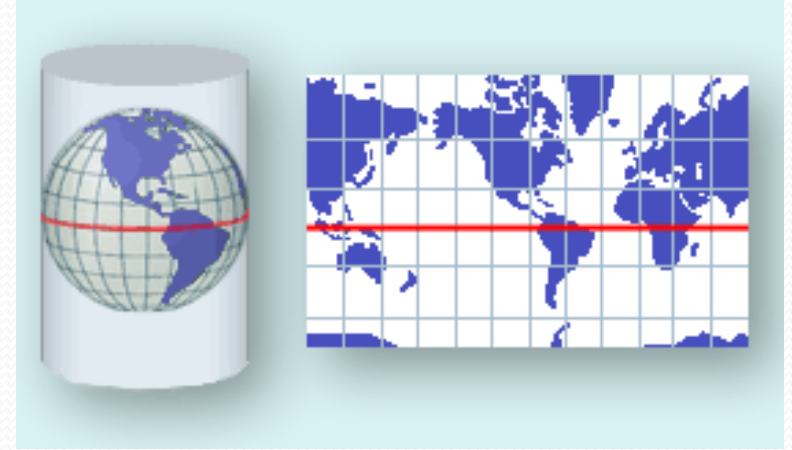
Standart paralel Dairesi

Ekvator üzerindeki ölçek.

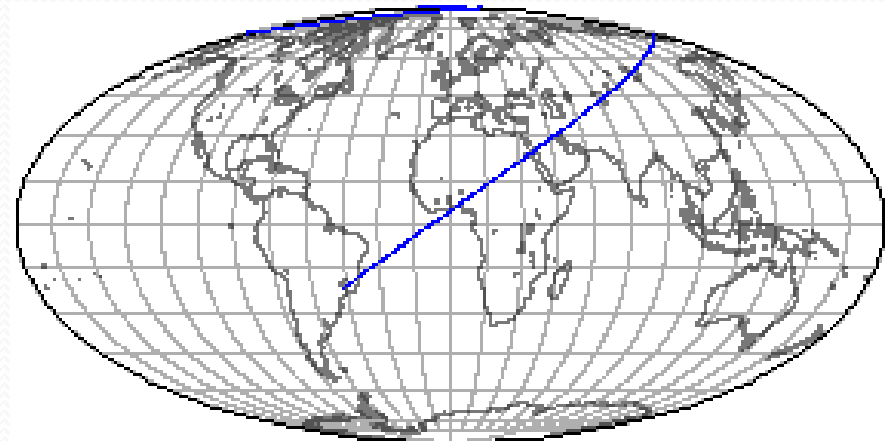
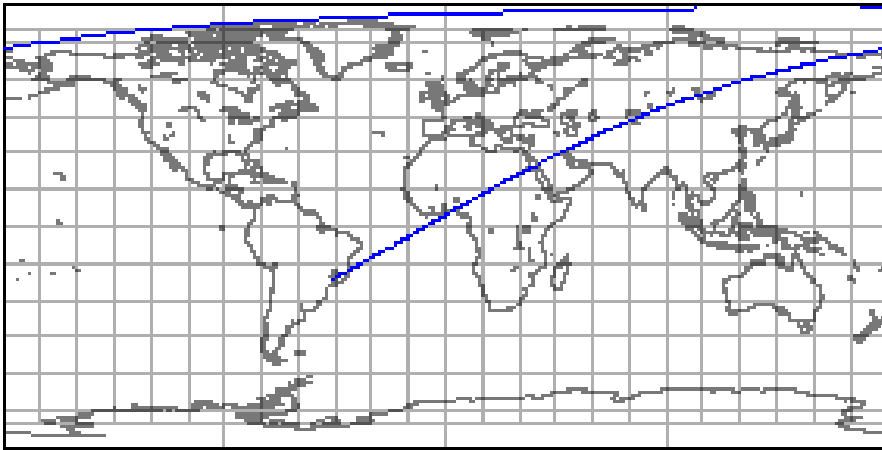
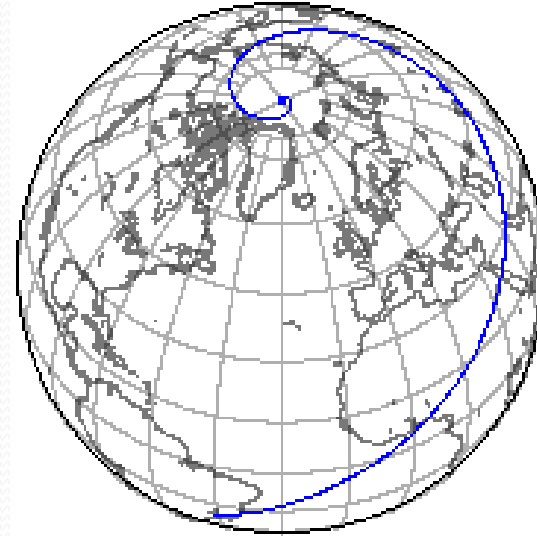
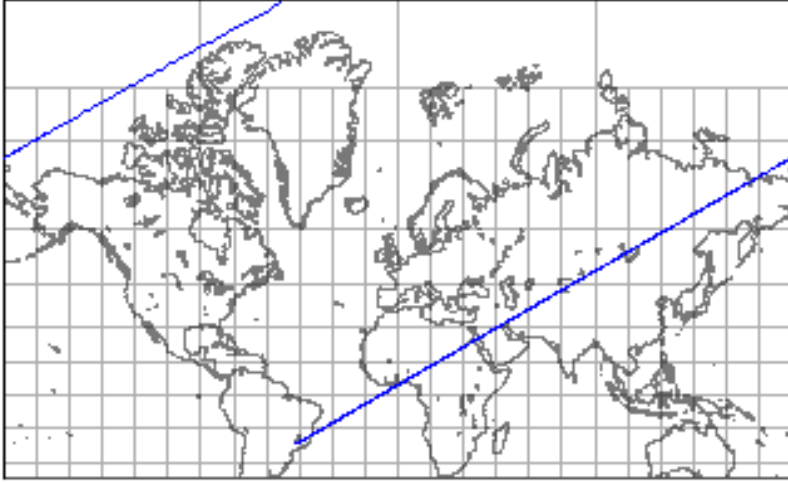
Özelliği:

Açı korur.

Bu özellik neden önemli?



MERCATOR



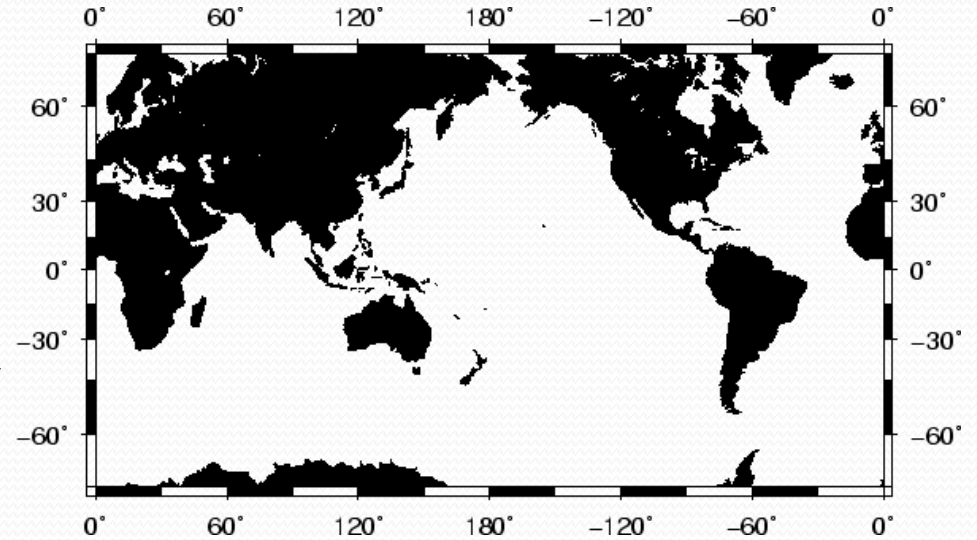
MERCATOR ve GMT

Parametreleri

- Dilim orta Meridyeni (DOM)
- Standart paralel Dairesi
- Ekvator üzerindeki ölçek.

ile **-Jm/-JM** ile kullanılabilir.

**GMT'de (DOM) verilmediğinde,
haritanın ortası DOM,
standart paralel dairesi
verilmediğinde ise ekvator
standart paralel dairesi
kabul edilir.**



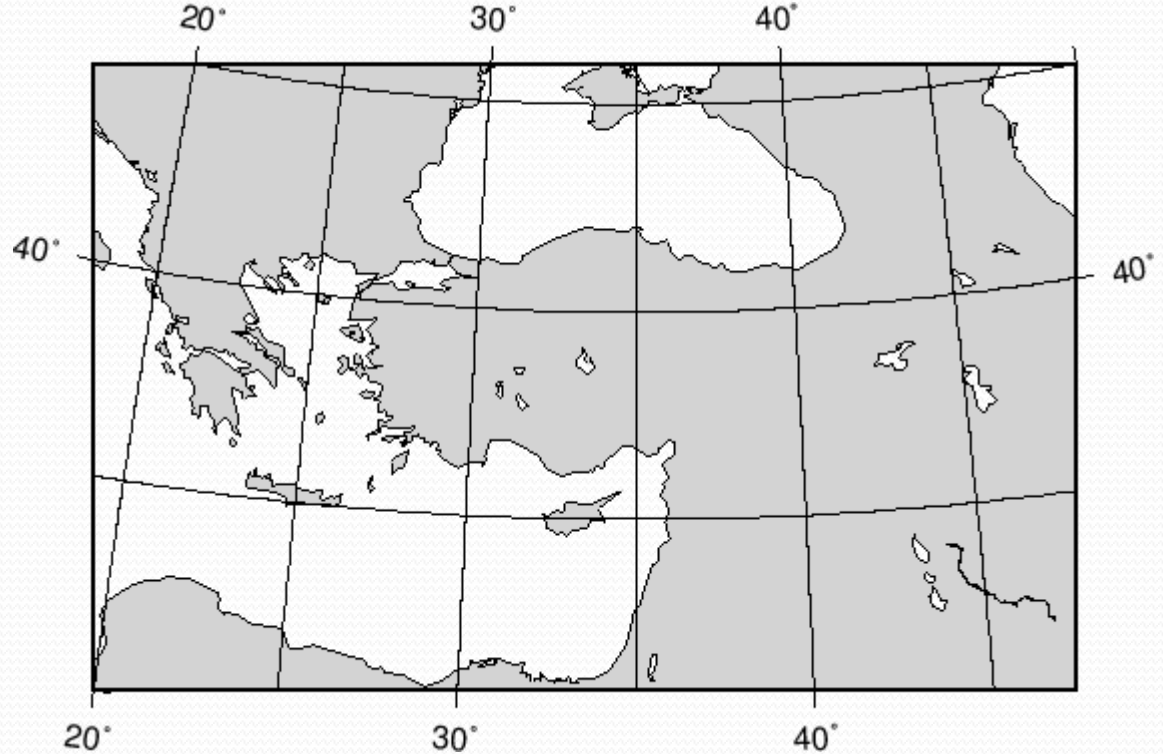
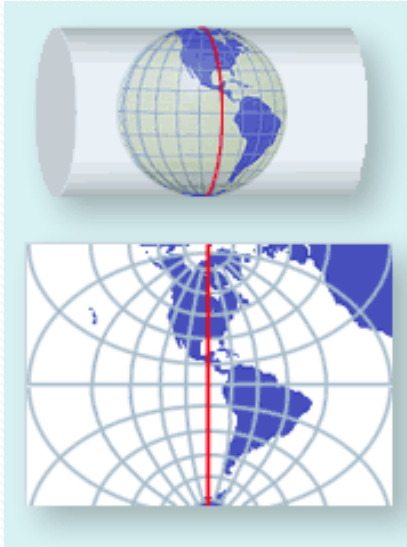
pscoast -R0/360/-70/70 **-Jm1.2e-2i** -Ba60f30/a30f15 > GMT_mercator.ps

-JmDOM/SP/ölçek

TRANSVERSE MERCATOR

Özelliği:

**DOM boyunca
distorsiyon
yoktur. -Jt/-JT**



pscoast -R20/30/50/45r -Jt35/0.18i -B10g5 > transverse_merc.ps
-JtDOM/ölçek

Lambert (Eşit-Alan)

Parametreleri

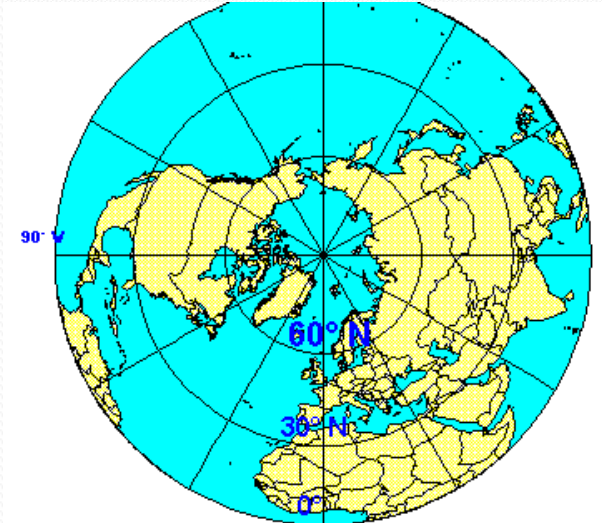
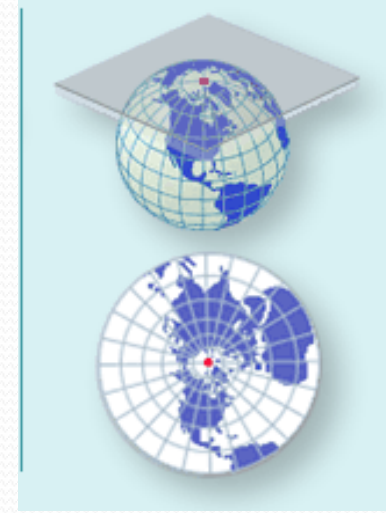
Projeksiyon Merkezinin enlem
ve boylamı

Proj.merkezi ile bir enlem
arasındaki ölçek.

Özelliği:

Alan korur.

Bu özellik neden önemli?

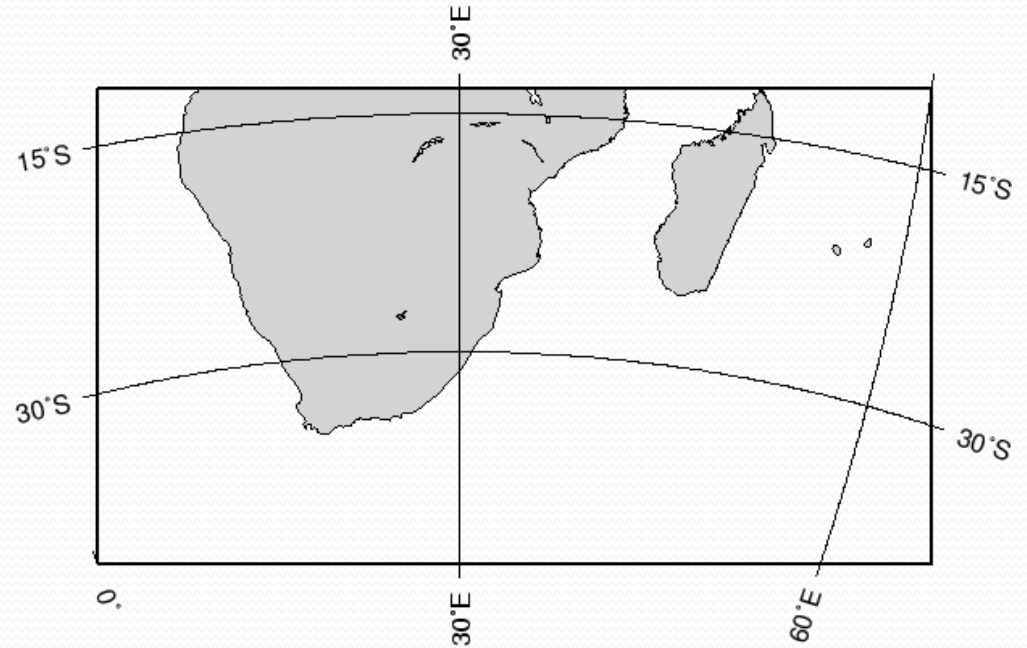


Lambert Eşit-Alan ve GMT

Parametreleri

- Projeksiyon Merkezinin enlem ve boylamı
- Projeksiyon merkezi ile bir enlem arasındaki ölçek.

ile **-JA/-Ja** ile kullanılabilir.

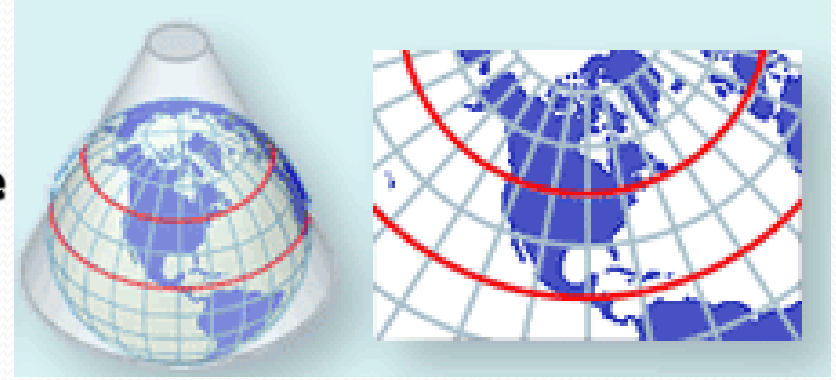


pscoast -R0/-40/60/-10r **-JA30/-30/4.5i** -B30g30/15g15 > lambert_az.ps

Lambert (Konik-Konformal)

Parametreleri

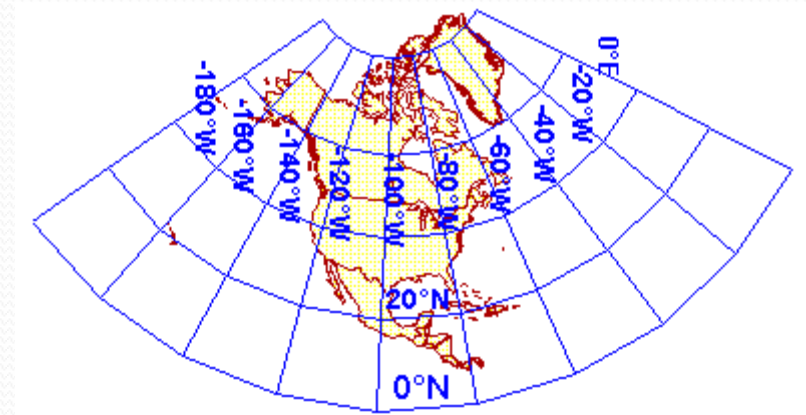
- Projeksiyon Merkezinin enlem ve boylamı
- İki standart paralel Dairesi
- Ölçek.



Özelliği:

Açı korur.

Merkatör'den farkı ne?

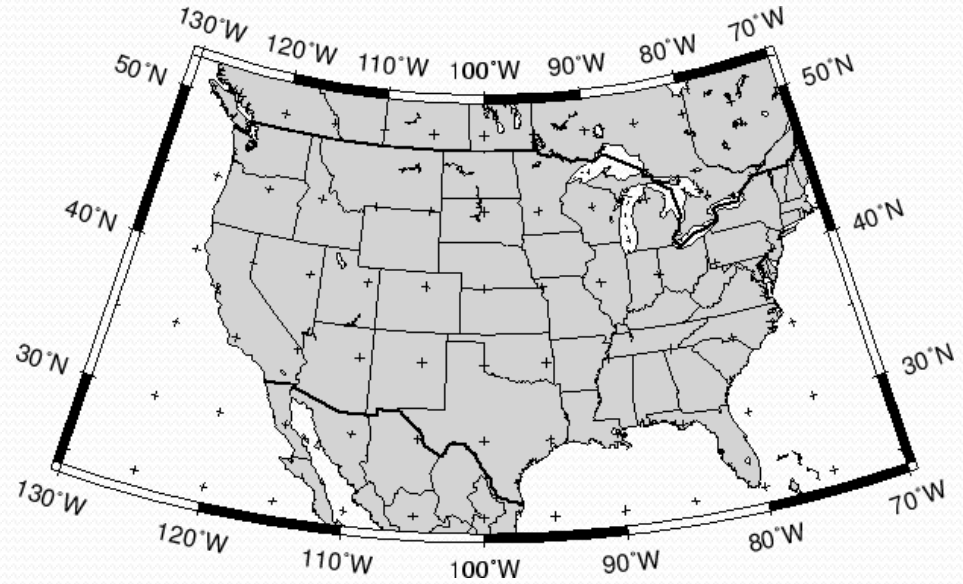


Lambert Konik-konformal ve GMT

Parametreleri

- Projeksiyon Merkezinin enlem ve boylamı
- İki standart paralel
- Dairesi
- Ölçek.

ile **-JL/-JI** ile kullanılabilir.

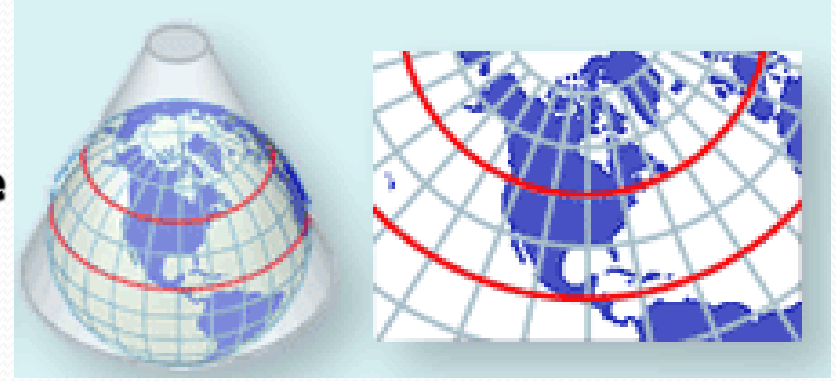


pscoast -R-130/-70/24/52 **-JI**-100/35/33/45/1:50000000 -B10g5 >
lambert_conic.ps

Eşit-Uzaklık Konik

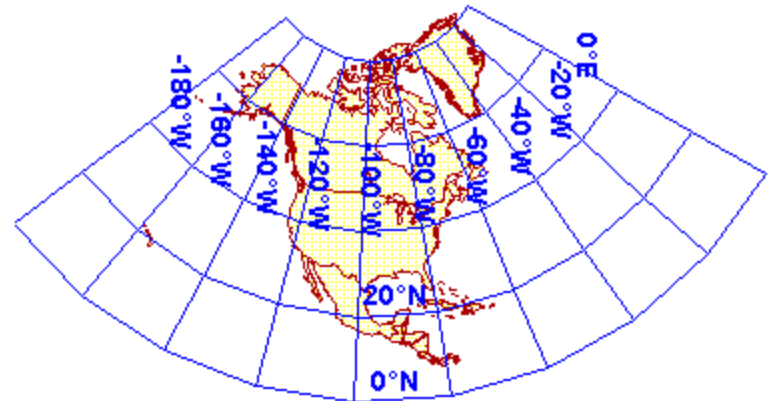
Parametreleri

- Projeksiyon Merkezinin enlem ve boylamı
- İki standart paralel Dairesi
- Ölçek.



Özelliği:

Uzunluk korur.

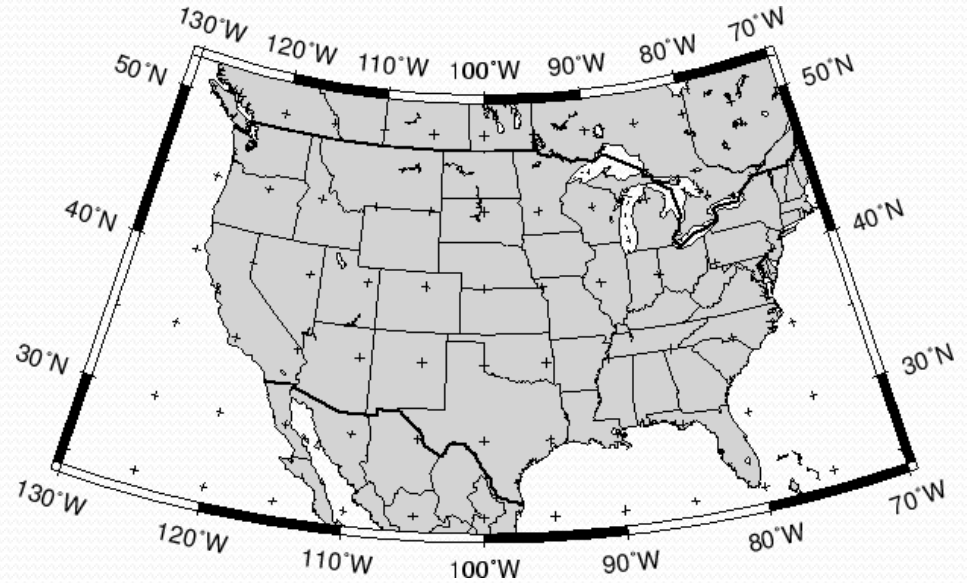


Eşit Uzaklık-Konik ve GMT

Parametreleri

- Projeksiyon Merkezinin enlem ve boylamı
- İki standart paralel
- Dairesi
- Ölçek.

ile **-JD/-Jd** ile kullanılabilir.



pscoast -R-88/-70/18/24 **-JD**-79/21/19/23/4.5i -B5g1 > eqd_conic.ps

Robinson

Parametreleri

- DOM
- Ölçek.

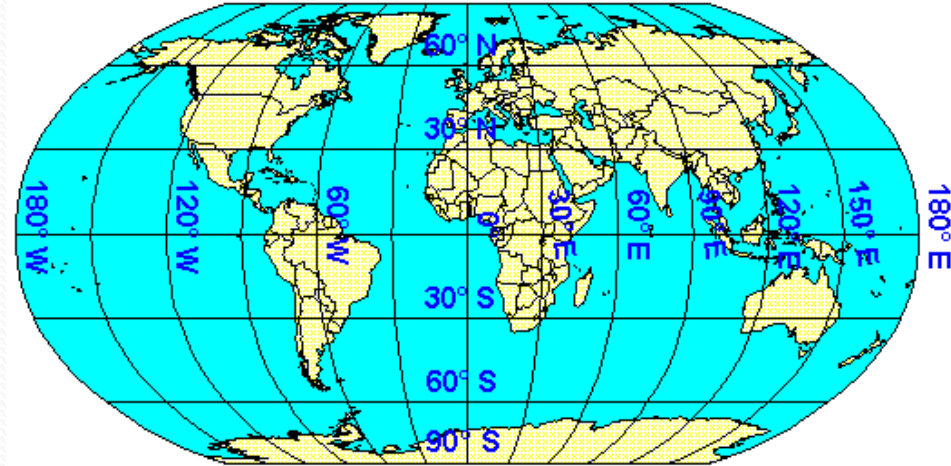
Özelliği:

***Hiçbir özelliği korumaz
bunun yerine hepsini
minimum tutmaya çalışır***

Geometrik anlamı yok.

Analitik eşitlikleri yok.

Tablolanmış değerlere dayalı.

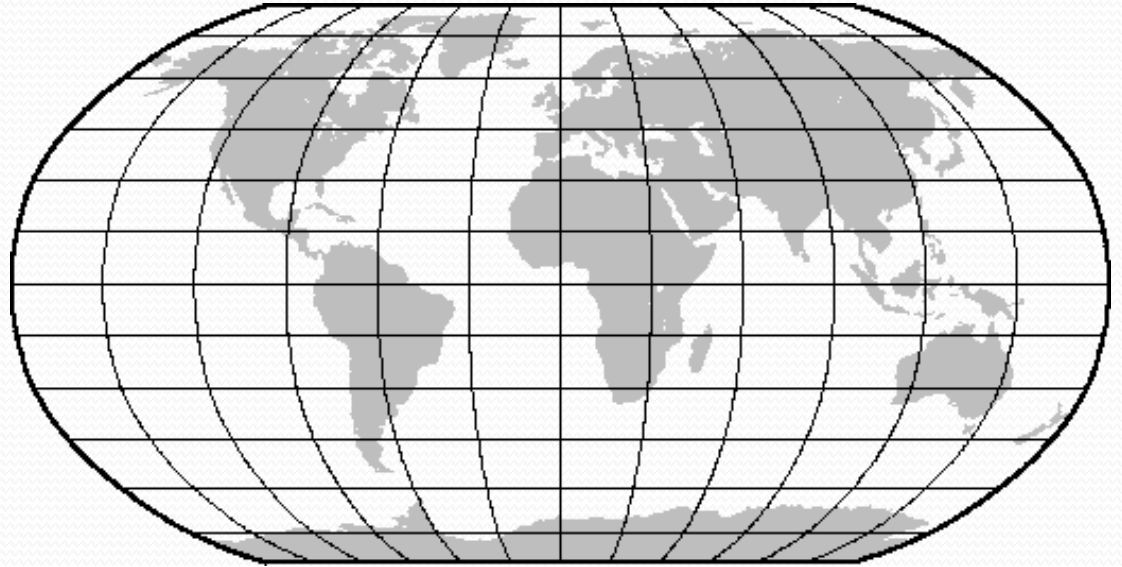


Eşit Uzaklık-Konik ve GMT

Parametreleri

- **DOM**
- **Ölçek.**

ile $-JN/-Jn$ ile kullanılabilir.



pscoast -Rd **-JN**0/4.5i -Bg30/g15 > robinson.ps

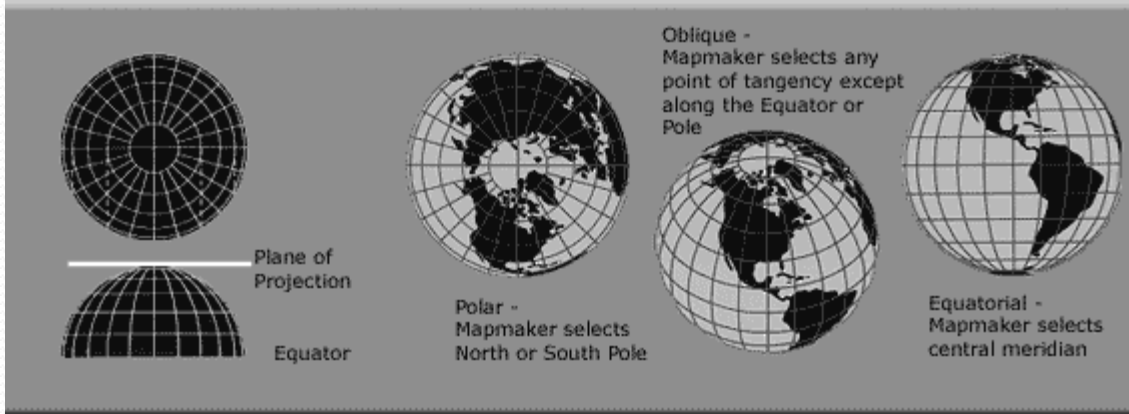
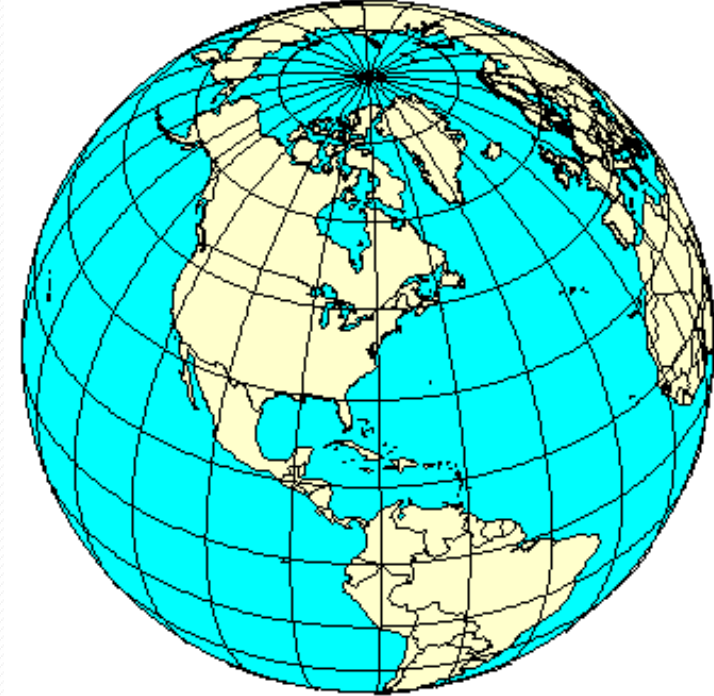
Ortografik Projeksiyon

Parametreleri

- Projeksiyon Merkezinin enlem ve boylamı
- Enlemi verilen bir noktaya göre ölçek

Özelliği:

- *Perspektif görünüm sağlar.*
- *Uzaklık paralel daireleri boyunca korunur.*

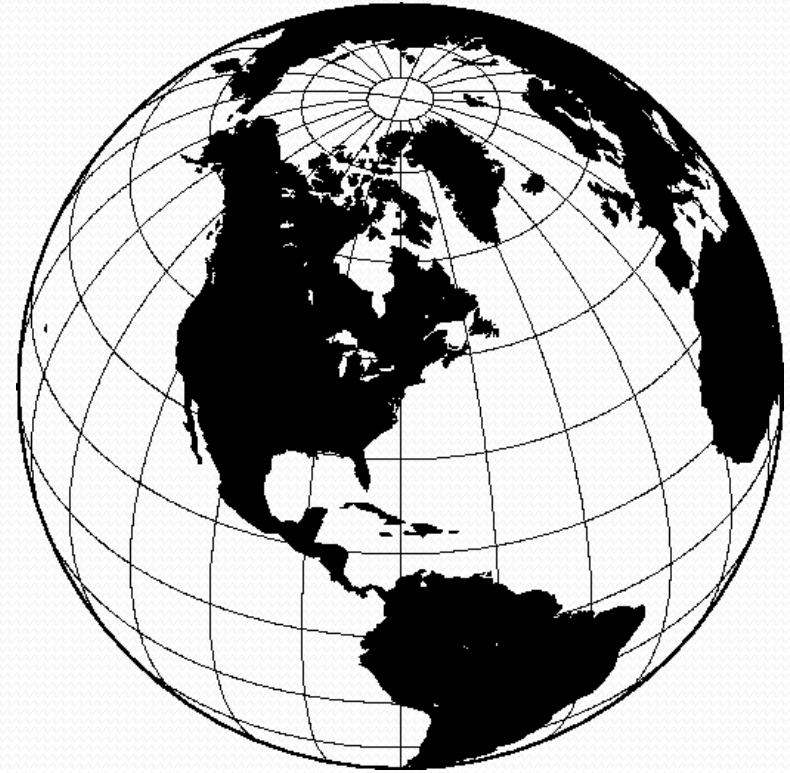


Ortografik Projeksiyon ve GMT

Parametreleri

- Projeksiyon Merkezinin enlem ve boylamı
- Enlemi verilen bir noktaya göre ölçek.

ile **-JG/-Jg** ile kullanılabilir.



pscoast -Rg **-JG**-75/41/4.5i -B15g15 > orthographic.ps

Özetle;

Projeksiyon seçimi:

- **Amaca** (alan, uzunluk, şekil, açı distorsiyonları)
- **Çalışma bölgesinin yeri** (kutup, ekvator vb.)
- **Çalışma bölgesinin büyüklüğü** (tüm dünya, yerel vb.)

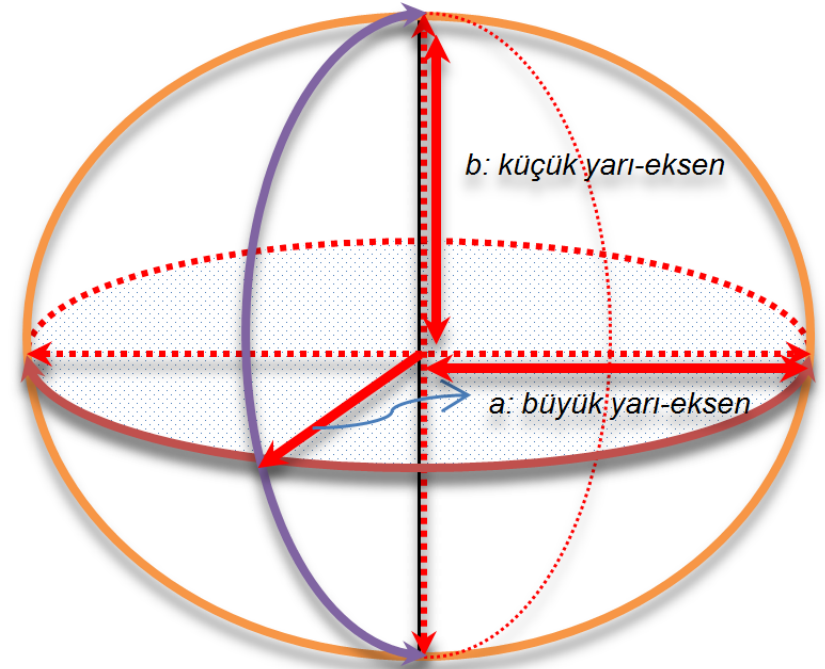
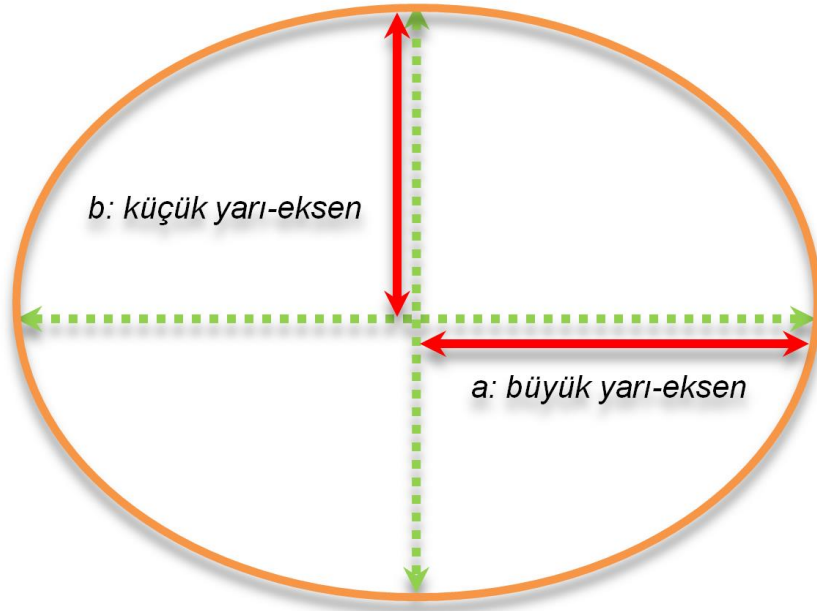
faktörlere bağlıdır.

Elipsoit

- Projeksiyonlar, elipsoit üzerinde tanımlı yüzeyleri düzleme iz düşürmektedir.
- Elipsoit (dönel elipsoit), elipsin kısa kenarı etrafında dönüdüürülmesi ile elde edilen cisimdir.
- Yerin tamamının veya bir bölümünün elipsoit üzerinde tanımlanması ise jeodezik koordinatlar (enlem, boylam) ile sağlanır.
- Bu nedenle, projeksiyon koordinatları elipsoit seçimine (elipsoit parametreleri) bağlıdır.

Elipsoit

- Elips; farklı büyüklükte iki yarı eksen ile ifade edilir.
- Dönel elipsoit; bir elipsin küçük eksenini etrafında döndürülmesiyle oluşan üç boyutlu cisimdir.



Elipsoit

- Jeodezik koordinat sistemindeki büyüklüklerin (enlem, boylam) açı birimleriyle ifade edildiği dikkate alındığında, hem küre hem de elipsoit üzerindeki bir boylam aralığının karşılık geldiği mesafe ekvator dan kutuplara gidildikçe kısalır.
- Yer in geometrik büyüklüğü için elipsoit veya küre yaklaşımının bir avantajı da, herhangi bir noktanın yer üzerinde iki parametre ile ifade edilebilmesidir.

Elipsoit

- Üç boyutlu Kartezyen bir koordinat sisteminde üç eksenli bir elipsoit;

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

şeklinde ifade edilir. Dönel elipsoidin iki eksenini birbirine eşit olduğu dikkate alındığında yukarıdaki eşitlik;

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

halini alır.

- Yüksek duyarlık gerektiren ve/veya uzun mesafeler veya büyük alanları içeren tüm jeodezik uygulamalarda referans yüzeyi olarak dönел elipsoit kullanılması gerekmektedir.
- Dönел elipsoit üzerinde yapılacak hesaplamalarda, büyük ve küçük yarı eksenler dışında başka parametrelere de ihtiyaç duyulmaktadır. Bu parametreler kısaca;

Basıklık (birinci) : $f = \frac{a-b}{a}$

Birinci dışmerkezlik : $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$

İkinci dışmerkezlik : $(e')^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$

Elipsoit

- Uygulamada; basıklığın tersi $1/f$ de kullanılabilir.
- Elipsoit geometrisi için herhangi iki parametre yeterlidir.
- Diğer parametreler bu parametrelerden türetilebilir.

$$e^2 = 2f - f^2$$

$$b = a(1 - f)$$

$$b = a\sqrt{1 - e^2}$$

$$(e')^2 = \frac{e^2}{1 - e^2}$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

Ülkemizde Kullanılan Elipsoitler

- Tarihsel süreç içerisinde her ülke jeodezik çalışmalarını yürütebilmek için kendi coğrafyasına en fazla uyan bir elipsoit kullanılmıştır.
- Ülkemizde de benzer şekilde, uydu tabanlı jeodezik ölçmeler yaygınlaşana kadar ulusal datum olan Avrupa Datumu-1950 (European Datum-1950) da International-1924 (Hayford) elipsoidini kullanmaktadır.
- Günümüzde, GPS tabanlı ölçümler ve ülkemiz için kullanılan Türkiye Ulusal Referans Çerçevesi (TUREF)'ne dayalı hesaplamalarda ise GRS-80/WGS-84 elipsoidi kullanılmaktadır.

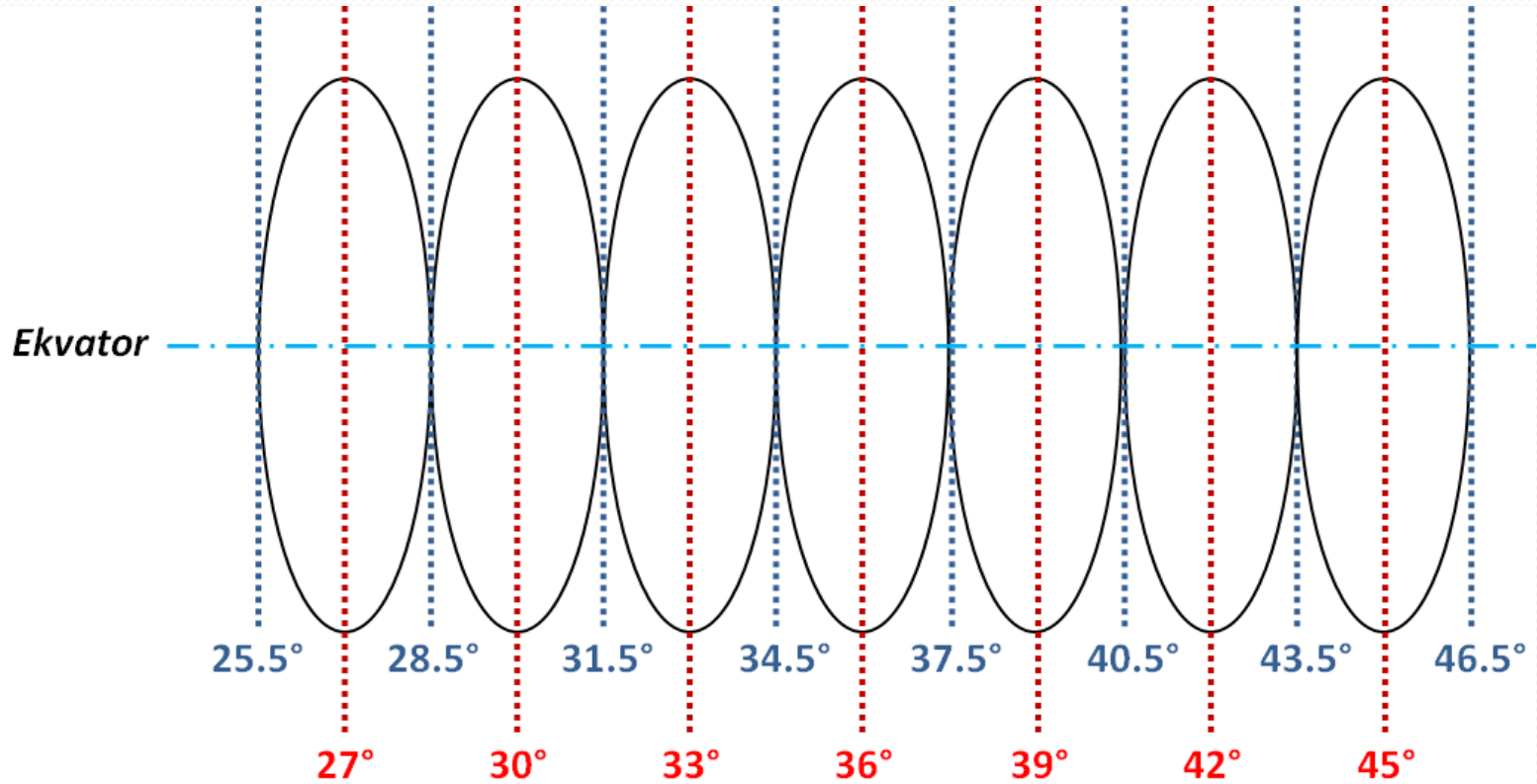
Elipsoit Parametreleri

Yaygın olarak kullanılan bazı elipsoitlere ait parametreler

<i>Elipsoit</i>	<i>a</i> (m)	<i>b</i> (m)	<i>f</i>
Clarke-1866	6378206.4	6356583.800	1/294.9786982
Bessel-1841	6377397.155	6356078.965	299.1528434
International-1924 (Hayford)	6378388	6 356911.946	1/297
Krassovsky-1940	6378245	6356863.019	1/298.3
WGS-72	6378135	6356750.520	1/298.26
GRS-80	6378137	6 356768.337	1/298.257222101
WGS-84	6378137	6 356752.314	1/298.257223563
Airy-1830	6377563.4	6356256.9	299.3249753

Gauss-Krüger Projeksiyonu

Gauss-Krüger projeksiyon koordinatları, 3°'lik dilim esasına dayalı Transverse Mercator projeksiyonunda tanımlıdır ve ülkemizde 1/25.000 ölçekli haritalardan daha büyük ölçekli haritalarda kullanılır.



Gauss-Krüger Projeksiyonu-Dilim Orta Meridyeni

- Herhangi bir noktanın Gauss-Krüger koordinatları hesaplanırken, öncelikle hangi Dilim Orta Meridyenine göre hesaplama yapılacağı belirlenmelidir.
- Örneğin, 37° boylamında bir noktanın hangi dilime (zone'e) girdiğini bulmak için;

$DOM(3^\circ) = 3 \text{ int} \left(\frac{\lambda + 1.5^\circ}{3} \right)$ formülü kullanılabilir. Buna göre;

$DOM(3^\circ) = 3 \text{ int} \left(\frac{37^\circ + 1.5^\circ}{3} \right) = 36^\circ$ şeklinde hesaplanır.

Gauss-Krüger Projeksiyonu

Herhangi bir noktanın Gauss-Krüger koordinatlarını bulmak için öncelikle meridyen yayı uzunluğunun bulunması gerekir. Bu amaçla;

$$S = A\varphi + B \sin(2\varphi) + C \sin(4\varphi) + D \sin(6\varphi) + E \sin(8\varphi)$$

şeklinde seriye açılmış olan eşitlikten yararlanılır. Eşitlikteki katsayılar tamamen elipsoit parametrelerine bağlı olarak aşağıdaki şekilde bulunur.

$$A = a(1 - e^2) \left(1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6 + \frac{11025}{16384}e^8 \right)$$

$$B = -a(1 - e^2) \left(\frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6 + \frac{2205}{2048}e^8 \right)$$

$$C = a(1 - e^2) \left(\frac{15}{64}e^4 + \frac{105}{526}e^6 + \frac{2205}{4096}e^8 \right)$$

$$D = -a(1 - e^2) \left(\frac{35}{512}e^6 + \frac{315}{2048}e^8 \right)$$

$$E = a(1 - e^2) \frac{315}{76384}e^8$$

Jeodezik Koordinatlardan GK Koordinatlarına Dönüşüm

Maksimum eğrilik yarıçapına sahip ana normal kesit eğrisinin yarıçapı N 'nin;

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

şeklinde hesaplandığı ve $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_p$ (dilim orta meridyeninin boylamı) olduğu göz önüne alınarak, enlem ve boylamı bilinen bir noktanın Gauss-Krüger koordinatları;

$$x_{GK}(\text{yukarı}) = S + \frac{N}{2} \cos^2 \varphi \tan \varphi \Delta\lambda^2 + \frac{N}{24} \cos^4 \varphi \tan \varphi (5 - \tan^2 \varphi + 9\eta^2) \Delta\lambda^4 + \dots$$

$$y_{GK}(\text{sağ}) = N \cos \varphi \Delta\lambda + \frac{N}{6} \cos^3 \varphi (1 - \tan^2 \varphi + \eta^2) \Delta\lambda^3 + \frac{N}{120} \cos^5 \varphi (5 - 18 \tan^2 \varphi + \tan^4 \varphi) \Delta\lambda^5 + \dots$$

GK Koordinatlarından Jeodezik Koordinatlarda Dönüşüm

Gauss-Krüger Koordinatlarından coğrafi koordinatlara dönüşüm için öncelikle ayak noktasının (footprint) enleminin (φ_f) bulunmasına ihtiyaç vardır. Ayak noktası, dilim orta meridyeni üzerinde enlem ve boylamı hesaplanacak nokta ile aynı x_{GK} değerine sahip noktanın enlemidir.

Öncelikle, yukarıdaki meridyen yayı eşitliği φ_f için yazılır.

$$x_g = A\varphi_f + B\sin(2\varphi_f) + C\sin(4\varphi_f) + D\sin(6\varphi_f)$$

φ_f 'in bulunması için iteratif bir yol izlenir. Bu amaçla, önce

$$f(\varphi_f) = A\varphi_f + B\sin(2\varphi_f) + C\sin(4\varphi_f) + D\sin(6\varphi_f) - x_g = 0$$

Fonksiyonu oluşturulur ve birinci türevleri analitik olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$f'(\varphi_f) = \varphi_f + 2B\cos(2\varphi_f) + 4C\cos(4\varphi_f) + 6D\cos(6\varphi_f) - x_g$$

İteratif olarak φ_f değeri aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\varphi_{f_n} = \varphi_{f_{n-1}} - \frac{f(\varphi_{f_{n-1}})}{f'(\varphi_{f_{n-1}})}$$

GK Koordinatlarından Jeodezik Koordinatlarda Dönüşüm

φ_f bulunduktan sonra, enlem ve boylam aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\varphi = \varphi_f - \frac{\tan \varphi_f}{2N_f^2} (1 + \eta_f^2) y_{GK}^2 + \frac{\tan \varphi_f}{24N_f^4} (5 + 3 \tan^2 \varphi_f + 6\eta_f^2 - 6\eta_f^2 \tan^2 \varphi_f) y_{GK}^4$$

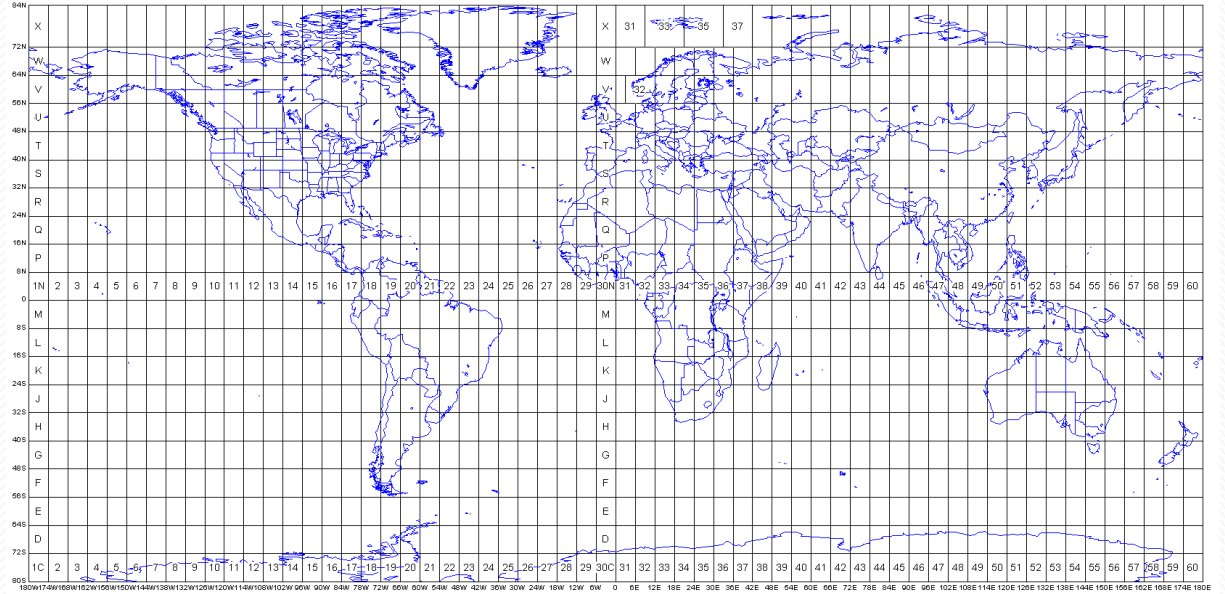
$$\Delta\lambda = \frac{1}{N_f \cos \varphi_f} y_{GK} - \frac{1 + 2 \tan^2 \varphi_f + \eta_f^2}{6N_f^3 \cos \varphi_f} y_{GK}^3$$

Universal Transverse Mercator (UTM)

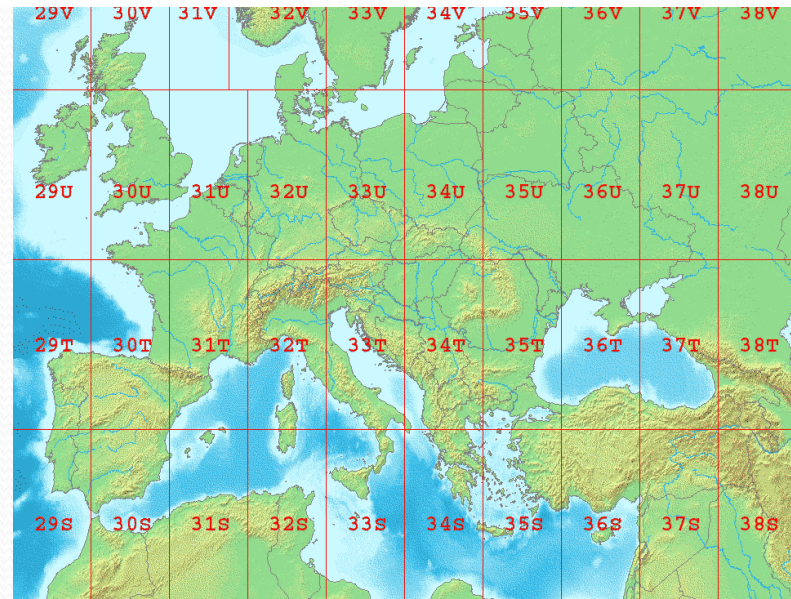
- A.B.D.'de geliştirilen ve tüm dünyada yaygınlaşan UTM, silindirik projeksiyona dayalı olarak tüm dünyanın "zone" adı verilen 6° lik dilimlere ayrıldığı bir sistemdir.
- Dilimler 180° meridyeninden başlar. Türkiye, 35-38 numaralı zone'lara karşılık gelmektedir.
- Ülkemizdeki 35-38 zone'lara karşılık gelen DOM'lar, 27°, 33°, 39°, 45° şeklindedir.



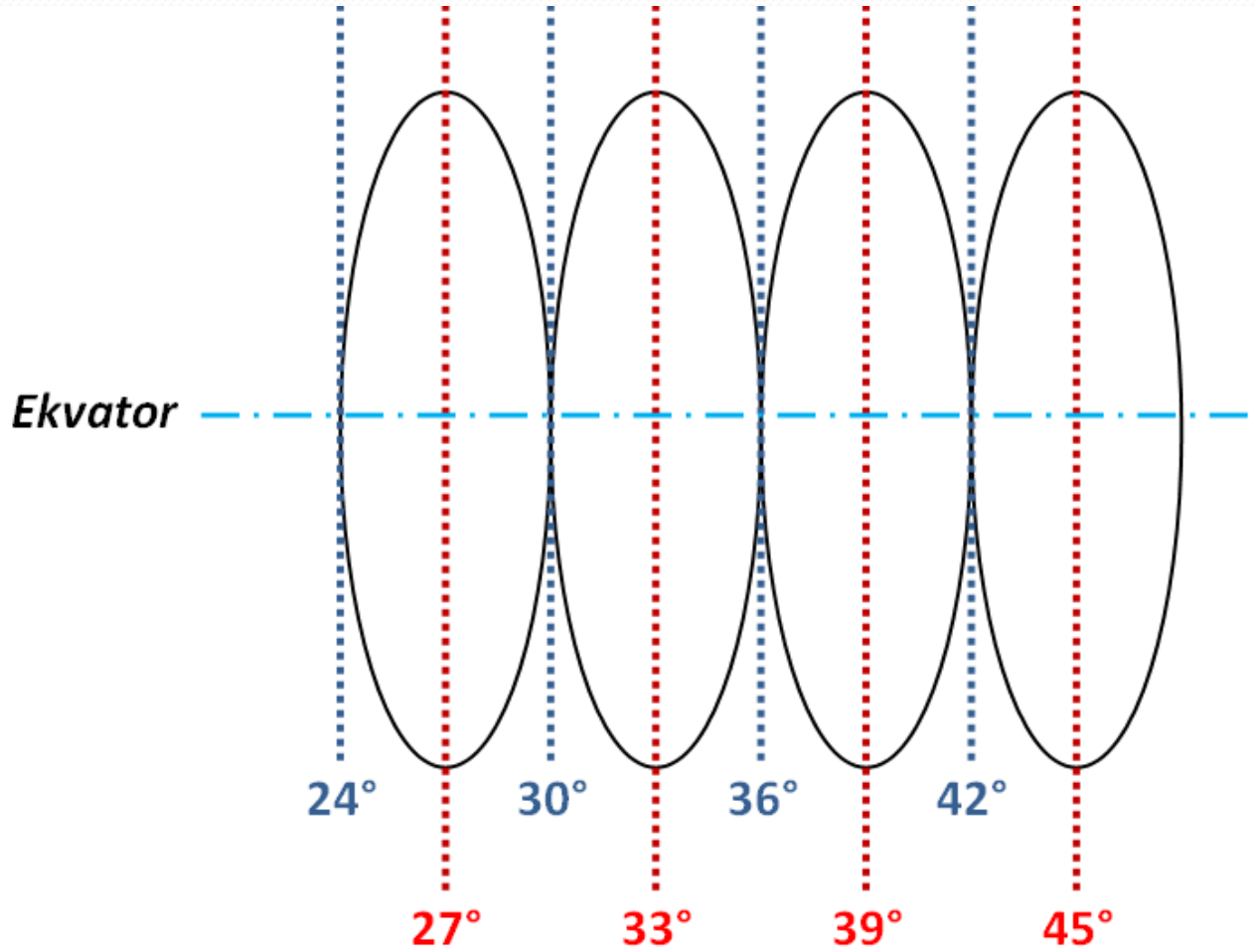
Dünya UTM Dilimleri



Avrupa UTM Dilimleri



Ülkemizdeki UTM Zonları ve Dilimleri



Universal Transverse Mercator (UTM)

- Bu projeksiyon sisteminde, dilim (zone) numarası veya buna karşılık gelen dilim orta meridyeni olmadan “sağa” değerler tek anlamlı değildir.
- Herhangi bir noktanın UTM koordinatları hesaplanırken, öncelikle hangi Dilim Orta Meridyenine göre hesaplama yapılacağı belirlenmelidir.

- Örneğin, 34° boylamında bir noktanın hangi dilime (zone'e) girdiğini bulmak için;

$DOM = 6 \text{ int} \left(\frac{\lambda}{6} \right) + 3$ formülü kullanılabilir. Buna göre;

$DOM = 6 \text{ int} \left(\frac{34^\circ}{6} \right) + 3 = 33^\circ$ şeklinde hesaplanır.

Bu noktanın bulunduğu UTM Zon numarası için ise;

$Zone\ Number = \text{int} \left(\frac{\lambda}{6} \right) + 31$ formülü kullanılabilir. Buna göre;

$Zone\ Number = \text{int} \left(\frac{34^\circ}{6} \right) + 31 = 36$ şeklinde hesaplanır

Universal Transverse Mercator (UTM)

- UTM koordinatları Gauss-Krüger'den farklı olarak
 - Ölçek faktörü
 - Sağa değere ekleme (false easting) içerir.

$$x_{UTM} = 0.9996 x_{GK} \text{ (yukarı)}$$

$$y_{UTM} = 0.9996 y_{GK} \text{ (sağa)} + 500.000$$