DİNAMİK - 3

Yrd. Doç. Dr. Mehmet Ali Dayıoğlu
Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi
Tarım Makinaları ve Teknolojileri Mühendisliği Bölümü

http://acikders.ankara.edu.tr/course/view.php?id=190

3. HAFTA

Kapsam:

- Parçacık kinematiği analiz prosedürü
- Kinematik örnek problem çözümleri
- Eğik Atış
- Teğet ve Normal koordinatlar

Parçacık Kinematiği

Analiz prosedürü

Koordinat sistemi

- Dik koordinat sistemi hareketin x, y, z bileşenlerinin analiz edilmesi, problemleri çözmek için kullanılabilir.

Kinematik Büyüklükler

- Doğrusal hareket her koordinat ekseni boyunca oluştuğu için, her eksen boyunca hareket v=ds/dt ve a=dv/dt kullanılarak bulunur. yada hareketin zamanın fonksiyonu olarak tanımlanmaması durumunda a.ds =v.dv denklemi kullanılabilir.
- İki boyutta, y=f(x) yol denklemi cebirsel zincir kuralı uygulayarak hız ve ivmenin x ve y bileşenleri ilişkili olarak kullanılabilir.
- **v** ve **a** vektörlerinin x, y, ve z bileşenlerinin belirlenmesi için, Pisagor teoremi ve bunların birim vektörlerinin bileşenlerinden koordinat yön açıları kullanılarak hesaplanır.

Aşağıdaki çizelge kullanılarak farklı kinematik analizler yapılabilir:

Eğer;	**Kinematik ilişki**	**İntegral**
$a = a(t)$	$\frac{dv}{dt} = a(t)$	$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} a(t)dt$
$a = a(x)$	$v\frac{dv}{dx} = a(x)$	$\int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_{x_0}^{x} a(x)dx$
$a = a(v)$	$\frac{dv}{dt} = a(v)$	$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{a(v)} = \int_{0}^{t} dt$
	$v\frac{dv}{dx} = a(v)$	$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{v_0}^{v} \frac{v\,dv}{a(v)}$

Eğrisel Hareket Örnek Problem

Verilen: İki parçacığın (A ve B) hareketleri aşağıdaki konum vektörleri ile tanımlanmaktadır:

$\boldsymbol{r}_A = [3t\,\boldsymbol{i} + 9t(2 - t)\,\boldsymbol{j}]$ m ve

$\boldsymbol{r}_B = [3(t^2 - 2t + 2)\,\boldsymbol{i} + 3(t - 2)\,\boldsymbol{j}]$ m.

İstenen: İki parçacğın **çarpıştığı nokta** ve çarpışmadan hemen önceki **süratleri**. bulunuz

Plan:
1) Parçacıklar, konum vektörleri eşit olduğunda çarpışacaklardır, diğer bir ifadeyle $\boldsymbol{r}_A = \boldsymbol{r}_B$.
2) Konum vektörlerinin zamana göre türevleri alınarak süratleri bulunabilir.

Çözüm:

1) Çarpışma noktası $\boldsymbol{r_A} = \boldsymbol{r_B}$ eşitliğini gerektirir, dolayısıyla $x_A = x_B$ ve $y_A = y_B$.

x-bileşenleri eşitlenir: $3t = 3(t^2 - 2t + 2)$

Düzenlenir: $t^2 - 3t + 2 = 0$

Çözülür: $t = \{3 \pm [3^2 - 4(1)(2)]^{0.5}\}/2(1)$

=> t = 2 veya 1 s

y-bileşenleri eşitlenir : $9t(2 - t) = 3(t - 2)$

Düzenlenir: $3t^2 - 5t - 2 = 0$

Çözülür : $t = \{5 \pm [5^2 - 4(3)(-2)]^{0.5}\}/2(3)$

=> t = 2 veya –1/3 s

Dolayısıyla, parçacıklar tek ortak zaman olan t = 2 s ’de çarpışırlar. Bu değer $\boldsymbol{r_A}$ veya $\boldsymbol{r_B}$ ’de yerine konulursa

$$x_A = x_B = 6 \text{ m} \quad \text{ve} \quad y_A = y_B = 0$$

2) Hız vektörlerini elde etmek için $\boldsymbol{r_A}$ ve $\boldsymbol{r_B}$ türevini alırsak

$\boldsymbol{v_A} = d\boldsymbol{r_A}/dt = \dot{x}_A\,\boldsymbol{i} + \dot{y}_A\,\boldsymbol{j} = [\,3\,\boldsymbol{i} + (18 - 18t)\,\boldsymbol{j}\,]$ m/s

t = 2 s'de: $\boldsymbol{v_A} = [\,3\boldsymbol{i} - 18\,\boldsymbol{j}\,]$ m/s

$\boldsymbol{v_B} = d\boldsymbol{r_B}/dt = \dot{x}_B\,\boldsymbol{i} + \dot{y}_B\,\boldsymbol{j} = [\,(6t - 6)\,\boldsymbol{i} + 3\,\boldsymbol{j}\,]$ m/s

t = 2 s'de: $\boldsymbol{v_B} = [\,6\,\boldsymbol{i} + 3\,\boldsymbol{j}\,]$ m/s

Sürat, hız vetörünün büyüklüğüdür (Şiddeti).

$v_A = (3^2 + 18^2)^{0.5} = 18.2$ m/s
$v_B = (6^2 + 3^2)^{0.5} = 6.71$ m/s

Eğrisel Hareket Örnek Problem

Verilen: Parçacığın hızı;

$\boldsymbol{v} = [\,16\,t^2\,\boldsymbol{i} + 4\,t^3\,\boldsymbol{j} + (5\,t + 2)\,\boldsymbol{k}]$ m/s.

$t = 0$ anında, $x = y = z = 0$.

İstenen: $t = 2$ s anında parçacığın koordinat pozisyonu ve ivmesinin büyüklüğü.

Plan:

Hız vektörünün zamanın bir fonksiyonu olduğuna dikkat edilmelidir.

1) v'yi integre ederek ve türevini alarak sırasıyla konum ve ivmeyi başlangıç koşullarını da dikkate alarak hesaplayınız.
2) $t = 2$ s için ivme vektörünün büyüklüğünü hesaplayınız.

Çözüm:

1) **x-bileşenleri:**

Hız: $v_x = \dot{x} = dx/dt = (16\ t^2)$ m/s

Konum : $\int_0^x dx = \int_0^t (16\ t^2)\ dt \Rightarrow x = (16/3)t^3 = 42.7$ m , t = 2 s

İvme: $a_x = \ddot{x} = \dot{v}_x = d/dt\ (16\ t^2) = 32\ t = 64$ m/s^2

2) **y-bileşenleri:**

Hız: $v_y = \dot{y} = dy/dt = (4\ t^3)$ m/s

Konum : $\int_0^y dy = \int_0^t (4\ t^3)\ dt \Rightarrow y = t^4 = (16)$ m , t = 2 s

İvme: $a_y = \ddot{y} = \dot{v}_y = d/dt\ (4\ t^3) = 12\ t^2 = 48$ m/s^2

3) **z-bileşenleri:**

Hız: $v_z = \dot{z} = dz/dt = (5\ t + 2)$ m/s

Konum : $\int_0^z dz = \int_0^t (5\ t + 2)\ dt \Rightarrow z = (5/2)\ t^2 + 2t = 14$ m , t=2s

İvme: $a_z = \ddot{z} = \dot{v}_z = d/dt\ (5\ t + 2) = 5$ m/s^2

4) Yukarıda bulunan bileşenlerle ilgili bilgiler kullanılırak konum vektörü ve ivme vektörünün büyüklüğü:

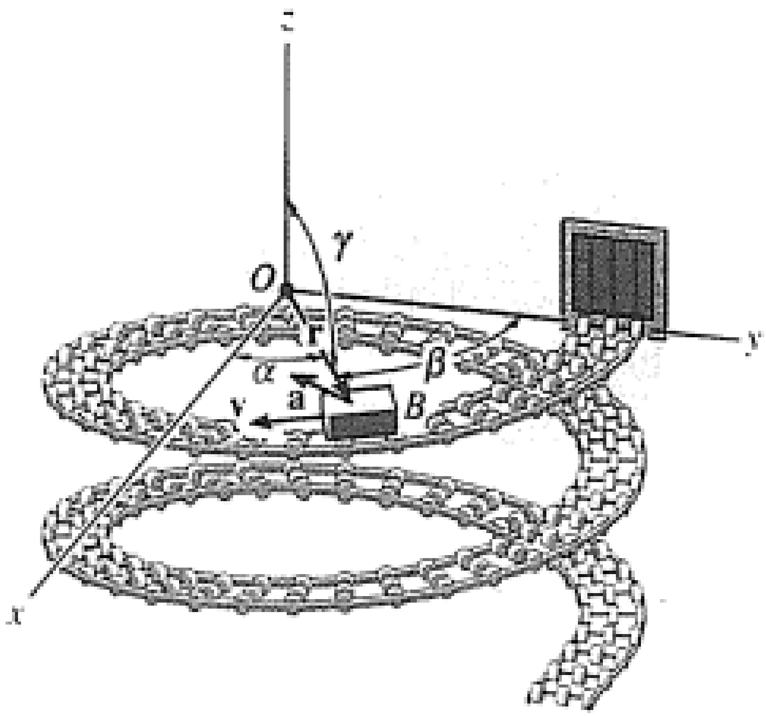
Konum vektörü: $\boldsymbol{r} = [\ 42.7\ \boldsymbol{i} + 16\boldsymbol{j} + 14\ \boldsymbol{k}]$ m.

İvme vektörü: $\mathbf{a} = [\ 64\ \boldsymbol{i} + 48\boldsymbol{j} + 5\ \boldsymbol{k}]$ m/s^2

Büyüklüğü: $a = (64^2 + 48^2 + 5^2)^{0.5} = 80.2$ m/s^2

Örnek Problem

B kutusu şekilde gösterilen sarmal taşıyıcı üzerinde **r**={0.5 sin(2t)**i** +0.5 cos(2t)**j**- (0.2t**k**)] m konum vektörü ile tanımlanmaktadır. t=0.75 s için kutunun konum, hız ve ivme vektörlerini bulunuz.



Çözüm:

Konum.

$$\mathbf{r}|_{t=0.75\text{ s}} = \{0.5 \sin (1.5 \text{ rad})\mathbf{i} + 0.5 \cos (1.5 \text{ rad})\mathbf{j} - 0.2(0.75)\mathbf{k}\} \text{ m}$$
$$= \{0.499\mathbf{i} + 0.035\mathbf{j} - 0.150\mathbf{k}\} \text{ m}$$

olur.

Kutunun O orijininden uzaklığı

$$r = \sqrt{(0.499)^2 + (0.035)^2 + (-0.150)^2} = 0.522 \text{ m}$$

dir. $\mathbf{r}$'nin doğrultusu

$$\mathbf{u}_r = \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{0.499}{0.522}\mathbf{i} + \frac{0.035}{0.522}\mathbf{j} - \frac{0.150}{0.522}\mathbf{k}$$
$$= 0.956\mathbf{i} + 0067\mathbf{j} - 0.287\mathbf{k}$$

birim vektörünün bileşenlerinden elde edilir. O halde, α, β ve γ koordinat doğrultu açıları

$$\alpha = \cos^{-1}(0.956) = 17.1°$$
$$\beta = \cos^{-1}(0.067) = 86.2°$$
$$\gamma = \cos^{-1}(-0.287) = 106°$$

Hız. Hız vektörü

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}[0.5 \sin (2t)\mathbf{i} + 0.5 \cos (2t)\mathbf{j} - 0.2t\mathbf{k}]$$
$$= \{1 \cos (2t)\mathbf{i} - 1 \sin (2t)\mathbf{j} - 0.2\mathbf{k}\} \text{ m/s}$$

dir. Buna göre, $t = 0.75$ s iken hız vektörünün büyüklüğü

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$
$$= \sqrt{[1 \cos (1.5 \text{ rad})]^2 + [-1 \sin [1.5 \text{ rad})]^2 + (-0.2)^2}$$
$$= 10.2 \text{ m/s}$$

olur. Hız, Şekil 12–19'da gösterildiği gibi yörüngeye teğettir ve koordinatlarla yaptığı açılar $\mathbf{u}_v = \mathbf{v}/v$'den belirlenir.

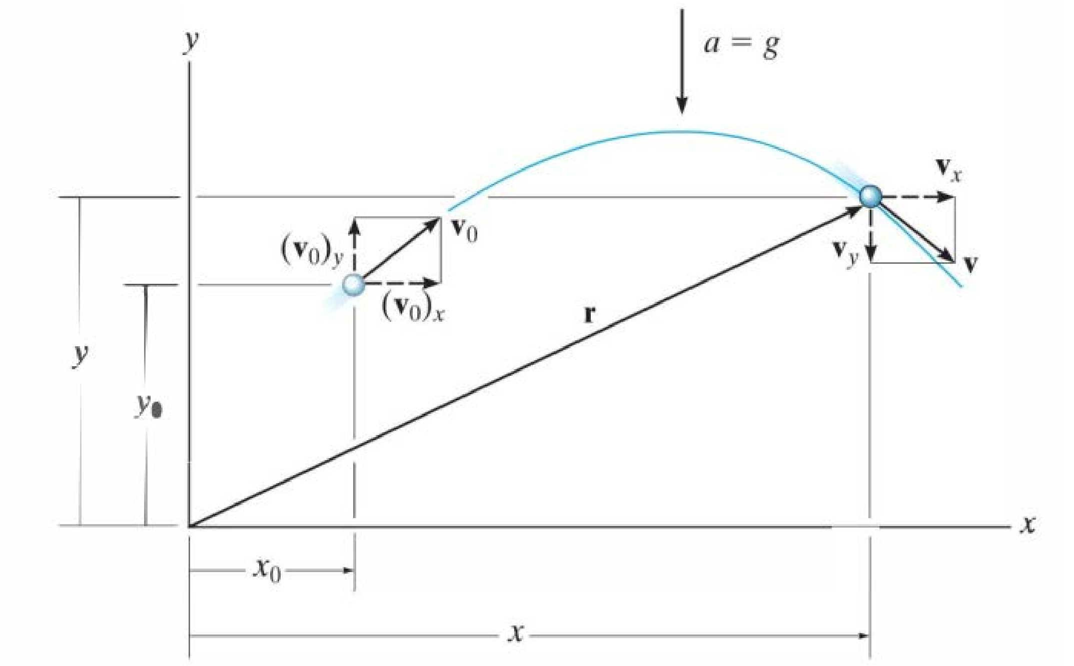
İvme. Kutunun Şekil 12–19'da gösterilen **a** ivmesi yörüngeye teğet *değildir*.

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \{-2 \sin (2t)\mathbf{i} - 2 \cos (2t)\mathbf{j}\} \text{ m/s}^2 \Big|_{t=0.75\text{ s}} = 2\text{m/s}^2$$

1.4. Eğik Atış

Yatay hareket: $a_x = 0$ olduğu için;

$(\overset{+}{\rightarrow})$	$v = v_0 + a_c t;$	$v_x = (v_0)_x$
$(\overset{+}{\rightarrow})$	$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2;$	$x = x_0 + (v_0)_x$
$(\overset{+}{\rightarrow})$	$v^2 = v_0^2 + 2a_c(x - x_0);$	$v_x = (v_0)_x$

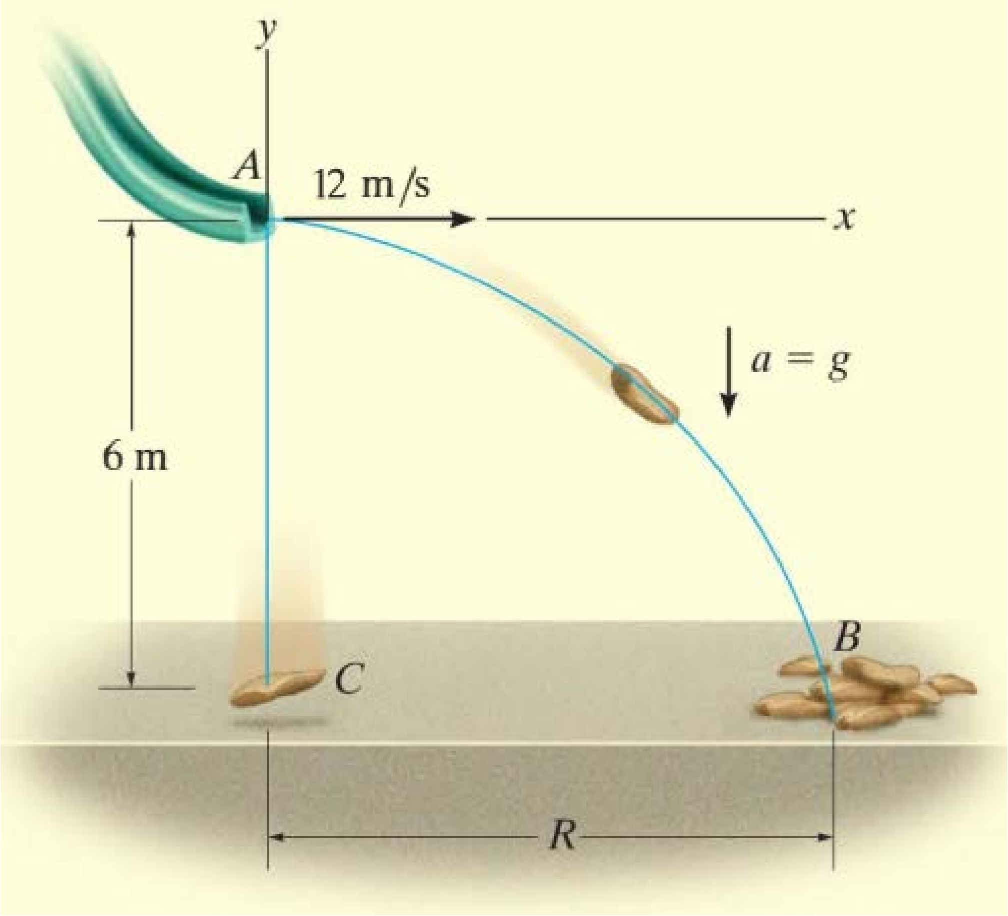


Dikey hareket: $a_y = -g$ ($g = 9.81\ m/s^2$) olduğu için;

$(+\uparrow)$	$v = v_0 + a_c t;$	$v_y = (v_0)_y - gt$
$(+\uparrow)$	$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2;$	$y = y_0 + (v_0)_y t - \frac{1}{2} g t^2$
$(+\uparrow)$	$v^2 = v_0^2 + 2a_c(y - y_0);$	$v_y^2 = (v_0)_y^2 - 2g(y - y_0)$

Örnek Problem

Bir çuval 12 m/s yatay hızla şekilde gösterilen rampadan aşağıya kaymaktadır. Rampanın yerden yüksekliği 6 m olduğuna göre, çuvalın yere çarpması için gerekli zamnı ve çuvalın R düşme mesafesini bulunuz.



Çözüm

Koordinat Sistemi. Koordinatların orijini yörüngenin A başlangıç noktasına yerleştiriliyor, Şekil 12–21. Çuvalın başlangıç hızının bileşenleri $(v_A)_x = 12$ m/s ve $(v_A)_y = 0$'dır. Ayrıca, A ve B noktaları arasındaki ivme $a_y = -9.81$ m/s^2'dir. $(v_B)_x = (v_A)_x = 12$ m/s olduğundan, üç bilinmeyen $(v_B)_y$, R ve t uçuş zamanıdır. Burada $(v_B)_y$'yi belirlememiz gerekmiyor.

Düşey Hareket. Yörüngenin A ve B uçları arasındaki düşey uzaklık biliniyor, bu yüzden ilgili denklemi kullanarak t için doğrudan bir çözüm bulabiliriz:

$(+\uparrow)$
$$y = y_0 + (v_y)_0 t + \tfrac{1}{2} a_c t^2$$
$$-6 \text{ m} = 0 + 0 + \tfrac{1}{2}(-9.81 \text{ m/s}^2)t^2$$
$$t = 1.11 \text{ s}$$
Yanıt

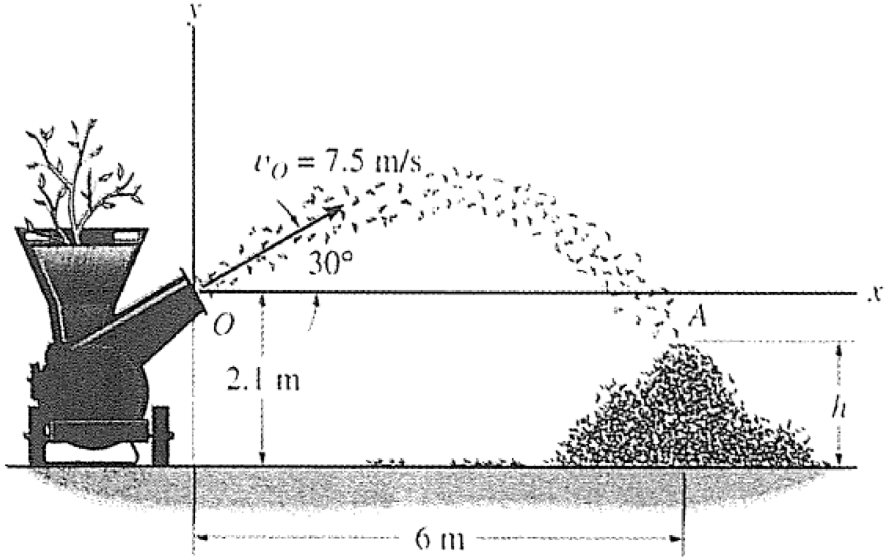
Bu hesap aynı zamanda, A'da *durmaktayken* bırakılan bir çuvalın C'de döşemeye çarpması için geçecek sürenin de aynı olacağını gösterir, Şekil 12–21.

Yatay Hareket. t hesaplanmış olduğudan, R aşağıdaki gibi belirlenir:

$(\overset{+}{\rightarrow})$
$$x = x_0 + (v_x)_0 t$$
$$R = 0 + 12 \text{ m/s } (1.11 \text{ s})$$
$$R = 13.3 \text{ m}$$
Yanıt

Örnek Problem

Talaş makinesi, Şekil 'de gösterildiği gibi talaşları $v_0 = 7.5$ m/s ile fırlatmak üzere tasarlanmıştır. Boru yatayla 30° yapıyorsa ve talaşlar, yığına borudan 6 m uzaklıkta ulaşıyorlarsa, yığına hangi yükseklikte, h, çarptıklarını belirleyiniz.



Çözüm

Koordinat Sistemi. Hareket O ve A noktaları arasında analiz edildiğinde, üç bilinmeyen, yükseklik h, uçuş süresi t_{0A} ve hızın dikey bileşeni$(v_A)_y$ olarak gösterilir. Koordinatların başlangıç noktası O olmak üzere, Şekil 12–22, bir talaş parçasının başlangıç hızının bileşenleri

$$(v_O)_x = (7.5 \cos 30°) \text{ m/s} = 6.50 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$(v_O)_y = (7.5 \sin 30°) \text{ m/s} = 3.75 \text{ m/s} \uparrow$$

dir. Ayrıca $(v_A)_x = (v_O)_x = 6.50$ m/s ve $a_y = -9.81$ m/s²'dir. $(v_A)_y$'yi belirlememiz gerekmediğinden,

Yatay Hareket

$(\overset{+}{\rightarrow})$

$$x_A = x_O + (v_O)_x t_{OA}$$

$$6 \text{ m} = 0 + (6.50 \text{ m/s}) t_{OA}$$

$$t_{OA} = 0.9231 \text{ s}$$

olur.

Düşey Hareket. t_{OA} ile talaş parçasının başlangıç ve son yükseklikleri arasında bağıntı kurarak

$(+\uparrow)$ $$y_A = y_O + (v_O)_y t_{OA} + \tfrac{1}{2} a_c t^2_{OA}$$

$$(h - 2.1 \text{ m}) = 0 + (3.75 \text{ m/s})(0.9231 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(-9.81 \text{ m/s}^2)(0.9231 \text{ s})^2$$

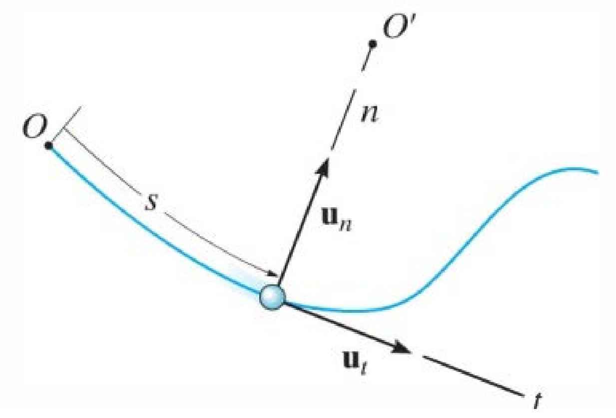
$$h = 1.38 \text{ m}$$ ***Yanıt***

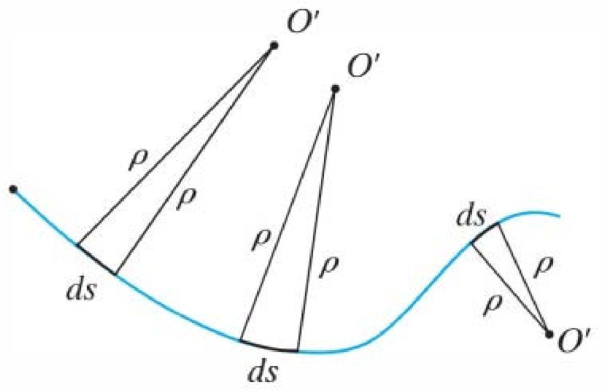
elde ederiz.

1.5. Teğet ve Normal koordinatlar

Düzlemsel hareket:

Düzlemde bir s eğrisi boyunca hareket eden bir P noktası göz önüne alalım.
P noktası üzerinde teğet ve normal eksenler tanımlıyoruz.
ds parçası ρ eğrilik yarıçaplı ve O’ eğrilik merkezi bir çember yayından oluşur.
t ekseni P’de eğriye teğettir.
n ekseni P’den O’ ya doğru yönelmiştir.
Hareket yönünde ve yörüngeye teğet birim vektör: $\mathbf{u}_t$
Teğet birim vektöre dik normal birim vektör: $\mathbf{u}_n$
Normal birim vektör eğrilik yarıçapının merkezine doğrudur.





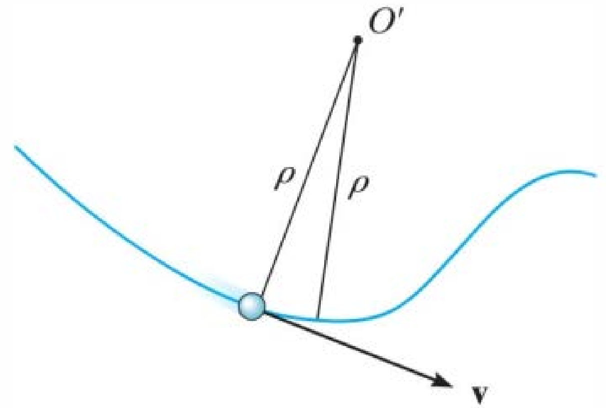
Hız:

Bu sistemde birim vektörler cisimle birlikte hareket eder.
Parçacık hareket ettiği için s zamanın fonksiyonudur.
Hız vektörü daima yörüngeye teğettir.
Bunun için hızın normal bileşeni sıfırdır.

$$\mathbf{v} = v\,\mathbf{u}_t$$

$$\frac{d\mathbf{u}_t}{dt} = \frac{d\mathbf{u}_t}{d\theta}\frac{d\theta}{ds}\frac{ds}{dt}$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{v}\mathbf{u}_t + v\frac{d\mathbf{u}_t}{dt}$$



1.5. Teğet ve Normal koordinatlar

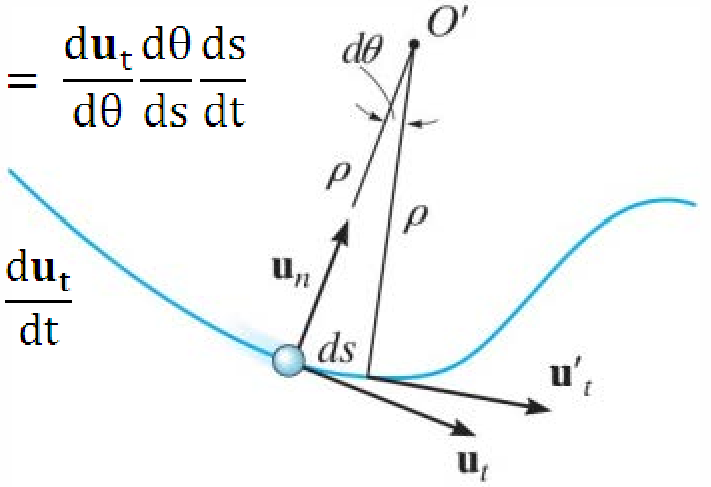
$$\frac{d\mathbf{u}_t}{dt} = \frac{d\mathbf{u}_t}{d\theta}\frac{d\theta}{ds}\frac{ds}{dt}$$

İvme:

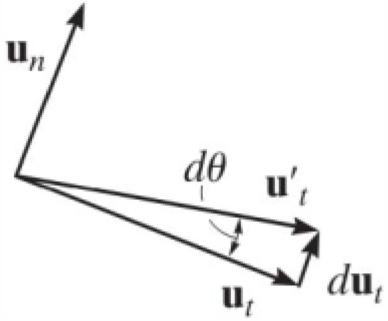
Parçacığın ivmesi hızdaki değişim hızının göstergesidir. İki bileşeni vardır:

$$\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \dot{v}\mathbf{u}_t + v\dot{\mathbf{u}}_t \qquad \dot{\mathbf{u}}_t = \dot{\theta}\mathbf{u}_n = \frac{\dot{s}}{\rho}\mathbf{u}_n = \frac{v}{\rho}\mathbf{u}_n$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{v}\mathbf{u}_t + v\frac{d\mathbf{u}_t}{dt}$$



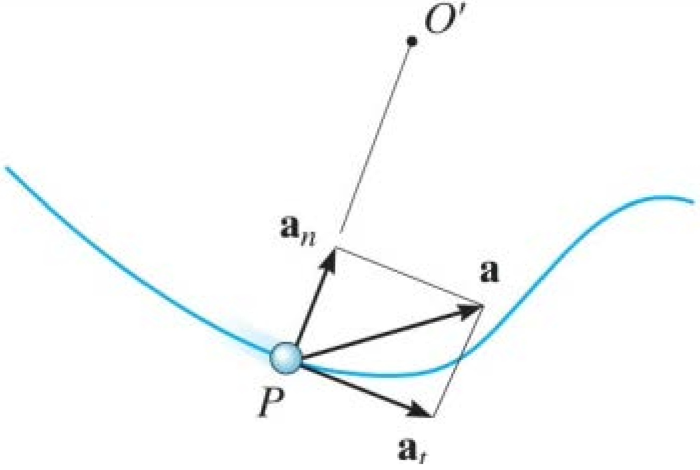
$$\boxed{\mathbf{a} = a_t\mathbf{u}_t + a_n\mathbf{u}_n}$$



Teğetsel ivme $\boxed{a_t = \dot{v}}$

$$\boxed{a_t ds = v\,dv}$$

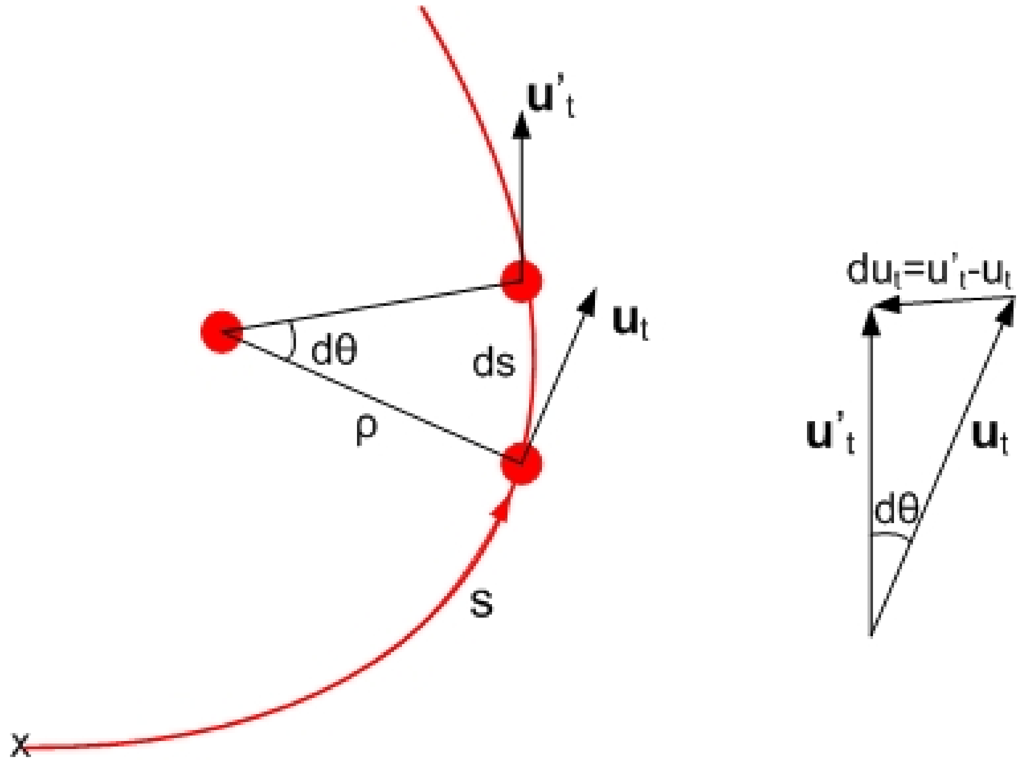
Normal ivme $\boxed{a_n = \dfrac{v^2}{\rho}}$



İvmenin büyüklüğü $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

Not 1: Teğet ve Normal koordinatlar

- s konumunda birim teğet vektör: $\mathbf{u}_t$
- s+ds konumunda birim teğet vektör: $\mathbf{u}_t$’
- Fark vektörü: $d\mathbf{u}_t = \mathbf{u}_t' - \mathbf{u}_t$
- Uzunluk: $|\, d\mathbf{u}_t \,| = 1.\ d\theta \;\rightarrow\quad \left|\dfrac{d\mathbf{u}_t}{d\theta}\right| = 1$



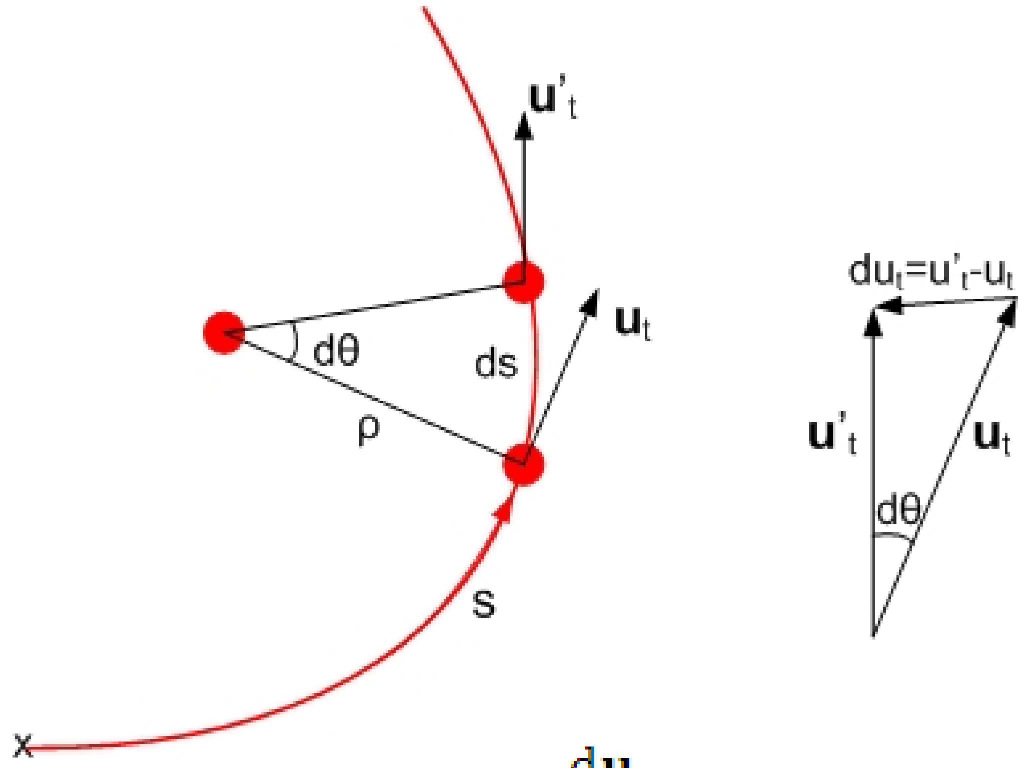
$d\theta \;\rightarrow\; 0$ birim teğet vektör dik hale gelir.

$ds = \rho d\theta \rightarrow \quad \dfrac{d\theta}{ds} = \dfrac{1}{\rho}$

ρ : eğrilik yarıçapı

$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$

Not 2: Teğet ve Normal koordinatlar



Teğet vektöre dik olan birim vektöre normal birim vektör denir. $\longrightarrow$ $\dfrac{d\mathbf{u}_t}{d\theta} = \mathbf{u}_n$

$$\frac{d\mathbf{u}_t}{dt} = \frac{d\mathbf{u}_t}{d\theta}\frac{d\theta}{ds}\frac{ds}{dt} \longrightarrow \frac{d\mathbf{u}_t}{dt} = \frac{v}{\rho}\mathbf{u}_n \rightarrow \mathbf{a} = \dot{v}\mathbf{u}_t + \frac{v^2}{\rho}\mathbf{u}_n$$

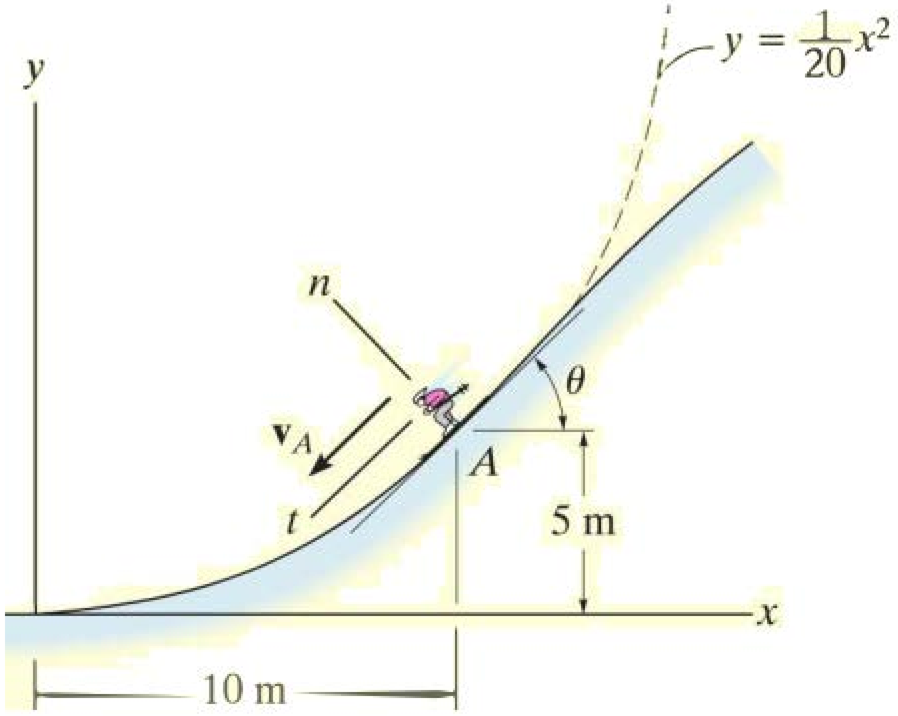
İvmenin teğet bileşeni $a_t = \dot{v}$ sabit hızda: $\dot{v} = 0$

İvmenin normal bileşeni $a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$

düz yörüngede: $\rho \longrightarrow \infty$, $a_n = \dfrac{v^2}{\rho} = 0$

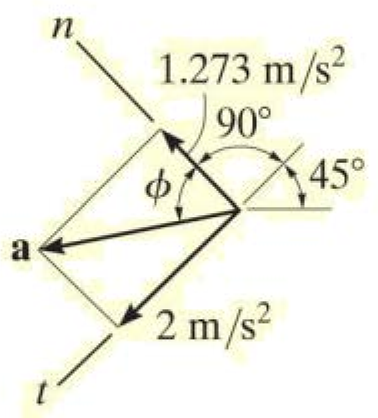
Örnek Problem

Şekildeki kayakçı y= (1/20) x^2 yolu üzerinde 6 m/s'lik bir hızla hareket etmektedir. Kayakçının A'daki hızını ve ivmesini bulunuz.



Çözüm

Koordinat Sistemi. Yörünge x ve y koordinatlarına göre ifade edilmiş olsa da, n, t eksenlerinin başlangıcını yörünge üzerindeki sabit A noktasına yerleştirebilir ve bu eksenler boyunca $\mathbf{v}$ ve $\mathbf{a}$'nın bileşenlerini belirleyebiliriz,



Hız. Tanım gereği hız daima yola teğet doğrultudadır. $y = \frac{1}{20}x^2$, $dy/dx = \frac{1}{10}x$ olduğundan, $dy/dx\big|_{x=10} = 1$'dir. Dolayısıyla $\mathbf{v}$, A'da x ekseni ile $\theta = \tan^{-1} 1 = 45°$ açısını yapar, Şekil 12–27. Sonuç olarak,

$$v_A = 6 \text{ m/s} \quad 45° \; \mathbf{v}_A \qquad \textit{Yanıt}$$

dir.

İvme. İvme $a = \dot{v}\mathbf{u}_t + (v^2/\rho)\mathbf{u}_n$ kullanılarak belirlenir. Bununla birlikte, önce yörüngenin A (10 m, 5 m)'deki eğrilik yarıçapını belirlemek gerekir. $d^2y/dx^2 = \frac{1}{10}$,olduğundan,

$$\rho = \left|\frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{d^2y/dx^2}\right| = \left|\frac{[1 + (\frac{1}{10}x)^2]^{3/2}}{\frac{1}{10}}\right|_{x = 10 \text{ m}}$$

ve ivme

$$\mathbf{a}_A = \dot{v}\mathbf{u}_t + \frac{v^2}{\rho}\mathbf{u}_n$$

$$= 0\mathbf{u}_t + \frac{(6 \text{ m/s})^2}{28.3 \text{ m}}\mathbf{u}_n$$

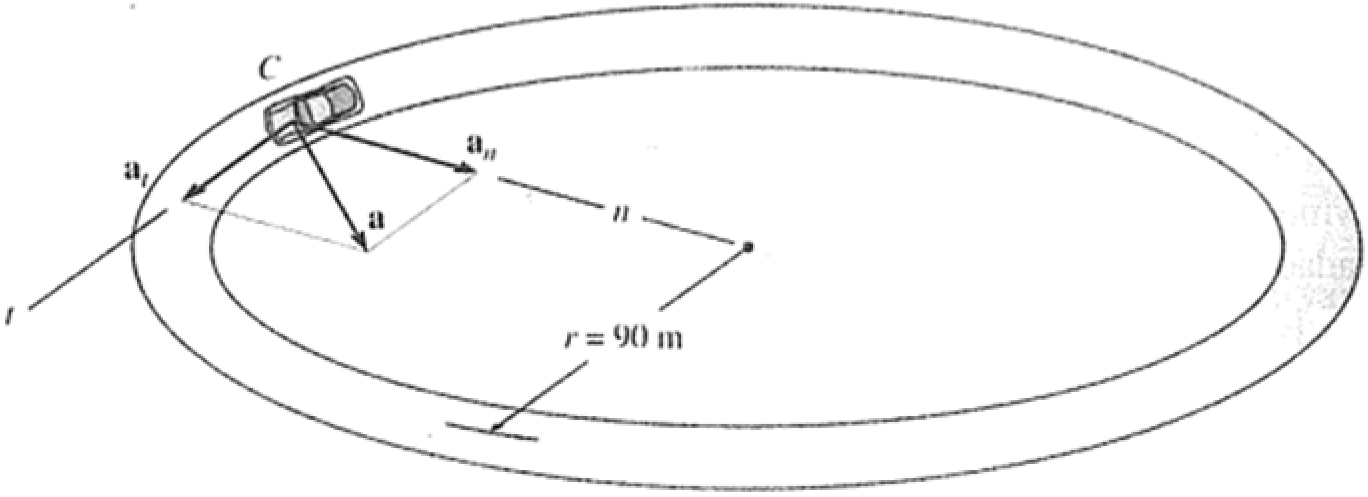
$$= \{1.27\mathbf{u}_n\}\text{m/s}^2$$

olur. $\mathbf{a}_A$, pozitif n ekseni yönünde etki ettiğinden, pozitif x ekseni ile $\theta + 90° = 135°$ açısını yapar. Buna göre,

$$a_A = 1.27 \text{ m/s}^2 \quad \mathbf{a}_A \; 135° \qquad \textit{Yanıt}$$

Örnek Problem

C yarış otomobili, 90 m yarıçaplı yatay dairesel bir pisti dolanmaktadır, Otomobil, durağan halden başlayarak hızını 2.1 m/s²'lik sabit bir oranda artırırsa, ivmesinin 2.4 m/s²'ye ulaşması için gereken zamanı belirleyiniz. Otomobilin bu andaki hızı nedir?



Çözüm

Koordinat Sistemi. İncelenen anda, t ve n eksenlerinin orijini otomobilin üzerinde olsun. t ekseni hareket doğrultusundadır ve pozitif n ekseni dairenin merkezine yönelmiştir.

İvme. İvmenin büyüklüğü ile bileşenleri arasında $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$ bağıntısı kurulabilir. Burada $a_t = 2.1\ \text{m/s}^2$'dir. Ayrıca, $\rho = 90$ m ve

$$v = v_0 + (a_t)_c t$$
$$v = 0 + 2.1t$$

olmak üzere, $a_n = v^2/\rho$'dur. Böylece,

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(2.1t)^2}{90} = 0.049t^2\ \text{m/s}^2$$

olur. Dolayısıyla ivmenin $2.4\ \text{m/s}^2$'ye ulaşması için gereken zaman

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$
$$2.4 = \sqrt{(2.1)^2 + (0.049t^2)^2}$$

dir. Denklem t'nin pozitif değerleri için çözülerek

$$0.049t^2 = \sqrt{(2.4)^2 - (2.1)^2}$$
$$t = 4.87\ \text{s} \qquad \textit{Yanıt}$$

elde edilir.

Hız. $t = 4.87$ s anında hız

$$v = 2.1t = 2.1(4.87) = 10.2\ \text{m/s} \qquad \textit{Yanıt}$$

Ders Kitabı:

- Hibbeler, 2014. Mühendislik Mekaniği – Dinamik, Literatür Yayıncılık, İstanbul
  Çevirenler: Ayşe Soyuçok, Özgün Soyuçok,
  Orijinal isimi: Engineering Mechanics SI Metric Edition, Dynamics.

Kullanılan Kaynaklar:

- Ferdinand Beer, Phillip Cornwell, E. Russell Johnston 2014. Mühendisler için Vektör Mekaniği Dinamik Literatür Yayıncılık, İstanbul, Çevirmen: Osman Kopmaz, Ömer Gündoğdu.
  Orijinal isimi: Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

- Hibbeler, R. C., 2015. Engineering Mechanics: Dynamics, 14th Edition, Prentice Hall, New Jersey USA.

- Meriam, J. L. , Kraige, L. G. 2012. Engineering Mechanics: Dynamics, John Wiley & Sons, USA