

# Alan Hesapları

Prof. Dr. Bahadır AKTUĐ

## Alan Hesaplamaları

- Alan hesaplamaları, doğrudan ölçü değerleri (uzunluk) veya bölgenin köşe (kırıklık) noktalarının koordinat değerleri ile yapılabilir.
- Ölçü değerleri ile yapılan alan hesaplamalarında ölçüler iki türlü olabilir.
  - Bağlama Yöntemi ile alınmış ölçüler (kırıklık noktaları arasındaki mesafeler ölçülmüş ise)
  - Dik Alım Yöntemi ile yapılmış Ölçüler (belirli bir doğrultudaki uzunluklar ile bu doğrultuya dik uzunluklar ölçülmüş ise)
- Koordinatlarla yapılan alan hesaplamalarında doğrudan köşe noktalarının koordinatları (x,y) kullanılır.

## Bağlama Yöntemi ile alınan Ölçüler ile Alan Hesabı

- Bağlama yönteminde, ilgilenilen alanı oluşturan köşe noktaları arasındaki uzunluklar üçgen oluşturacak şekilde ölçülür.
- Bağlama yöntemi pratik bir ölçme yöntemidir. Zira, sadece çelik şerit ve işaretleme için jalon kullanılması yeterlidir.
- Bağlama yöntemine göre alınmış uzunluk ölçüleri ile alan hesabında üçgenlerin alanından yararlanır.
- Uzunluk ölçüleri kırıklık noktaları arasında yapılır.
- Alan, alanın geometrisine ve alınan uzunluk ölçülerine göre üçgenlere bölünür.
- Daha sonra her bir üçgenin alanı hesaplanarak toplanır ve alan bulunur.

# Bağlama Yöntemi ile alınan Ölçüler ile Alan Hesabı

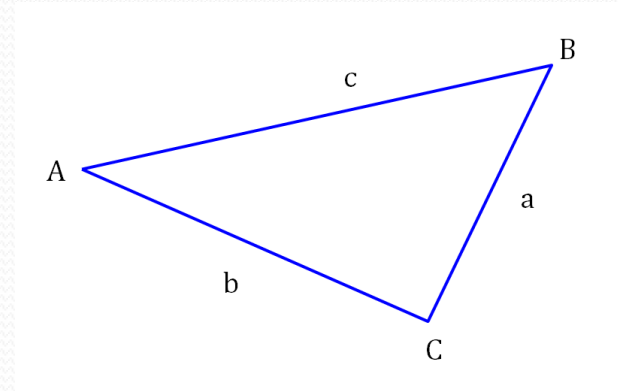
- Kenar uzunlukları bilinen bir üçgenin alanı:

Üçgenin alanı

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Burada p,

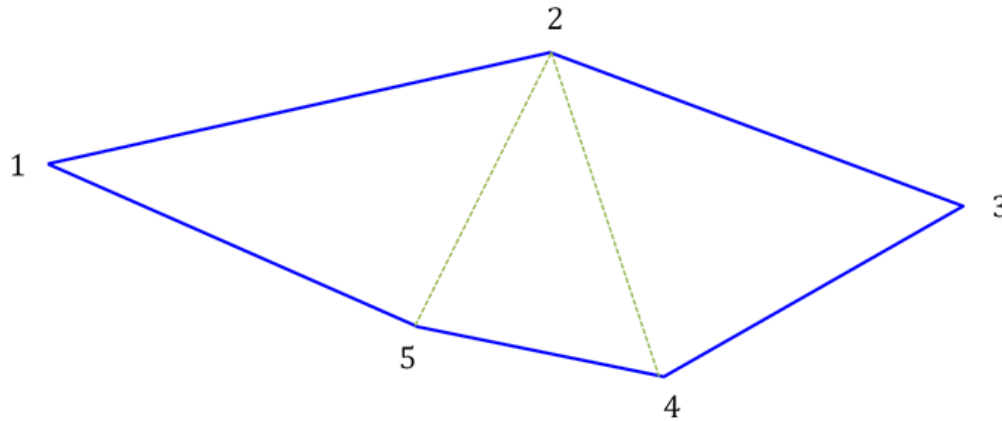
$$p = \frac{a+b+c}{2}$$



# Bağlama Yöntemi ile alınan Ölçüler ile Alan Hesabı

## ÖRNEK:

Kenar uzunlukları aşağıdaki şekilde verilen bölgenin alanını hesaplayınız



Kenarlar	Uzunluk
1-5	32.80
5-2	24.71
1-2	41.79
5-4	20.38
4-2	27.81
4-3	27.95
3-2	35.72

# Bağlama Yöntemi ile alınan Ölçüler ile Alan Hesabı

## ÇÖZÜM:

Bölge toplam üç üçgenden oluşmaktadır.

$$p_1 = \frac{d_{1-2} + d_{5-2} + d_{1-5}}{2} = \frac{41.79 + 24.71 + 32.80}{2} = 49.65m$$

$$A_1 = \sqrt{p_1(p_1 - d_{1-2})(p_1 - d_{5-2})(p_1 - d_{1-5})} = 404.97m^2$$

$$p_2 = \frac{d_{2-5} + d_{5-4} + d_{2-4}}{2} = \frac{24.71 + 20.38 + 27.81}{2} = 36.45m$$

$$A_2 = \sqrt{p_2(p_2 - d_{2-5})(p_2 - d_{5-4})(p_2 - d_{2-4})} = 243.75m^2$$

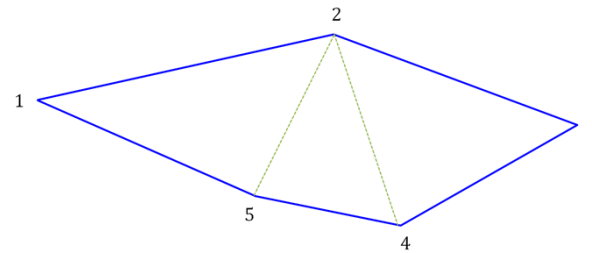
$$p_3 = \frac{d_{2-3} + d_{3-4} + d_{2-4}}{2} = \frac{35.72 + 27.95 + 27.81}{2} = 45.74m$$

$$A_3 = \sqrt{p_3(p_3 - d_{2-4})(p_3 - d_{3-4})(p_3 - d_{2-4})} = 382.35m^2$$

$$\text{Toplam Alan} = A_1 + A_2 + A_3 = 1031.07m^2$$

## ÖRNEK:

Kenar uzunlukları aşağıdaki şekilde verilen bölgenin alanını hesaplayınız

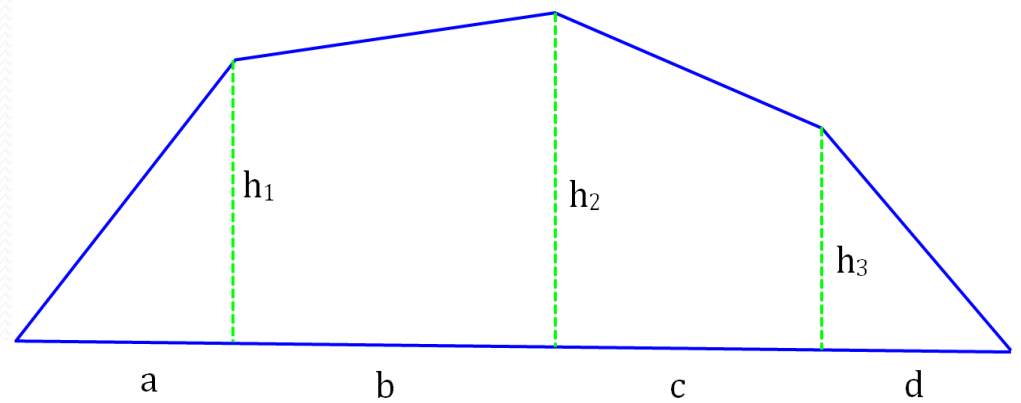


Kenarlar	Uzunluk
1-5	32.80
5-2	24.71
1-2	41.79
5-4	20.38
4-2	27.81
4-3	27.95
3-2	35.72

## Dik Alım Yöntemi ile alınan Ölçüler ile Alan Hesabı

- Dik alım yönteminde tüm bölge boyunca uzanan bir doğrultuya belirlenir.
- Bölgeyi oluşturan köşe noktalarının (kırıklık noktaları) konumları da bu doğrultuya göre tanımlanır.
- Bu yöntemde, verilen doğrultu üzerinde kırıklık noktaları arasındaki uzunluklar ve bu doğrultudan olan uzunluklar kullanılır.

# Dik Alım Yöntemi ile alınan Ölçüler ile Alan Hesabı



Alan aşağıdaki eşitlik ile hesaplanabilir:

$$A = \frac{h_1(a+b) + h_2(b+c) + h_3(c+d)}{2}$$

Bu eşitlik Thomson bağıntısı olarak bilinir. Eğer seçilen doğrultu, bölgenin bir kenarını oluşturmuyorsa, yukarıdaki eşitlik;

$$A = \frac{a(h_1 \pm h_2) + b(h_2 \pm h_3) + c(h_3 \pm h_4)}{2}$$

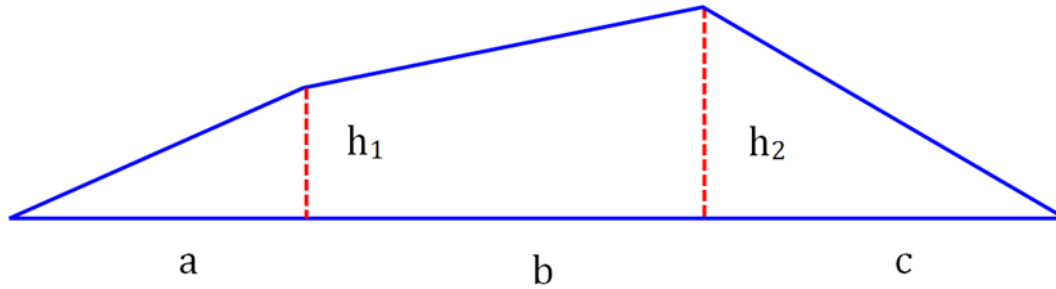
haline gelir. Kenarı sınırlayan diklerden biri ( $h$ ) doğrultunun diğer tarafından kalıyorsa,  $h$  değerleri negatif alınacaktır.



# Dik Alım Yöntemi ile alınan Ölçüler ile Alan Hesabı

## ÖRNEK:

Kenar uzunlukları aşağıdaki şekilde verilen bölgenin alanını hesaplayınız

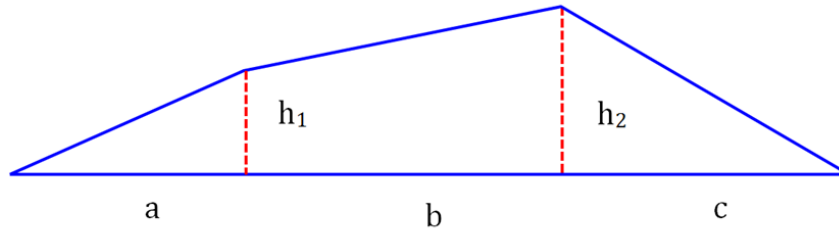


kenarlar	Uzunluk
a	20.80
b	27.87
c	25.62
h <sub>1</sub>	9.03
h <sub>2</sub>	14.66

# Dik Alım Yöntemi ile alınan Ölçüler ile Alan Hesabı

## ÖRNEK:

Kenar uzunlukları aşağıdaki şekilde verilen bölgenin alanını hesaplayınız



kenarlar	Uzunluk
a	20.80
b	27.87
c	25.62
h <sub>1</sub>	9.03
h <sub>2</sub>	14.66

## ÇÖZÜM:

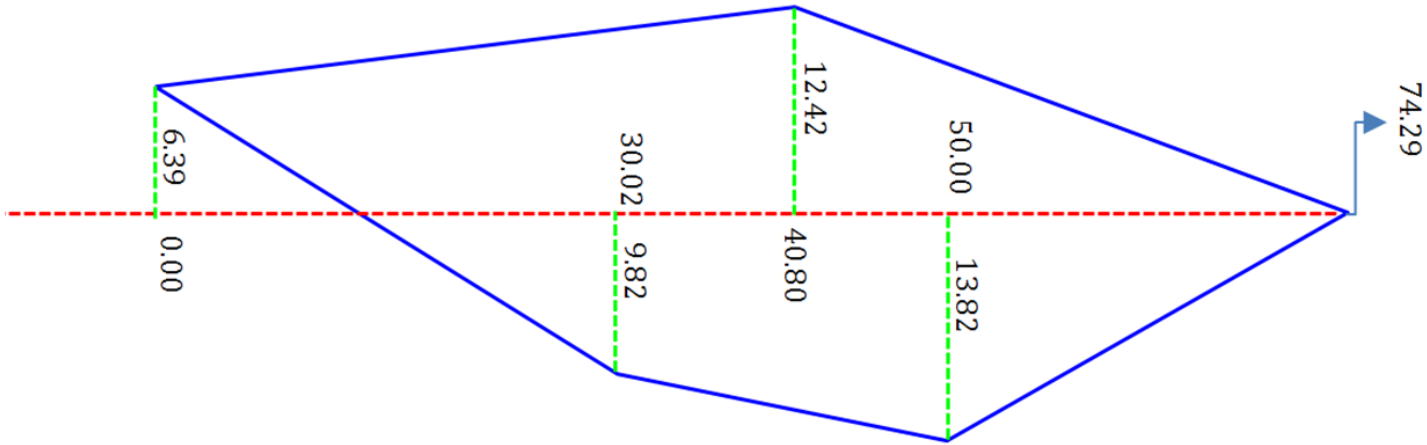
Thomson bağıntısı uygulanarak:

$$A = \frac{h_1(a+b) + h_2(b+c) + h_3(c+d)}{2} = \frac{9.03(20.80 + 27.87) + 14.66(27.87 + 25.62)}{2} = 611.83 \text{ m}^2$$

# Dik Alım Yöntemi ile alınan Ölçüler ile Alan Hesabı

**ÖRNEK:**

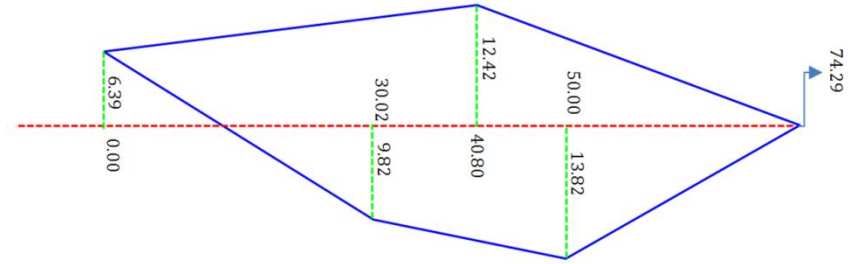
Kenar uzunlukları aşağıdaki şekilde verilen bölgenin alanını hesaplayınız



# Dik Alım Yöntemi ile alınan Ölçüler ile Alan Hesabı

ÖRNEK:

Kenar uzunlukları aşağıdaki şekilde verilen bölgenin alanını hesaplayınız



ÇÖZÜM:

Kenarlar aşağıdaki şekilde bulunabilir:

$$a = 40.80 - 0.00 = 40.80$$

$$b = 74.29 - 40.80 = 33.49$$

$$c = 74.29 - 50.00 = 24.29$$

$$d = 50.00 - 30.02 = 19.98$$

$$e = 30.02 - 0.00 = 30.02$$

Daha sonra Thompson bağıntısı uygulanarak:

$$A = \frac{a(h_1 + h_2) + b(h_2 + h_3) + c(h_3 + h_4) + d(h_3 + h_4)}{2}$$

$$A = \frac{40.80(12.42 + 6.39) + 33.49(12.42 + 0) + 24.29(0 + 13.82) + 19.98(9.82 + 13.82) + 30.02(9.82 - 6.39)}{2}$$

$$A = 1047.18 \text{ m}^2$$

## Koordinatlarla Alan Hesabı

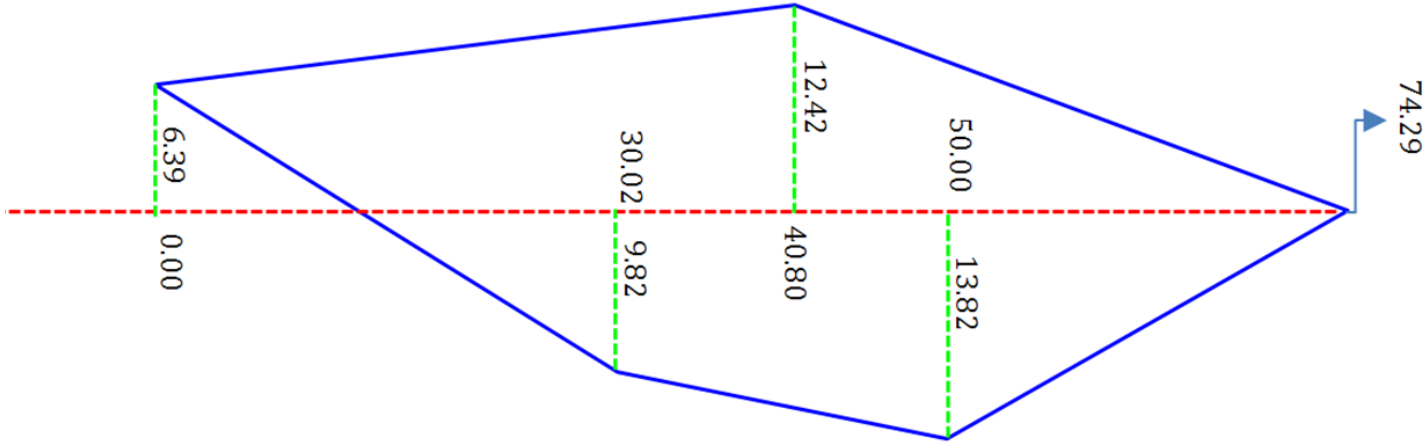
- Koordinatlarla alan hesabı köşe noktalarının koordinatları bilindiğinde uygulanabilmektedir.
- Koordinatlar ile alan hesabında en pratik yöntem Gauss Alan Hesabı yöntemidir.
- Hesaplamalarda koordinat eksenlerinin seçimi önemli olmamakla birlikte, buna bağlı olarak alan negatif çıkabilmektedir.
- Bu durumda çıkan değerın mutlak değerini almak gerekir. Gauss Alan eşitliği aşağıdaki şekilde verilir:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (y_{i+1} - y_{i-1})}{2}$$

# Koordinatlarla Alan Hesabı

**ÖRNEK:**

Kenar uzunlukları aşağıdaki şekilde verilen bölgenin alanını hesaplayınız



# Koordinatlarla Alan Hesabı

**ÇÖZÜM:**

Dik alım değerleri koordinat olarak kullanılır

	X	Y
1	0.00	6.39
2	40.80	12.42
3	74.29	0.00
4	50.00	-13.82
5	30.02	-9.82

ve Gauss Alan Bağıntısı uygulanarak:

$$A = \frac{40.80(0 - 6.39) + 74.29(-13.82 - 12.42) + 50.00(-9.82 - 0) + 30.02(6.39 + 13.82)}{2} = 1047.18 \text{ m}^2$$

bulunur.

**ÖRNEK:**

Kenar uzunlukları aşağıdaki şekilde verilen bölgenin alanını hesaplayınız

