

Açı ve Doğrultu Ölçmeleri

Prof. Dr. Bahadır AKTUĞ

Açı ve Doğrultu Ölçmeleri

- Doğrultu ve Açı ilişkisi
- Teodolit ve Yapısı
- Teodolit hata kaynakları
- Yatay ve Düşey Açıların Ölçümü

Doğrultu ve Açı İlişkisi

Açı, iki doğrultu arasındaki yön farkıdır. Genel olarak her iki geometrik büyüklüğün de ayrı ayrı kullanım alanları vardır.

Üç boyutlu uzayda, herhangi iki doğrultu arasındaki açıya “uzay açısı” adı verilir.

Ölçme’de uzay açıları yerine bunların yatay ve düşey düzlemdeki izdüşümleri kullanılır.



Doğrultu gözlemi;

Aynı doğru üzerinde bulunması gereken arazi noktalarının oluşturulması,

Açı gözlemi ise;

Uzunluklarla birlikte koordinat elde edilmesinde kullanılırlar.

Açı ve birimler

- Açılar için,
 - Derece
 - Grad
 - Radyan

birimleri kullanılır.

- Bunlardan radyan yay birimidir. 1 radyanlık yayın uzunluğu çemberin yarıçapına eşittir.
- Çemberin çevresi ise $400^g=360^\circ=2\pi$ olarak ifade edilir.
- Derece ve Grad'ın alt birimleri vardır.
 - $1^\circ=60'$ ve $1'=60''$
 - $1^g=100^c$ ve $1^c=100^{cc}$

şeklindedir.

Küçük açılar

Küçük açılarda, açının değeri, sinüsü ve tanjantı ile aynı kabul edilebilir. Küçük açılarda geçerli bu durum, çeşitli yükseklik ve uzunlukların kolaylıkla hesaplanmasını sağlamaktadır.

Buna göre,

$$\alpha \cong \sin \alpha \cong \tan \alpha$$

α (°)	α (radyan)	$\sin \alpha$	$\tan \alpha$
1°	0.0175	0.0175	0.0175
3°	0.0524	0.0523	0.0524
5°	0.0873	0.0872	0.0875
10°	0.1745	0.1736	0.1763

Örnek

ÖRNEK:

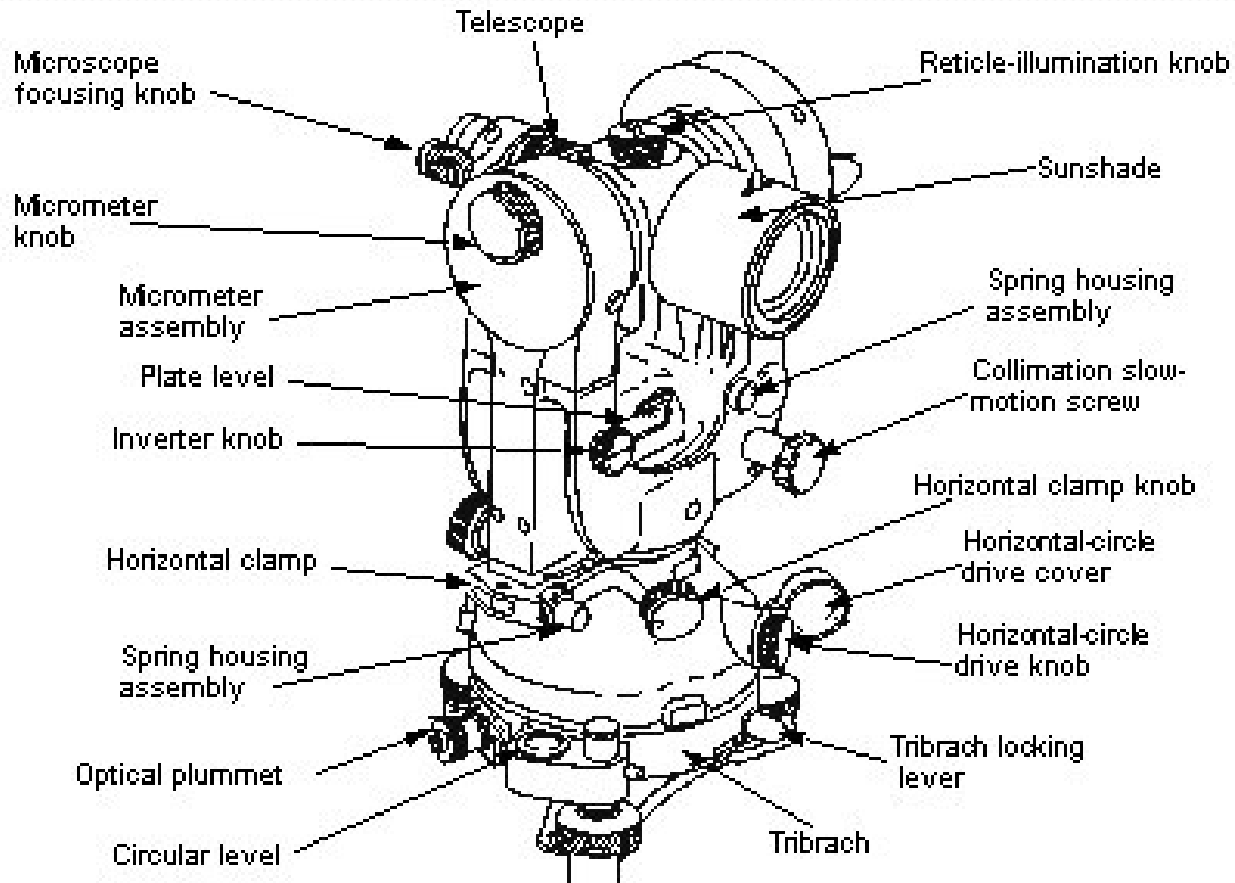
10 m yüksekliğindeki bir direğin alt ve üst noktaları arası 85° olarak ölçülmüşse, direğin uzaklığı nedir?

ÇÖZÜM:

$$\tan \alpha \cong \alpha = \frac{h}{d} = \frac{10}{d} \Rightarrow d = \frac{10}{85 \cdot \frac{\pi}{200.100}} = 749 \text{ m}$$

Teodolit ve Yapısı

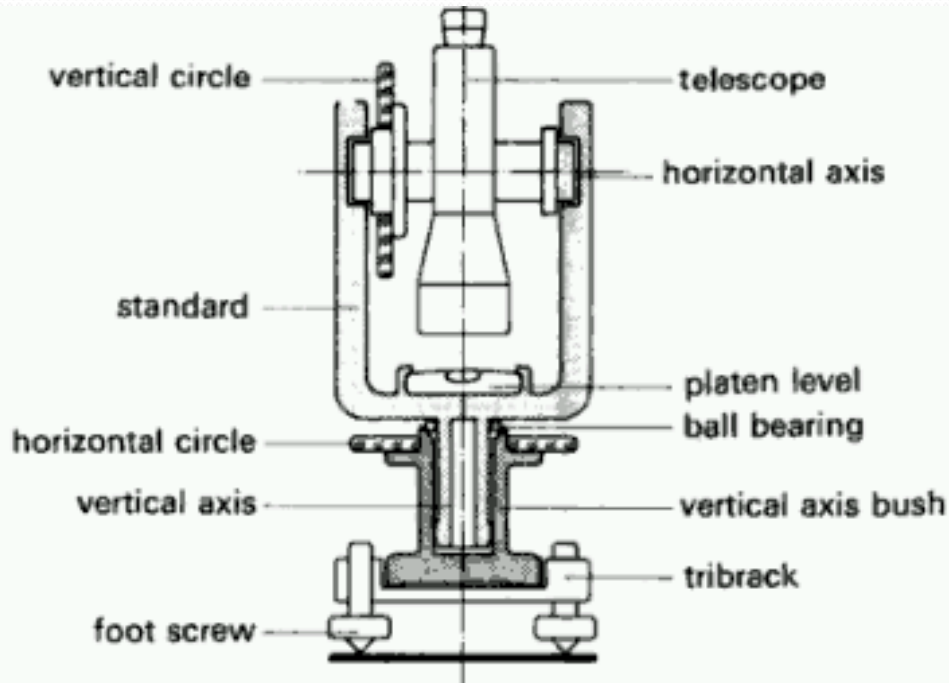
Yatay ve düşey düzeye doğrultuları dolayısıyla açıları ölçmeye yarayan optik aletlerdir. Günümüzde yerlerini, yatay ve düşey açılar yanında mesafe ölçümü de yapan “Total Station” bırakmış olsalar da, açı ölçüm prensipleri aynıdır.



Teodolit ve Yapısı

Teodolitler genel olarak “alt yapı” ve “üst yapı” adı verilen iki parçadan oluşur.

En önemli yapısal özellikleri sahip olduğu eksenleridir. Hangi marka veya model olursa olsun, yatay ve düşey açıları ölçebilmek için bu eksenlere sahip olması zorunludur.



Modern Teodolitler



Gyro-Teolodolit



- Gyro-teodolitler, gyrolar vasıtasıyla yön bilgisine sahiptirler.
- Bu şekilde herhangi bir nokta, başka bir nokta ve koordinatlarla hesap yapmaksızın semt/azimut ölçümleri yapabilirler.
- Gyroların dönüklük ölçümlerinin duyarlılığı sınırlı olup, zamansal drifte sahiptirler.

Teodolit ve Duyarlık

- Teodolitlerin ölçme duyarlılıkları tiplerine göre değişmektedir.
- Kısa mesafeli inşaat gibi çalışmalarda düşük duyarlıklı ve nispeten ucuz teodolitler kullanılırken, ülke ağ ölçmeleri ve astronomik açı ölçümlerinde yüksek duyarlıklı teodolitlere ihtiyaç duyulmaktadır.
- Tipik olarak teodolitlerin açı doğrultu ölçüm duyarlılıkları 0.3" den 2 grad saniyesine kadar değişmektedir.



Teodolit Eksenleri

- **DÜŞEY EKSEN/ASAL EKSEN (DD)**
 - Aleti etrafında döndürdüğümüz ve alet kurulduğu zaman düşey durumda olması gerekir.
- **DÜZEÇ EKSENİ (TT)**
- **YATAY EKSEN/MUYLU EKSENİ (YY)**
 - Dürbünü etrafında döndürdüğümüz ve alet kurulduğu zaman yatay durumda olması gerekir.
- **OPTİK EKSEN/DÜRBÜN EKSENİ (OO)**
 - Objektifin optik merkezi ile kilağının düşey ve yatay çizgilerinin kesiştiği noktadan geçer.

Açı Ölçüm Yöntemleri

- Yatay açıların ölçülmesinde;
 - Basit Açı Ölçümü
 - İki Yarım Silsile
 - Silsile veya Tam Silsile

yöntemleri kullanılır.

- Basit açı ölçümünde, doğrultular dürbünün sadece bir durumu ile belirlenerek aradaki açılar doğrultu farklarından hesaplanır.

Silsile Yöntemi

- Silsile yönteminde ise dürbünün her iki durumunda ölçüm yapılarak ortalamaları kullanılır. Hassas işlerde silsile yöntemi tercih edilir. Birden fazla silsile ölçümünde mebde kaydırması yapılır.
- Silsile yöntemi ile açıların hesabına birkaç yöntem bulunmakla birlikte, genel olarak aşağıdaki şekilde hesaplamalar yapılır:
 - Dürbünün her iki durumundaki ölçümler sıfıra indirilir.
 - Her bir silsile için sıfıra indirilen ölçümlerin ortalaması alınarak sıfıra indirilmiş ortalama bulunur.
 - Her bir silsile için sıfıra indirilmiş ortalamaların ortalaması alınarak kesin değer bulunur.

Yatay Açı Ölçümü

Durulan Nokta	Bakılan Nokta	Dürbünün		Sıfıra İndirilmiş Açı		Sıfıra İndirilmiş Ortalama	Kesin Açı
		I.Durumu	II.Durumu	I.Durum	II.Durum		
1	2	(grad)		(grad)		(grad)	(grad)
3	4	5	6	7	8		
A	B	0.0123	200.0120				
	C	44.6539	244.6564				
	D	140.4699	340.4724				
	E	231.7909	31.7941				
A	B	100.0128	300.0134				
	C	144.6558	344.6579				
	D	240.4708	40.4730				
	E	331.7922	131.7944				

Yukarıda silsile yöntemiyle elde edilmiş ölçülerden her bir doğrultunun değerini bulunuz.

Yatay Açı Ölçümü

Durulan Nokta	Bakılan Nokta	Dürbünün		Sıfıra İndirilmiş Açı		Sıfıra İndirilmiş Ortalama (grad)	Kesin Açı (grad)	Açıklamalar
		I.Durumu	II.Durumu	I.Durum	II.Durum			
1	2	(grad)		(grad)		7	8	9
A	B	0.0123	200.0120	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
	C	44.6539	244.6564	44.6416	44.6444	44.6430	44.6434	
	Ç	140.4699	340.4724	140.4576	140.4604	140.4590	140.4589	
	D	231.7909	31.7941	231.7786	231.7821	231.7804	231.7803	
A	B	100.0128	300.0134	0.0000	0.0000	0.0000		
	C	144.6558	344.6579	44.6445	44.6438	44.6438		
	Ç	240.4708	40.4730	140.4596	140.4588	140.4588		
	D	331.7922	131.7944	231.7810	231.7802	231.7802		

Teodolit Eksen Şartları

Teodolit eksen şartları ve bunlara bağlı ölçü hataları:

- **Düzeç eksenini düşey eksene dik olmalıdır (DD-TT)**
(alet yataylandığında) . Aksi durumda düzeç eksenini hatası oluşur.
- **Dürbün eksenini yatay eksene dik olmalıdır (OO-YY).**
Aksi durumda optik eksen hatası (kolimasyon) oluşur.
- **Yatay eksen yatay durumda olmalıdır (DDYY).**
Aksi durumda yatay eksen hatası oluşur.

Teodolit Eksen Şartları

- **Düzeç eksen hatasının tespiti:**

Düzeçlenmiş bir teodolit 200 grad döndürüldükten sonra düzeç kabarcığında kayma oluşursa oluşan, kayma miktarı düzeç eksen hatasının iki katıdır.

- **Optik Eksen (kolimasyon) Hatasının Tespiti**

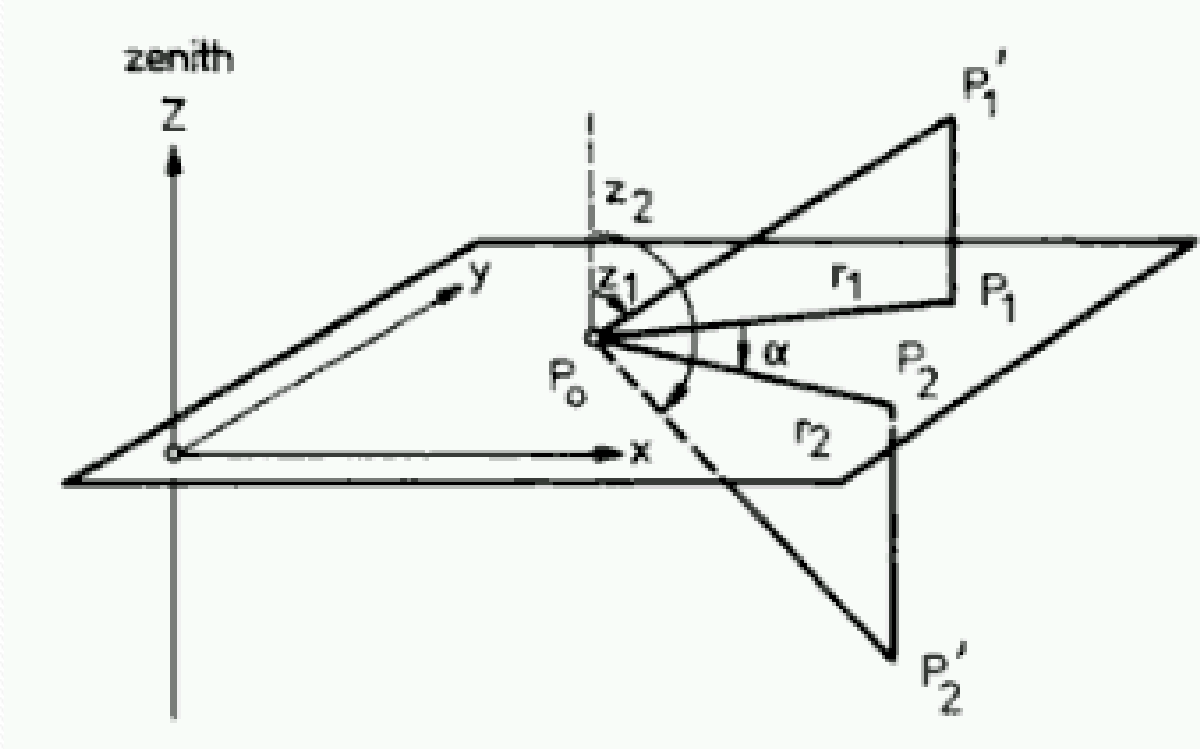
Taksimatlı bir ölçü çubuğuna (tercihen miraya) dürbünün iki durumunda tatbik yapılır. Aradaki fark kolimasyonun iki katıdır.

- **Yatay eksen hatasının tespiti**

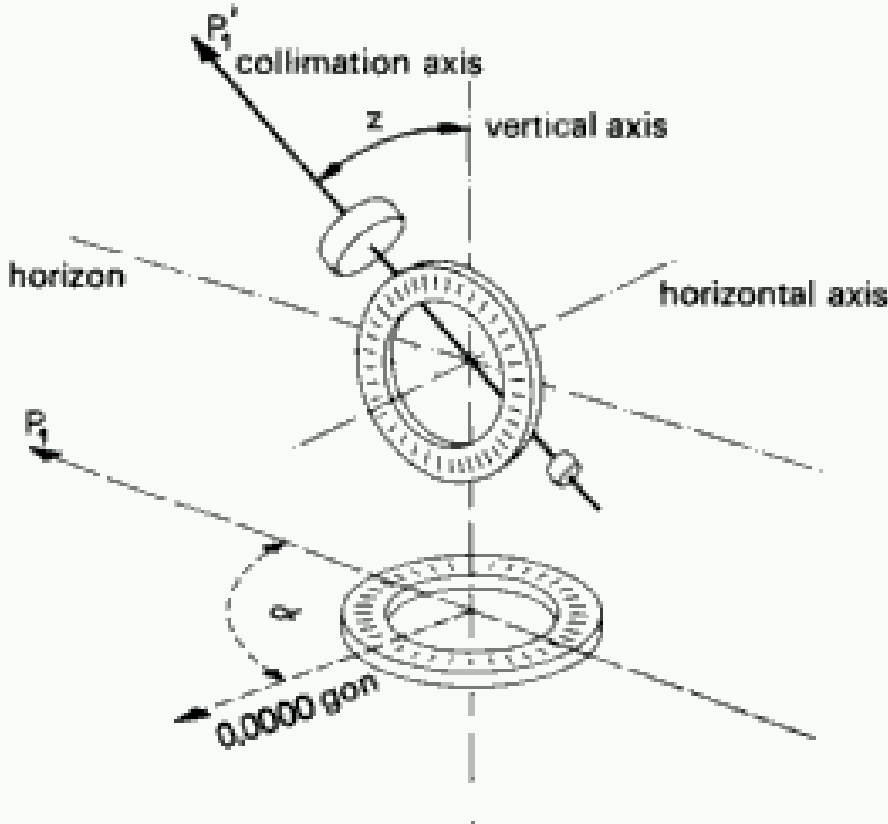
Kolimasyon hatasının tespitine benzer şekilde ancak bu defa yüksekteki bir noktadan başlanarak dürbünün iki durumunda tatbik yapılır. Aradaki fark hatanın iki katıdır.

Yatay ve Düşey Açılar

Yatay açılar ufuk düzleminde saat istikametinde, düşey açılar ise başucu (zenit) noktasından ufuk düzlemine doğru ölçülür.



Yatay ve Düşey Açılar



Yatay açılar; herhangi bir başlangıç doğrultusuna göre ölçülebilir. Bu doğrultuya “mebde” adı verilir.

Aynı mebde’den ölçülen farklı doğrultular arasındaki fark doğrultular arasındaki açıyı verir.

İki doğrultu arasındaki farkta alındığında mebde değerlerinin aynı olması nedeniyle açı elde edilmesinde mebde seçimi keyfidir. Ancak, doğrultu uygulamalarında “mebde” değerinin hassas ayarlanması gerekir.

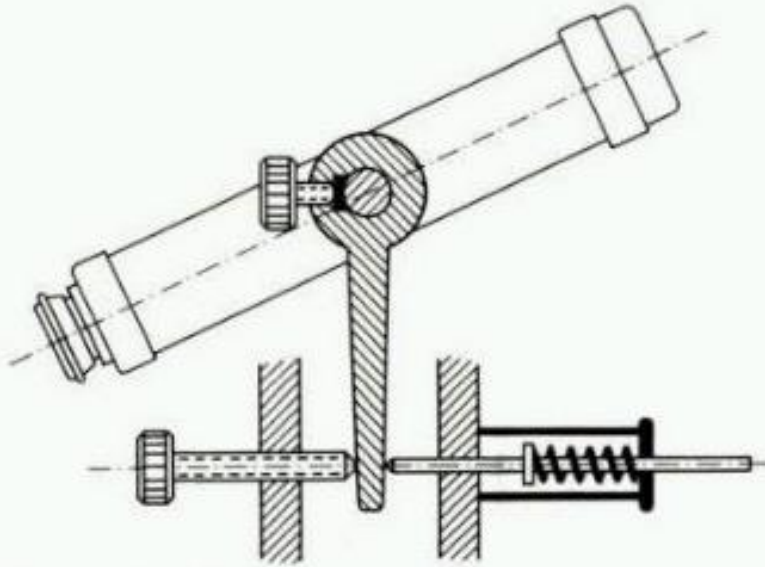
Yatay ve Düşey Açılar

Düşey açılar, bulunulan noktadan geçen çekül eğrisine teğet düşey doğrultudan itibaren ölçülür.

Bu düşey doğrultu, hassas düzeçlerle sağlanabilir.

Benzer şekilde yatay açıların ufuk düzleminde ölçülebilmesi de düzeç ile sağlanır. Aksi takdirde uzay açısı ölçülür.

Düzecin duyarlılığı özellikle düşey açıların belirlenmesinde çok önemlidir.



Teodolit Hata Kaynakları



**Teodolit Hata Kaynakları
aşağıdaki başlıklar altında
toplanabilir:**

- **Eksen Hataları**
- **Dış Merkezlik Hataları**
- **Taksimât Hataları**
- **Sürüklenme Hataları**

Teodolit Hata Kaynakları



Dışmerkezlilik Hataları

Dışmerkezlilik hataları iki grupta toplanır:

Bölüm dairesi dışmerkezliliği:

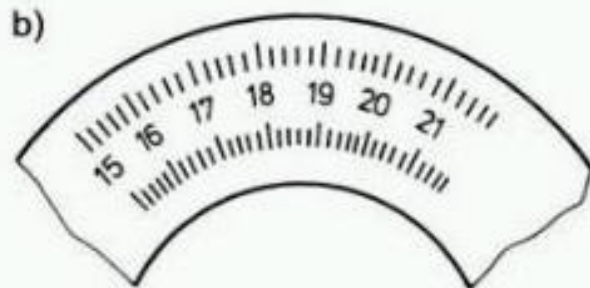
Yatay bölüm dairesi merkezinin düşey ekseninden geçmemesi

Optik Eksen dışmerkezliliği:

Düşey eksen optik eksenini kesmediği durumda

Teodolit Hata Kaynakları

Taksimat Hataları:



Teodolitin yatay ve düşey bölüm dairesinde özdeş olarak ayrılmış en küçük aralıklardır.

Taksimat hatası, bu aralıkların eşit olmamasından kaynaklanır.

Bu hatanın tespit için yatay bölüm dairesinin farklı yerlerinde ölçü yapmak gerekir. Diğer bir deyimle farklı "mebde" ler de ölçüm yapmak gerekir.

Teodolit Hata Kaynakları

Sürüklenme Hatası:

Teodolit döndürülürken, yatay bölüm dairesinin oynamaması gerekir. Oynaması halinde sürüklenme hatası meydana gelir.

Teodolit ile dürbünün her iki durumunda ölçü yapılarak birçok hata giderilir.

Giderilen hatalar:

- **Optik Eksen Hatası**
- **Yatay Eksen Hatası**
- **Bölüm Dairesi Dış Merkezliliği**
- **Optik Eksen Dış Merkezliliği**

Giderilemeyen hangi hata kaldı?

Teodolit Hata Kaynakları

Düzeç Ekseni hatası dürbünün iki durumunda ölçü yapmak suretiyle **GİDERİLEMEZ**.

Giderilmesinin tek yolu hata miktarının tespit edilmesi ve düzeç ayar vidası ile ayarlanmasıdır.

Düşey açı ölçümlerinde, ayrıca düşey kolimasyon hatası bulunur. Bu hatanın tespiti benzer şekilde iki durumda ölçü ile yapılır.

Düşey kolimasyon için iki durumda yapılan ölçülerin toplamını 400 grad'dan çıkarılarak yarısı alınır ve ilk durumdaki ölçü değerine eklenir.

Teodolit Hata Kaynakları

Koordinat Sistemleri ve Uzunluk Ölçmelerinde öğrendiğimiz üzere;

Nokta koordinatların açı ölçüleriyle elde edilebilmesi için Açılar, koordinat eksenlerinden itibaren ölçülmelidir.

Bu amaçla ölçme çalışmalarında semt veya azimut seçilir. Diğer bir deyimle, Kuzeyden olan açıklık açısının ölçülebilmesi için iki seçenek bulunmaktadır:

- Yatay bölüm dairesinin sıfırının tam kuzeyi gösterecek şekilde ayarlanması,
- Yatay bölüm dairesinin herhangi bir doğrultuda sabitlenmesi.

Çoğunlukla ikinci yöntemle ölçü yapılır. Daha sonra ölçülen doğrultulardan birinin semt'i hesaplanarak ölçülerin hepsi kuzeyden olacak hale getirilir.

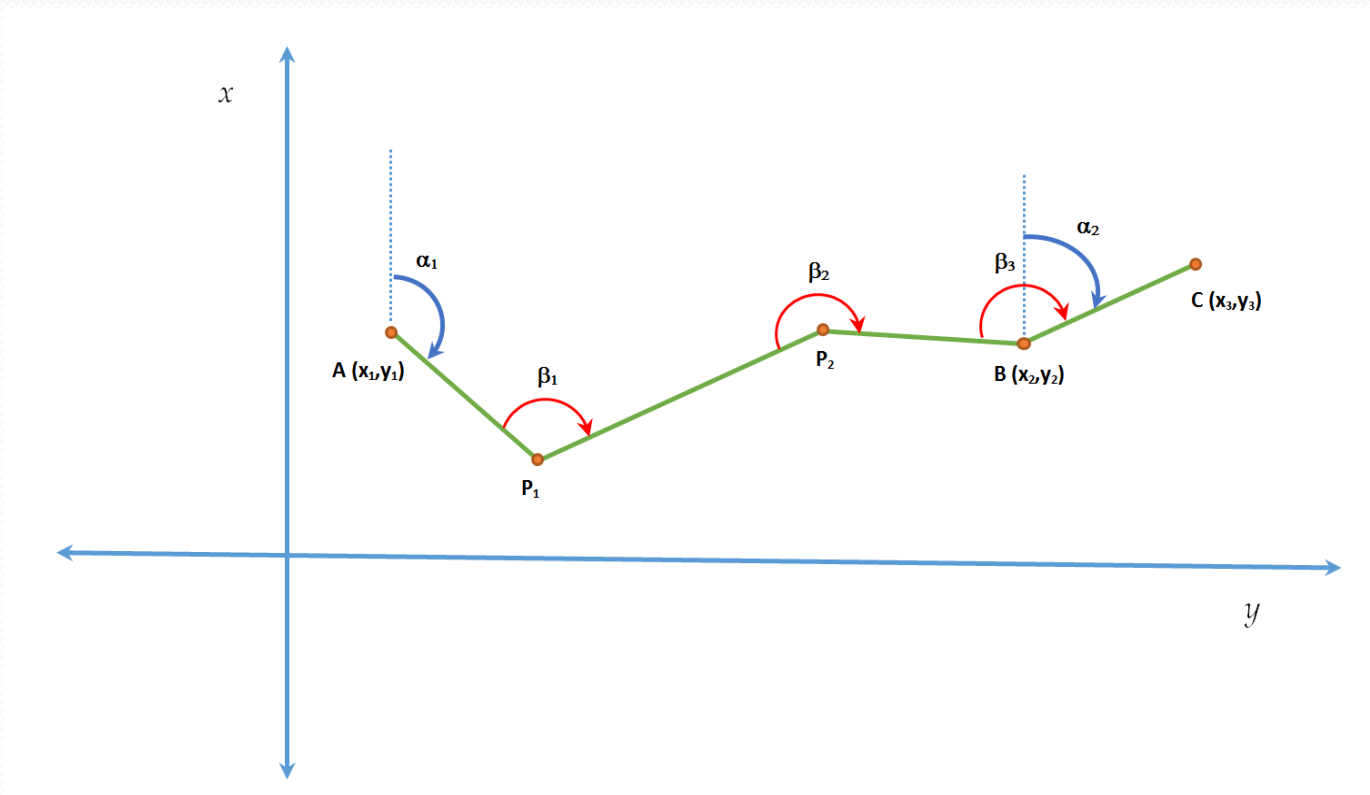
Poligon Ölçümleri

- Poligon ölçümleri temel olarak koordinatları bilinen noktalar ile yatay açı ve uzaklık ölçümleri kullanılarak yeni tesis edilen noktaların koordinatlarının hesaplanmasıdır. Poligonlar Dayalı (Bağlı) Poligon, Kapalı Poligon veya Açık (Kör) Poligon şeklinde ayrılır.
 - Dayalı Poligon
 - Kapalı Poligon
 - Açık (kör) Poligon

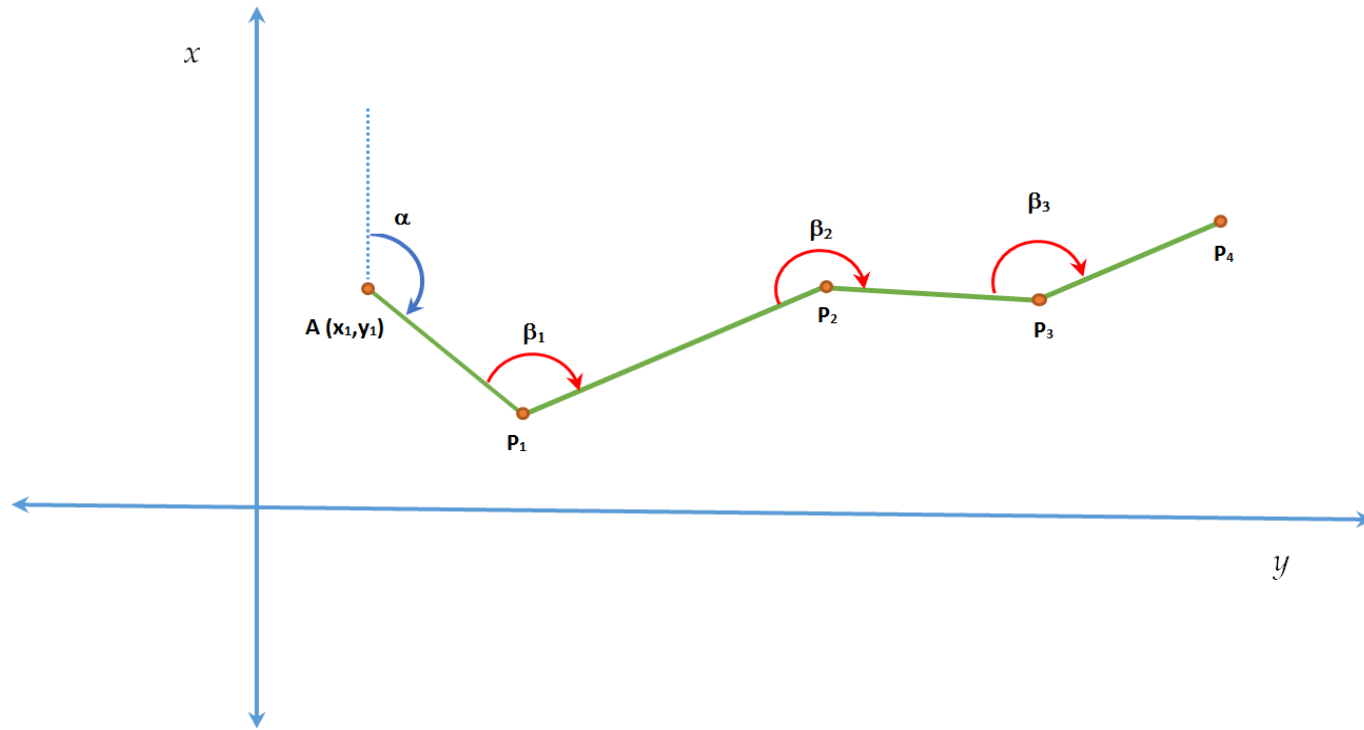
Poligon Ölçümleri

- Dayalı Poligon, koordinatları bilinen iki noktadan çıkış alınarak aradaki poligon noktalarına açı ve uzaklık ölçümleri yapılması ve poligonun yine koordinatları bilinen noktada tamamlanmasıdır.
- Kapalı Poligon, dayalı poligonda en son bağlanılan (uzunluk ve açı ölçümü yapılan) nokta olarak ilk nokta seçilirse, kapalı bir poligon oluşturulmuş olur.
- Açık Poligon, koordinatları bilinen bir noktadan çıkılarak poligon noktalarının ölçülmesidir. Açık poligonda en son nokta koordinatları bilinen bir nokta değildir. Bu nedenle ölçü kontrolü mümkün yoktur ve ancak açık mekândan kapalı bir mekâna giren poligon ağlarında, çıkmaz sokak vb. özel durumlarda kullanılır.
- Poligonların başlangıç noktalarının (dayalı poligonda bitiş noktasının da) koordinatları bilinmelidir. Ayrıca, başlangıç noktasından bir sonraki noktaya olan "semt" bilinmeli veya "semt" in hesaplanabileceği şekilde en az iki adet koordinatları bilinen nokta bulunmalıdır.

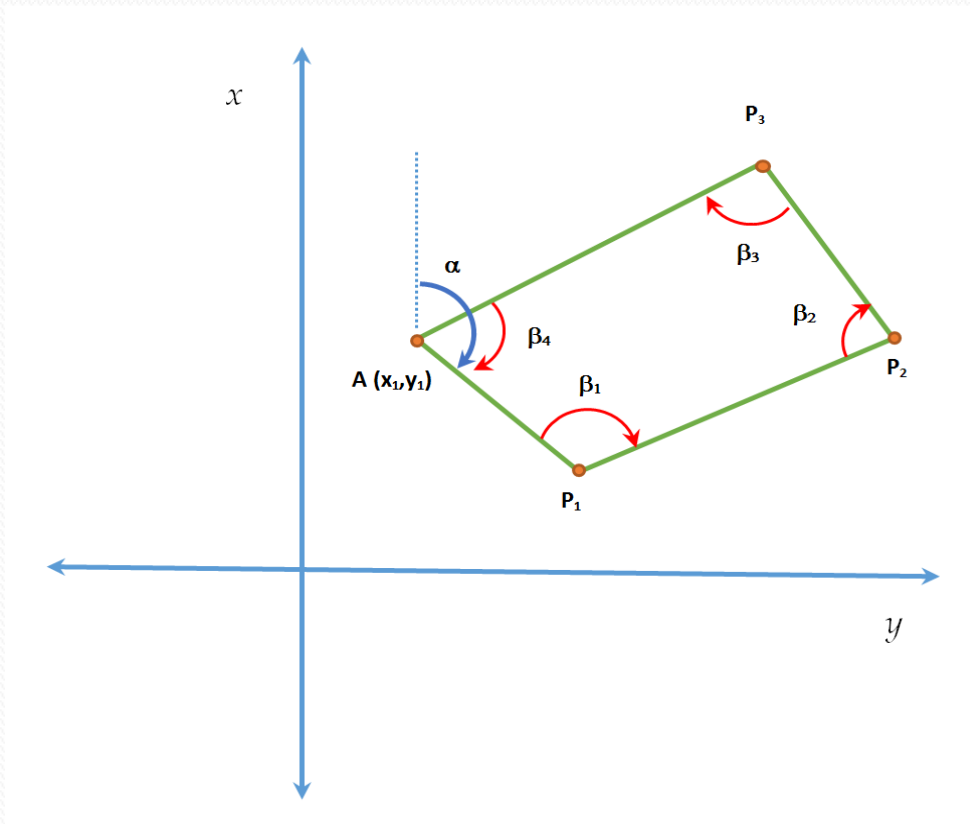
Dayalı Poligon



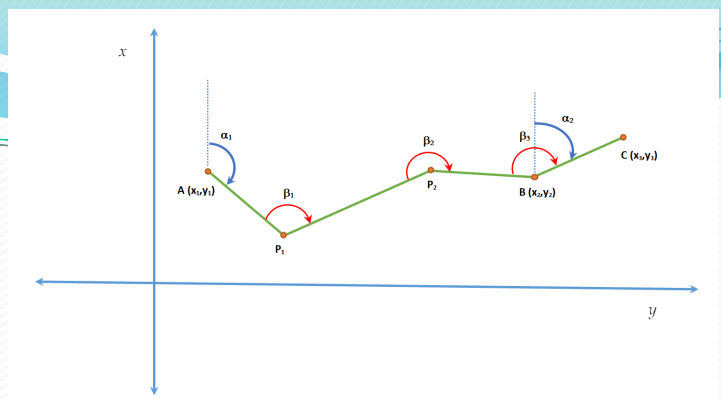
Açık Poligon



Kapalı Poligon



Poligon Hesapları



- Poligon hesaplarında öncelikle bir poligon hesap tablosu hazırlanır. Poligon hesap tablosuna mevcut değerler (bilinen semt değerleri), ölçülen kenarlar ve kırıklık açıları yazılır. Yukarıda verilen dayalı poligon örneğindeki değerler aşağıdaki şekilde olsun.
- $\alpha = 134^{\text{g}}.1475$
- $\beta_1 = 105^{\text{g}}.6547$
- $\beta_2 = 230^{\text{g}}.1139$
- $\beta_3 = 164^{\text{g}}.6315$
- $\alpha_{BC} = 34^{\text{g}}.5761$ (Bu değer, ikinci temel ödev ve koordinatlar kullanılarak hesaplanabilir)
- $S_{A-P_1} = 45.548 \text{ m}$
- $S_{P_1-P_2} = 61.123 \text{ m}$
- $S_{P_2-B} = 39.674 \text{ m}$
- $X_B: 44.244 \text{ m}$
- $Y_B: 110.322 \text{ m}$

- Hesaplama öncelikle, her bir geçki noktasındaki semt hesaplanır. Semt hesabında, daha önce Temel Ödevler kısmında açıklanan kurallar uygulanır.
- Hesaplamalar sonucunda BC semti $34^g.5746$ olarak bulunur. Buna karşın bu semtin verilen değeri $34^g.5761$ şeklinde olduğundan aradaki $f_{\beta}=15^{cc}$ farkın dağıtılması gerekir. Söz konusu hatanın dağıtılabilmesi için öncelikle kontrol eşik değeri geçip geçmediğine bakılır.

Poligon Hesap Karnesi

Nokta	Kırılma Açısı Değeri (β)	Semt (α)	Kenar Uzunluğu (S)	S sin (α) ΔY	S cos (α) ΔX	Y (m)	X (m)
A						0.000	0.000
P1	+5 ^{cc} 105 ^g .6547 105 ^g .6552	134 ^g .1745	45.548	39.141	-23.293	39.141	-23.293
P2	+5 ^{cc} 230 ^g .1139 230 ^g .1149	39 ^g .8292	61.123	35.794	49.546	74.935	26.253
B	+5 ^{cc} 164 ^g .6315 164 ^g .6330	69 ^g .9431	39.674	35.334	18.043	110.269 110.322	44.296 44.244
C		34 ^g .5761					

Kırıklık açıları için kontrol eşik değeri:

$$F_{\beta} = 1^{\circ} . 5 \sqrt{n}$$

şeklinde hesaplanır. Burada [S] kenar uzunluklarının toplamı, n ise kırıklık açısı adedidir. Buna göre;

$$f_{\beta} = 1^{\circ} . 5 \sqrt{3} = 2^{\circ} . 6 \text{ olarak bulunur.}$$

$f_{\beta} < F_{\beta}$ olduğundan hata sınırlar içindedir. Buna karşın, yine de kırıklık açılarına dağıtılması gerekir. Bu amaçla toplam hata miktarı (15°) kırıklık açılarına eşit miktarda (5°) dağıtılır.

Uzunlukların kapanmasının kontrolü ise ΔX ve ΔY değerleri ile hesaplanan koordinatlar ile verilen koordinatlar arasındaki farklardan hesaplanır. B noktasının verilen koordinatı ile hesaplanan koordinatı arasındaki toplam fark;

$$S = \sqrt{[\Delta Y]^2 + [\Delta X]^2} = \sqrt{5.3^2 + 5.2^2} = 7.4 \text{ cm}$$

$$f_y = 110.269 - 110.322 = -0.0530 \text{ m}$$

$$f_x = 44.296 - 44.244 = 0.0520 \text{ m}$$

şeklindedir.

Buna göre enine ve boyuna hatalar aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$f_Q = \frac{1}{S} (f_y \cdot [\Delta X] - f_x \cdot [\Delta Y]) = \frac{1}{146.345} (-0.053 \cdot (44.296) - 0.052 \cdot (110.269)) = -0.055m$$

$$f_L = \frac{1}{S} (f_y \cdot [\Delta Y] + f_x \cdot [\Delta X]) = \frac{1}{146.345} (-0.053 \cdot (110.269) + 0.0520 \cdot (44.296)) = 0.025m$$

Bu değerler eşik değerleri ile karşılaştırılır. Eşik değerleri;

$$F_Q(m) = 0.05 + 0.15\sqrt{S(km)} = 10.7 \text{ cm}$$

$$F_L(m) = 0.05 + 0.04\sqrt{n-1} = 3.5 \text{ cm}$$

Görüleceği üzere eşik değerler aşılmamıştır. Buna göre, uzunluk hataları uzunluklarla orantılı şekilde dağıtılır. Örneğin, ilk noktadan uzaklık değerlerine gelecek düzeltme aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\Delta X_1 = -\frac{f_x}{[S]} S_i = -\frac{-0.053}{146.345} 45.548 = 0.016m$$

$$\Delta Y_1 = -\frac{f_y}{[S]} S_i = -\frac{0.052}{146.345} 45.548 = -0.016m$$