

4.2.2 Faz ve Grup Hızı Kavramları

Yüzey dalgalarında, özellikle Love dalgalarında hızın frekansa bağlı olarak değiştiği bir dispersiyon olayı gözlenir. Bu dispersiyon olayının bir sonucu olarak, yüzey dalgalarının dalga şekli, kaynaktan itibaren farklı uzaklıklar için farklı biçimlerde olur ve dalga yayılımı tek bir hız değeri ile açıklanamaz. Bu durumda dalga yayılımı için iki tür hız söz konusudur. Bunlar;

- Faz hızı
- Grup hızı

dır.

Faz Hızı : Bir kaynaktan yayılan dalga paketi içerisindeki farklı frekanstaki dalgaların eş fazlı noktalarının hızı olarak tanımlanır ve $c(\omega)$ ile gösterilir (Şekil 4.36). Burada ω , ortam parametrelerine (katman kalınlığı, P ve S dalgası hızı, katılık, vb) bağlı açısal frekansı göstermektedir ve $\omega=2\pi f$ dir. Fazı hızı,

$$c(\omega) = \frac{\omega}{k} \quad (1)$$

ile gösterilir burada ω , açısal frekansa, k ise dalga sayısına karşılık gelmektedir.

Grup Hızı : Dispersif bir ortamda, frekansa bağlı olarak faz hızı değişiyorsa grup hızının da oluşması söz konusudur. Bir dalga paketi içerisinde farklı hızlarda ilerleyen ve frekansları birbirine yakın dalgalarının yapıcı girişimleri sonucu oluşan dalga gruplarının yayılma hızına “grup hızı” denir ve u ile gösterilir (Şekil 4.36).

Grup hızı kavramını anlayabilmek için öncelikle bir harmonik hareketin matematiksel gösterimi inceleyelim. Herhangi bir harmonik hareket

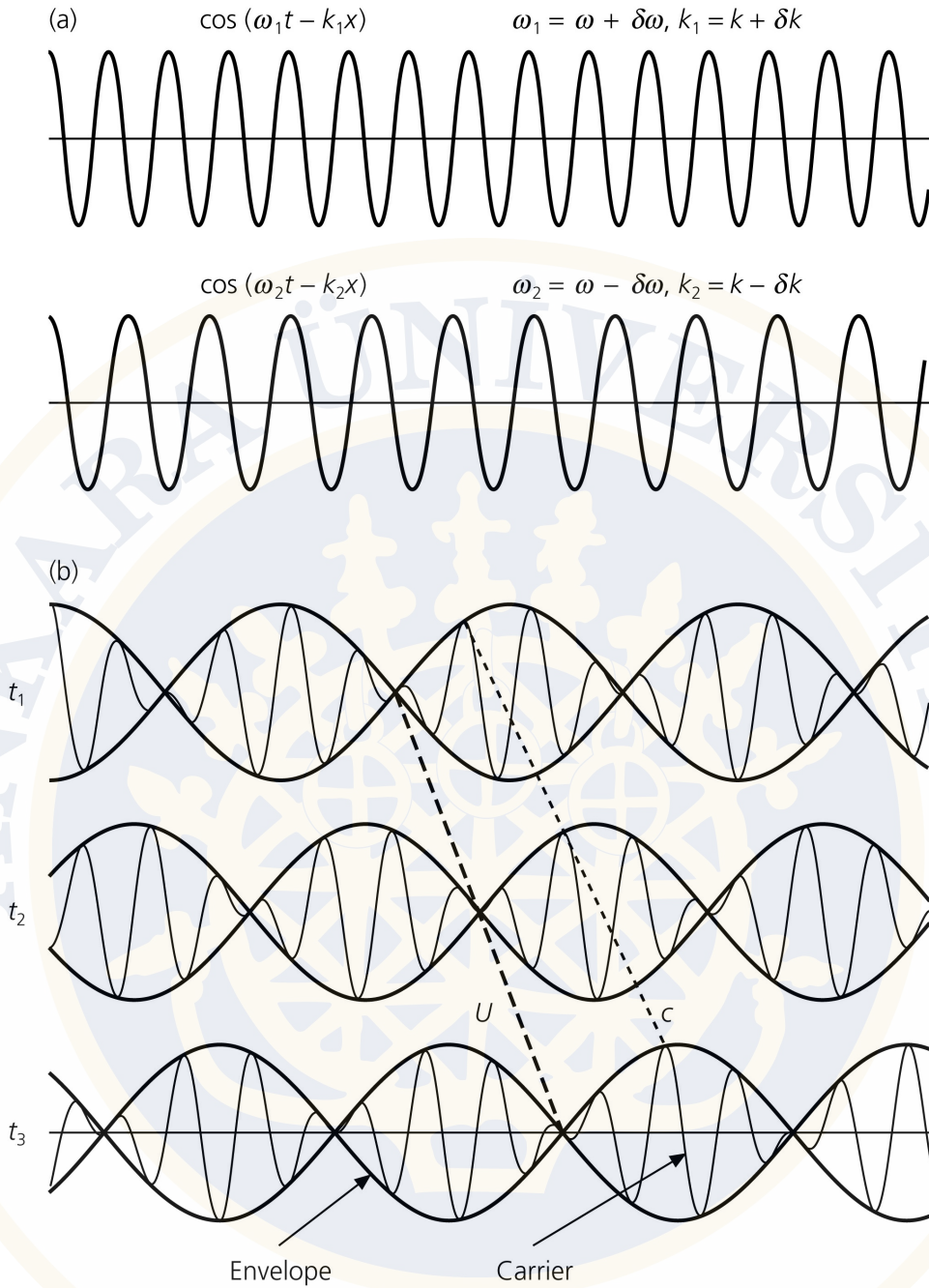
$$\phi = A \cos(\omega t - kx) \quad (2)$$

şeklinde tanımlanır. Burada A , dalganın genliği; ω , açısal frekans; t , zaman; k , dalga sayısı; x ise uzaklığı ifade etmektedir. ω , açısal frekans ile ilerleyen bu dalganın hızı (1) bağıntısı ile hesaplanabilir. Genlikleri birbirine eşit, frekansları (ω_1, ω_2), dalga sayıları (k_1, k_2) ve açısal hızları (c_1, c_2) birbirine çok yakın iki harmonik dalga hareketi düşünelim (Şekil 4.36). Bu iki harmonik dalganın toplamı,

$$u(x,t) = \phi_1 + \phi_2 = \cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t - k_2 x) \quad (3)$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega + \delta\omega & \omega_2 &= \omega - \delta\omega & \Rightarrow & \delta\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} & \omega &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} & \delta\omega &\ll \omega \\ k_1 &= k + \delta k & k_2 &= k - \delta k & \Rightarrow & \delta k = \frac{k_1 - k_2}{2} & k &= \frac{k_1 + k_2}{2} & \delta k &\ll k \end{aligned} \quad (4)$$



Şekil 4.36 Faz ve grup hızlarının iki harmonik dalganın toplamı ile gösterimi. (a) genlikleri eşit frekansları ve dalga sayıları farklı iki harmonik dalga. (b) iki harmonik dalganın toplamı.

olarak tanımlanıp (3) bağıntısında yerine yazılırsa ve $2 \cos x \cos y = \cos(x + y) + \cos(x - y)$ kuralından,

$$u(x, t) = 2 \cos(\omega t - kx) \cos(\delta\omega t - \delta kx) \quad (5)$$

elde edilir. Bu toplam dalga, birinci kosinüslü ifadenin ikinciye göre daha hızlı değiştiği basit bir harmonik hareketi göstermektedir. Şekil 4.36'da bu durum açıkça görülmektedir. Ayrıca

(5) bağıntısındaki ikinci kosinüslü ifade, genliği kontrol ederek dalga gruplarına ait zarfın ilerleme hızını verir. Bu zarfın hızı yani grup hızı U ,

$$U = \frac{\delta\omega}{\delta k} \quad (6)$$

bağıntısı ile verilir.

$\delta k \rightarrow 0$ limiti için $U = \frac{\delta\omega}{\delta k} \rightarrow U = \frac{d\omega}{dk}$ olur. Buradan,

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kc)}{dk} = c + k \frac{dc}{dk} \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (7)$$

$$U = c - \lambda \frac{dc}{d\lambda}$$

şeklinde faz ve grup hızları arasındaki ilişki elde edilir. Bu bağıntıdan grup hızının hem faz hızına hem de faz hızının dalga sayısı ile değişimine bağlı olduğu görülmektedir.

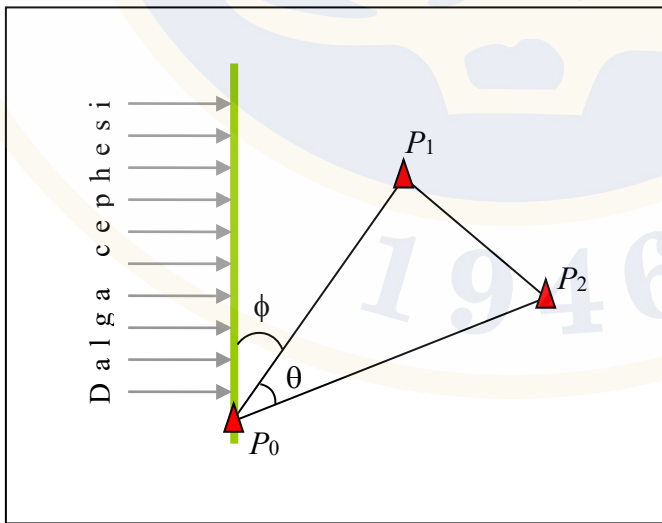
4.2.2.1 Faz ve Grup Hızlarının Hesaplanması

Yüzey dalgalarının gözlemsel yayılım hızlarını hesaplamak için geliştirilmiş farklı yöntemler bulunmaktadır. Bu yöntemler faz ve grup hızları için farklı şekilde uygulanmaktadır.

Faz hızı yöntemleri

Faz hızının, sismogramlardan hesaplanması için kullanılan yöntemler şunlardır:

1) *Üç istasyon yöntemi*: Bu yöntemde, dış odak uzaklığına en yakın istasyon ile diğer iki istasyon arasındaki uzaklık ve zaman farkından hesaplanacak görünür hızlar aşağıdaki şekilde hesaplanır. Şekil 4.37'ye göre,



Şekil 4.37 Üç istasyon yardımı ile faz hızının bulunması

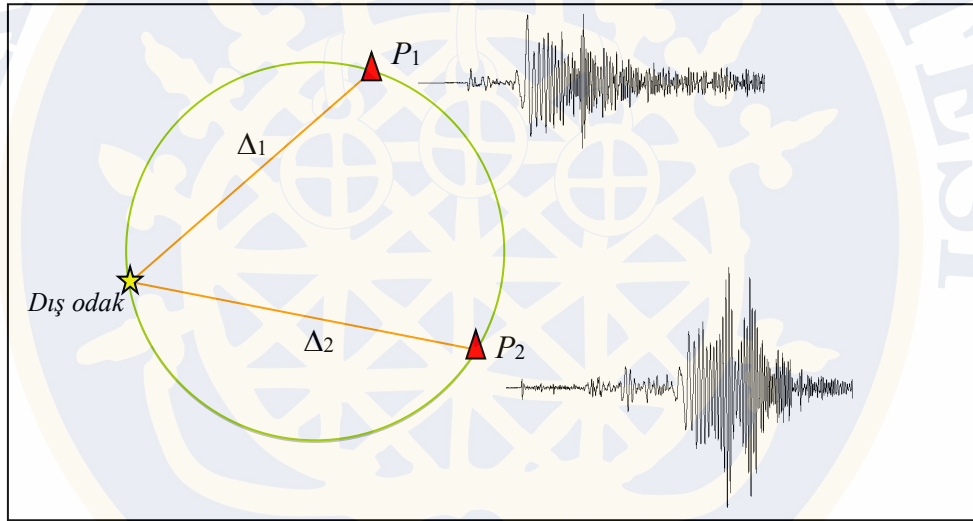
$$c_1 = \frac{\overline{P_0 P_1}}{\delta T_1}, \quad c_2 = \frac{\overline{P_0 P_2}}{\delta T_2} \quad (8)$$

dir. Faz hızı c ise

$$c = c_1 \sin \phi = c_2 \sin(\theta + \phi) \quad (9)$$

olur. Burada θ , dış odağa en yakın istasyonu en yakın diğer iki istasyona birleştiren doğrular arasındaki açı; ϕ ise bu doğrulardan biri ile dalga cephesi arasındaki açıdır.

2) *Fourier faz spektrumu (iki istasyon) yöntemi*: Daha duyarlı bir şekilde faz hızını hesaplamak için kullanılan bir yöntemdir. Fazın zaman gecikmesini bulmak için dış odaktan geçen ve aynı büyük daire üzerinde bulunan iki ayrı istasyonda kaydedilmiş benzer yüzey dalgaları kullanılır (Şekil 4.38). Bir dalga Δ_1 uzaklığından Δ_2 uzaklığına gidinceye kadar genliği ve fazı etkilenir.



Şekil 4.38 İki istasyon yardımı ile faz hızının bulunması.

Bu yöntemle göre faz hızı $c(T)$,

$$c(T) = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{(t_2 - t_1) + T(\phi_2(\omega) - \phi_1(\omega)) + N} \quad (10)$$

bağıntısı ile bulunur. Burada Δ_1 ve Δ_2 , istasyonların dış odağa olan uzaklıkları (km); t_2 ve t_1 , kaynaktan ilgili Fourier pencerelerine geçiş zamanları; $\phi_1(\omega)$ ve $\phi_2(\omega)$, Fourier analizinde faz spektrumlarından elde edilen değerlerdir. Eğer istasyonlarda farklı sismograflar kullanılmış ise bu değerlere sismografların faz tepkilerine göre bir düzeltme temrinin eklenmesi gerekir. N ise bir tamsayıdır. Bu yöntem uygulanırken, Fourier analizinden önce alçak geçirimli ya da bant geçirimli bir süzgeçleme yapılması gerekir.

3) *Tek istasyon yöntemi*: Bu yöntem, bir istasyondan ardışık olarak iki kez geçen aynı yüzey dalgalarına (mantodan geçen Rayleigh ($R_1-R_3, R_3-R_5, \dots, R_2-R_4, R_4-R_6, \dots$) ve Love ($G_1-G_3, G_3-G_5, \dots, G_2-G_4, G_4-G_6, \dots$) dalgaları) uygulanır. Bu yöntemde kaynağın ve kaydı yapan istasyonun özelliklerinin bilinmesine gerek yoktur. Bu yöntemle faz hızı $c(T)$,

$$c(T) = \frac{\Delta_0}{\delta t + T \left(\delta\phi + N + \frac{1}{2} \right)} \quad \delta t = t_{n+2} - t_n, \quad \delta\phi = \phi_{n+2} - \phi_n \quad (11)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada Δ_0 iki geliş arasındaki uzaklık, başka bir deyişle büyük dairenin çemberinin uzunluğudur. $1/2$ sayısı, iki kez kutuptan geçilmiş olmasından ileri gelen faz kaymasını göstermektedir. ϕ_{n+2} ve ϕ_n , ardışık iki R ya da G dalgasının faz spektrumlarıdır.

Grup hızı yöntemleri

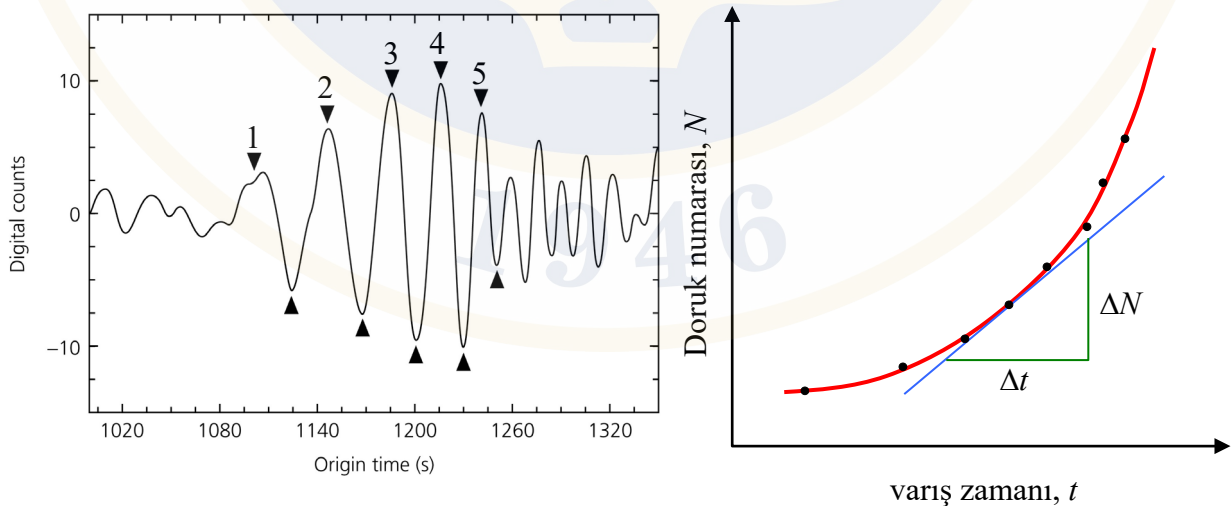
Grup hızının, gözlemsel verilerden hesaplanması için kullanılan yöntemler şunlardır:

1) *Doruk numarası yöntemi*: Bu yöntemde, Şekil 4.39a'daki gibi dispersiyona uğramış dalganın sismogram üzerindeki doruklarına sıra ile birer numara ($N = 1, 2, 3, \dots$ gibi) verilir. Her bir doruk noktasının varış zamanı (t_1, t_2, t_3, \dots) sismogram üzerinden okunur. Doruk noktası numaraları, varış zamanlarının bir fonksiyonu olarak çizilir.

Şekil 4.39'da herhangi bir t_i anında gelen bir dalganın periyodunu bulmak için, eğri üzerinde $t = t_i$ zamanına karşı gelen noktadan eğriye bir teğet çizilir ve teğetin eğiminden yani

$$T_i = \frac{\Delta t}{\Delta N} \quad (12)$$

bağıntısından periyot hesaplanır. Depremi oluş zamanı t_0 ve uzaklığı Δ olduğuna göre T_i periyodundaki dalganın grup hızı,



Şekil 4.39 Doruk numarası – zaman yöntemi ile grup hızının bulunması. a) Doruk numaraları, b) dört numaralı doruk noktası için periyodun bulunması $T_4 = \Delta t / \Delta N$.

$$U(T_i) = \frac{\Delta}{t_i - t_0} \quad (13)$$

olarak hesaplanır. Çeşitli T periyotları için hesaplanan hızlardan dispersiyon eğrisi çizilir.

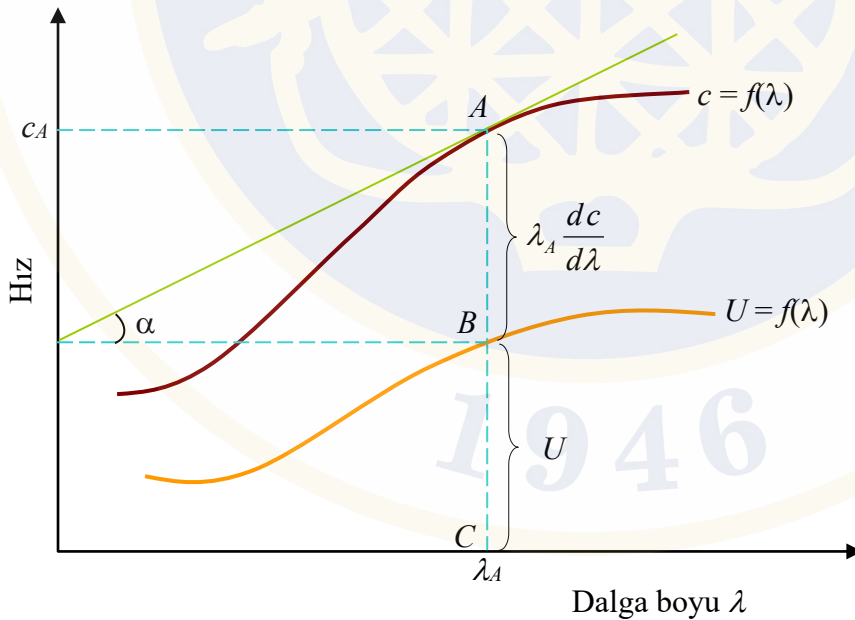
2) *Grafik yöntem*: Bu yöntemde, eğer faz hızının dalga boyuna göre değişim eğrisi ($c = f(\lambda)$) verilmişse, bu eğrileri kullanarak herhangi bir dalga boyuna ait grup hızı grafik yolla bulunabilir. Ayrıca grup hızı eğrisi de ($U = f(\lambda)$) çizilebilir. Şekil 4.40'daki gibi faz hızı c_A olan λ_A dalga boyundaki bir dalganın grup hızını bulmak için, A noktasından geçecek şekilde $c = f(\lambda)$ eğrisine bir teğet çizilir. Burada,

$$\tan \alpha = \frac{AB}{\lambda_A} = \frac{dc}{d\lambda} \Rightarrow AB = \lambda_A \frac{dc}{d\lambda} \quad (14)$$

dir. Buradan

$$BC = AC - AB = c_A - \lambda_A \frac{dc}{d\lambda} \quad (15)$$

elde edilir. (7) bağıntısına göre; BC , dalga boyu λ_A olan dalganın grup hızıdır. B noktası $U = f(\lambda)$ grup hızı eğrisine ait bir noktadır. $c = f(\lambda)$ dispersiyon eğrisinin farklı noktalarından hareketle bu teğetleri kullanarak $U = f(\lambda)$ eğrisi de çizilebilir.



Şekil 4.40 Grafik yöntemle grup hızının bulunması.

3) *İki istasyon yöntemi*: Faz hızının hesaplanması yöntemlerine benzer şekilde, bu yöntemde de dış odaktaki semt açıları aynı olan, diğer bir deyişle dış odaktan geçen aynı büyük daire

üzerinde bulunan iki istasyonda kaydedilen yüzey dalgalarından yararlanılır (Şekil 4.38). Bulunan faz hızından türev almakla grup hızı bulunabilir.

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{d\omega}{dk} = c + k \frac{dc}{dk} = c - \lambda \frac{dc}{d\lambda} \\
 &= \frac{c}{1 + \frac{T}{c} \frac{dc}{dT}} = \frac{c}{1 - k \frac{dc}{d\omega}} = \frac{c}{1 - \frac{\omega}{c} \frac{dc}{d\omega}} \quad (16) \\
 U &= \frac{c}{1 - \frac{\omega}{c} \frac{dc}{d\omega}}
 \end{aligned}$$

bağıntısından yararlanarak iki istasyondaki faz spektrumları yönteminden grup hızı aşağıdaki bağıntı ile bulunur.

$$U = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{(t_2 - t_1) + \frac{d\phi_2(\omega)}{d\omega} - \frac{d\phi_1(\omega)}{d\omega}} \quad (17)$$

Burada Δ_1 ve Δ_2 , istasyonların dış odak uzaklıkları (km); t_2 ve t_1 , kayıtlarda seçilen zaman pencerelerinin başlangıç zamanları ile depremin oluş zamanı arasındaki farklar; $\phi_1(\omega)$ ve $\phi_2(\omega)$, kayıtlara ait faz spektrumlarıdır. Burada başlangıç zamanının bilinmesine gerek yoktur. Ancak farklı kayıt aletlerinin kullanılması halinde $d\phi/d\omega$ terimlerinde kayıtçıların faz tepkileri ile ilgili düzeltmeleri yapmak zorunluluğu vardır.

4) *Tek istasyon yöntemi*: Deprem kaydındaki yüzey dalgalarının spektral analizi yapılarak faz spektrumu bulunur. $\phi_H(\omega)$ ve

$$U = \frac{\Delta}{t_0 + \frac{d\phi_H(\omega)}{d\omega} - \frac{d\phi(\omega)}{d\omega}} \quad (18)$$

bağıntısından grup hızı hesaplanır. Burada Δ , dış odak uzaklığı; t_0 , Fourier analizinde kullanılan zaman penceresinin başlangıç zamanı ile depremin oluş zamanı arasındaki fark; $d\phi/d\omega$, başlangıç fazı ve kayıtçının faz tepkisi ile ilgili bir terimdir. Bu yöntemde başlangıç fazının değişimi bilinmelidir.

4.2.3 Yüzey Dalgası Fazları

Cisim dalgalarında olduğu gibi, yüzey dalgaları için de kayıtlarında gözlenen bazı özel fazlar bulunmaktadır. Bu fazlar bir kanal boyunca ilerledikleri için kanal dalgaları olarak da bilinirler. Bu fazlar aşağıda verilmiştir.

Lg dalga fazı

Periyodu 0.5-1 sn arasında, büyük genlikli, yayılma hızı 3.5 km/sn olan ve uzun periyotlu sismogramlarda gözlenebilen bir dalga türüdür. Dalganın hareketi, yayılma doğrultusuna dik ve yatay düzlemedir. Bunun yanısıra küçük olmakla beraber bir de düşey bileşeni vardır. Bu dalga türü, kıtasal kabukta granit katmanı içerisinde ilerler. Uzaklık azaldıkça Lg'nin zaman uzaklık eğrisi Sg'nin eğrisi ile birleşir. Yörüngesi kıtasal kabuk içerisinde geçen depremlerde görülür. Dalga yörüngesinin bir kısmı okyanusal kabuktan geçiyorsa Lg dalgası oluşmaz. Daha çok Love dalgasına benzerler ve ters dispersiyon özelliği gösterirler.

Rg dalga fazı

Periyodu 3-20 sn, hızı ise 2.84-3.24 km/sn arasında değişen bu dalgalar kıtasal kabukta granit tabakası içerisinde ilerler. Lg dalgası ile birlikte oluşan bir tür Rayleigh dalgasıdır. Ters dispersiyon özelliği gösterirler.

Pa ve Sa dalga fazları

İlk kez Caloi (1954) tarafından gözlenmiştir. Üst mantodaki düşük hız tabakası ile ilgili olan bu cisim dalgaları yüzey dalgası özelliğindeki kanal dalgalarıdır. Pa dalgasının hızı 8.3 km/sn periyodu 7-10 sn, Sa dalgasının hızı 4.58 km/sn ve periyodu ise 10-30 sn arasındadır. Sa dalgasının SH ve SV bileşenleri vardır. Bu dalgalar sismogramlarda gruplar şeklinde gözlenirler. Genellikle dalga şekilleri karışıktır. Odak derinliği 100 km'den fazla olan depremlerde daha belirgindirler.

PL dalgaları

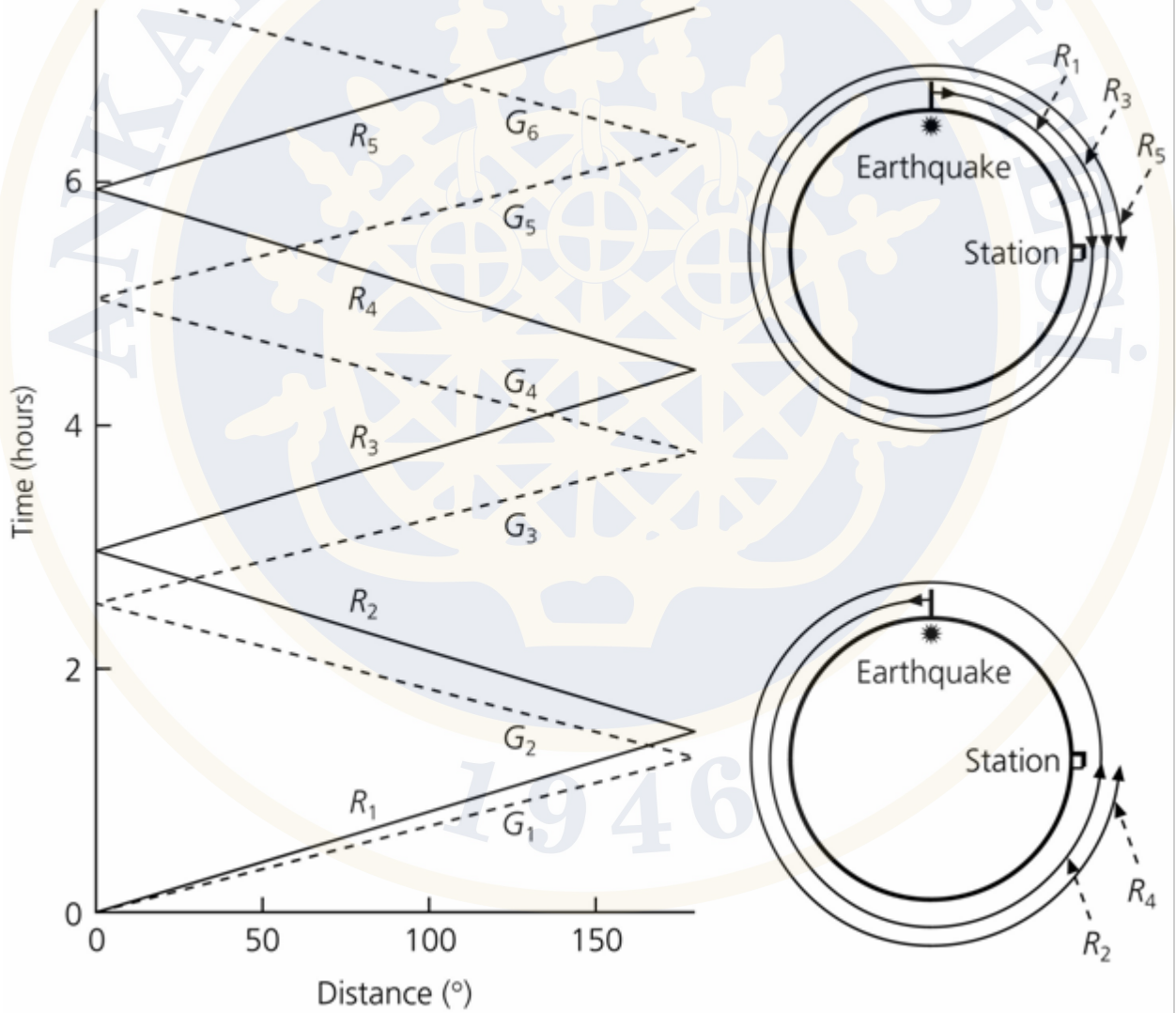
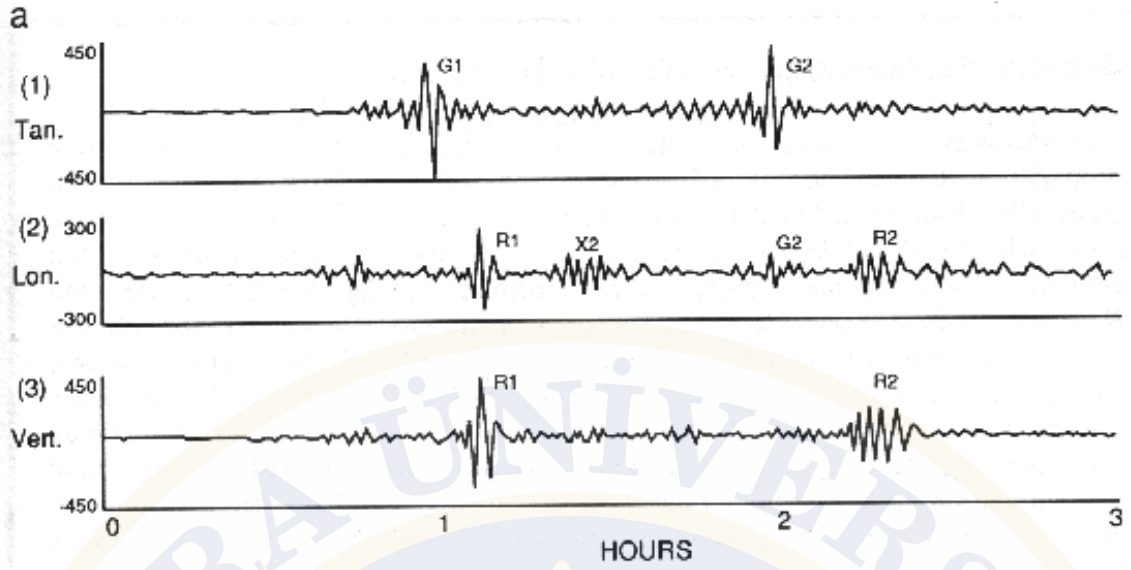
Bu dalgaları ilk kez Oliver ve Major (1960) gözlemlemişlerdir. P ile S dalgaları arasındaki aralıkta gözlenebilen uzun periyotlu (10-30 sn) ve normal dispersiyon gösteren dalgalarıdır. Uzun periyotlu aletlerle çok iyi kaydedilebilirler. Dış merkez uzaklığı 30° den daha küçük olan mesafelerde daha belirgindirler. Geçtikleri yol boyunca, parçacıkların hareketi, yayılma doğrultusu yönünde (prograd) dönen bir elipsittir. PL dalgalarının hızı kabuk ve üst mantonun yapısına bağlıdır. Bunlar esas bir dalga modu olmaktan çok, bir kanal içerisinde (kabuk-manto sınırından) sızan dalgalardır (Oliver ve Major, 1960; Oliver, 1964).

G- dalgaları

Büyük depremler sonucu oluşan, uzun periyotlu (40-300 sn) ve büyük genlikli bir tür Love dalgasıdır. İlgili periyot aralığından hızları yaklaşık sabit olup 4.5 km/sn dolayındadır. İlk kez Gutenberg tarafından incelendikleri için G- dalgası denilmektedir. Sismogramlarda pulse şeklinde görülür. Dispersiyon özellikleri yoktur ancak ters dispersiyon gösteren bazı gözlemler bulunmaktadır. Bu dalgalar yerkürenin etrafını birkaç kez katederler. Depremin dış merkezi ile istasyon arasındaki kısa yolu izleyerek istasyona ilk gelen dalga G1, aynı yönde yerküreyi dolanarak ikinci kez istasyona gelen dalga G3 ve benzer şekilde diğer ardışık dalgalar G5, G7, ...vb olarak isimlendirilir. Dış merkezden ters yönde, uzun yolu izleyerek istasyona gelen dalga G2, ve aynı yolu yerküreyi dolanarak ardışık olarak kateden dalgalar G4, G6, ... şeklinde isimlendirilir (Şekil 4.41). Bu dalgaların içinde yayıldıkları kanal hakkında fazla bilgi olmamasına karşın, bunların mantoda yayılan Love dalgaları oldukları bilinmektedir.

R- dalgaları

Büyük depremlerde oluşan ve mantodan geçen Rayleigh dalgalarıdır. Bu dalgalar da yerkürenin çevresini birkaç kez katederler ve tıpkı G- dalgalarında olduğu gibi aldıkları yola göre R1, R3, R5, ... ve R2, R4, R6, ... şeklinde isimlendirilirler (Şekil 4.41). R- dalgalarının hızı yaklaşık 4.2 km/sn dolaylarındadır.



Şekil 4.41 Bir depreme ait yüzey dalgalarının uzun periyotlu üç bileşen kaydı (a) ile bu dalgalara ait zaman uzaklık eğrisi ve yerküre üzerindeki yayılma geometrisi (b).