

## ELEKTROMANYETİK DERS NOTLARI

Bu derste elektromanyetik alanı kullanan jeofizik araştırma yöntemleri incelenecektir. Yaygın olarak kullanılan yöntemlerin bazılarının genel tanımları ve uygulama alanları üzerinde durulacaktır.

### A. ELEKTROMANYETİK ARAMA YÖNTEMLERİNİN TEMELLERİ

#### 1. Giriş

Jeofizik araştırmalarında yüzeyden gözlenemeyen yeraltı yapıları hakkındaki bilgileri yer yüzeyinde yapılan bir dizi ölçümler ile ortaya konmaya çalışılır. Yer altındaki gerek jeolojik gerekse kültürel yapıları oluşturan malzemeler farklı fiziksel özelliklerden oluşmaktadır. Bu fiziksel özellikler içinden elektrik akımının geçişine karşı malzemenin gösterdiği direnç elektromanyetik (EM) yöntemlerin ana konusudur.

EM yöntemleri basit olarak ele alındığında, bir EM alıcısı ile yapay veya doğal yolla üretilen ve yayılan EM alanının bir veya birden fazla bileşeni ölçülür. Bu ölçülen değerlerin çeşitli veri işlem aşamalarından geçirilip yorumlanması sonucunda da yeraltına ait bazı bilgileri elde edilebilir.

Uygulamaya örnek olarak maden aramalarını göz önüne alalım. Metalik mineral yataklarının düzensiz şekillerde yerel yapılar olması yerlerinin belirlenmesini zorlaştırmaktadır. Bu tip yatakların fiziksel özellikleri göz önüne alındığında, genelde cevherin iletkenliği içlerinde buldukları taşıyıcı kayanın iletkenliğinden daha fazladır. İletkenliğin aksine yoğunluklar göz önüne alındığında bu farklılık olmayabilir. Eğer yeraltının öz direnç dağılımı belirlenebilirse. Bu cevherleşme bölgeleri kolayca bulunabilir. Yeraltındaki iletken bölgeleri aramaya yönelik olan EM yöntemler metalik madenlerin aranmasında başlıca araçlardan biridir.

EM yöntemlerin çoğunda alıcı veya vericinin yer ile herhangi bir bağlantısı gerekmez. Alıcı – verici düzeneğini uçak veya helikopter üzerine yerleştirip havadan yapılan çalışmalar ile geniş bir alan çok kısa zamanda ve ucuz olarak araştırılabilir. Diğer iletkenlik ölçüm yöntemleri ile karşılaştırıldığında bu önemli bir üstünlüktür.

EM yöntemler ile değişik derinlik seviyeleri araştırılabilir. Yüzeyi volkanik veya tortul kayalarla örtülü alanları, temel kayanın mağmatik olduğu, yüksek eğimli dokanak ve kırık yüzeylerin bulunduğu bölgelerde sismik yöntemlerin sonuç vermemesine rağmen bazı EM yöntemler yardımı ile araştırılmaları mümkündür.

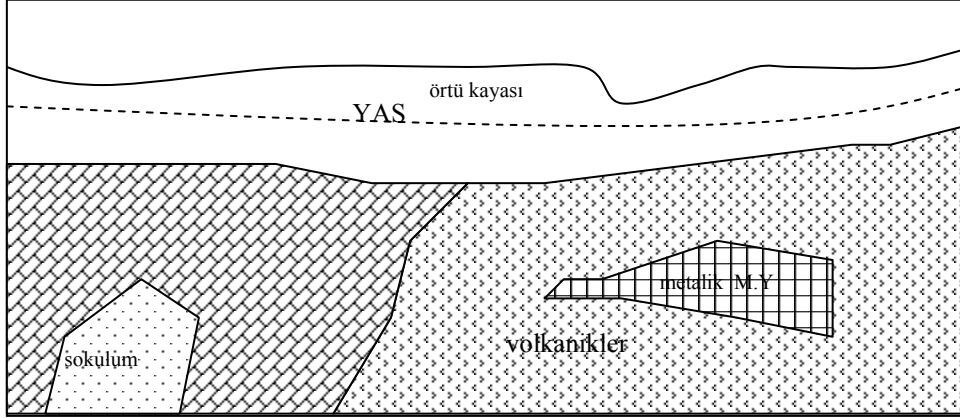
Bu gibi alanlarda EM yöntemlerinin kullanılması ile elde edilebilecek bilgiler:

Gömülü iletken hedefin

- a.) konumu
- b.) elektriksel uzanımı
- c.) eğimi
- d.) derinliği
- e.) uzunluğu

f.) iletkenliği.

Jeolojik açıdan bakıldığında basitleştirilmiş bir hedef Şekil 1.1 de verilmektedir



Şekil 1.1 EM yöntemler ile araştırılan basit bir jeolojik yapı

EM yöntemler, ölçüm tekniği ve aletlerin çeşitliliği göz önüne alındığında en zengin jeofizik araştırma yöntemlerindedir. Verici ve alıcı türlerine göre genel bir sınıflama Tablo 1.1 de verilmiştir.

Tablo 1.1 tanımlanan yöntemlerin ayrıntılarına girmeden önce EM dalga üzerinde biraz daha duralım. Bir alternatif akım (AC) bir bobin veya halkadan geçirildiğinde EM alan yaratılmış olur. Oluşturulan alanın frekansı uygulanan akımın frekansı ile aynıdır ve bu alan çeşitli yönlerde yayılır. Yayılan alanın manyetik (H) ve elektrik (E) bileşenleri birbirine diktir ve oluşturdukları yüzeyde yayılım doğrultusuna diktir.

EM yöntemlerde H bileşenin kullanımı daha yaygındır. Bu tür yöntemler “değişken manyetik alan yöntemi” olarak adlandırılabilir. Değişken manyetik alan zamana bağlı olarak sinusoidal bir davranış gösterir (Şekil 1.1). Zamana bağlı olarak değişen bu manyetik alan, etrafında bulunan diğer iletken cisimler üzerinde Eddy akımlarını indükler. Bu olgu EM indüksiyon olarak bilinir ve jeofizik aramalarında kullanılan EM yöntemlerin temelini oluşturur.

Tablo 1.1. Çeşitli Elektromanyetik Yöntemler

Verici/Kaynak Türü	Alıcı Türü	Yöntem
Elektrot ile yere akım uygulanması	Elektrotlar arasındaki voltaj farkının ölçülmesi	a.) DC öz direnç Yöntemi b.) IP Yöntemi
Elektrot ile yere akım uygulanarak EM alan yaratılması	Yeryüzeyine konmuş halka şeklindeki bir kablonun uçlarında oluşan voltaj farkının ölçülmesi	a.) Bazı TEM Yöntemleri. b.) MMR c.) MIP
	Elektrot ve bobinin birlikte Kullanımı	CSAMT
Küçük bir halkadan geçirilen akım yardımı ile EM alan yaratılması	Yeryüzeyinde küçük bir halka	a.) Slingram b.) HLEM c.) VLEM d.) Bazı TEM yöntemleri e.) Bazı Kuyu Logu Ölçüm yöntemleri
Büyük bir halkadan geçirilen akım yardımı ile EM alan yaratılması	Yeryüzeyinde küçük bir halka	a.) Turam b.) Bazı TEM yöntemleri c.) Bazı Kuyu Logu Ölçüm yöntemleri
	Havada küçük bir halka	Zaman ortamı havadan EM
Yapay kaynaklı Düzlem dalga	küçük bir halka	VLF
	Büyük bir halka	VLF
	Elektrot ve bobinin birlikte Kullanımı	VLF -Özdirenc
Doğal kaynaklı düzlem dalga	Elektrot ve bobinin birlikte Kullanımı	Manyetotelurik

Kısaltmalar :

DC (Direct Current ) Doğru Akım

IP (Induction Polarisation) Yapay Uçlaşma

MMR (Magnetometric Resistivity)

MIP (Magnetic IP) Manyetik IP

TEM (Transient Electromagnetic) Geçici EM

HLEM (Horizontal Loop Electromagnetic) Yatay halka EM

VLEM (Vertical Loop Electromagnetic) Düşey halka EM

VLF (Very Low Frequency) Çok Düşük frekans EM

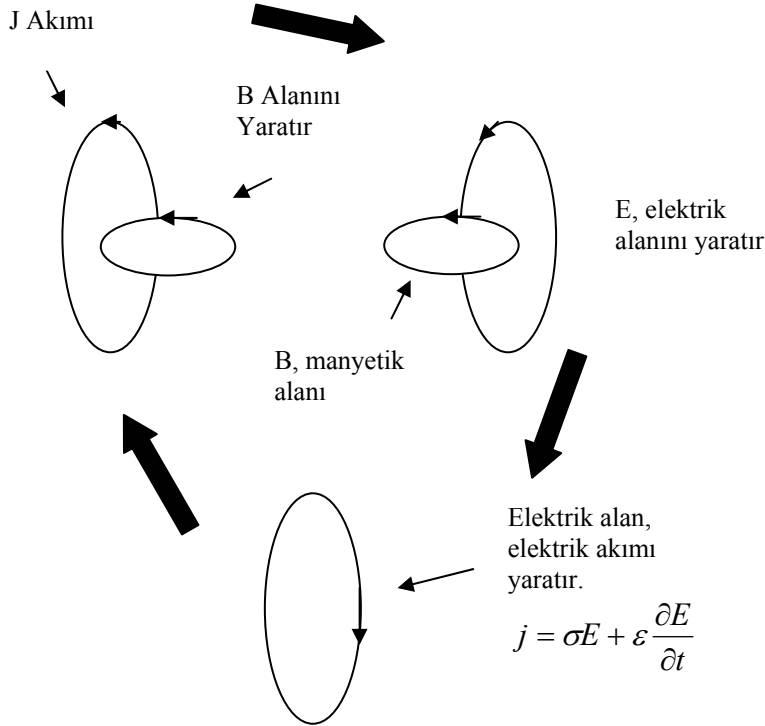
MT (Magnetotellurics) Manyetotellürik

CSAMT (Controlled source Audio Magnetotellurics) Yapay Kaynaklı Yüksek frekans manyetotellürik.

Bu olgunun incelenmesi için EM alanları arasındaki ilişkileri, düzlem dalga kavramını, yayılımını ve uygulama aşamasında gözlemlenebilecek yayılım üzerindeki etkilerin ayrıntılı olarak bilinmesi gerekir. Maxwell Denklemleri EM alanın bileşenleri arası ilişkileri ve jeofizik (veya yeraltı) araştırmalarına nasıl uygulanacağını anlamak için iyi bir başlangıç noktasıdır. Aşağıda verilen bu bağıntılar Faraday ve Ampere gibi bilim adamlarının yaptığı çalışmalar sonucu elde edilmiş deneysel (empirical) denklemlerdir.

## 2. EM Alanlarının Dalga Özellikleri ve Maxwell Denklemlerinin Türev Formu

Elektromanyetik teorinin temelini oluşturan Maxwell denklemleri, zamanla değişen EM alanları tanımlar. Zamanla değişen elektrik alan bir manyetik alan yaratır, benzer olarak da zamanla değişen manyetik alan da elektrik alana neden olacaktır (şekil 2.1). Sürekli olarak ardışık bir şekilde tekrarlanan bu alan yaratma işlemi, ortamda ilerleyerek devam eder. İlerleme, kayıpların (genlik, frekans vs.) göreceli büyüklüğüne bağlı olarak difüzyon yada dalga hareketi olarak gelişir. Jeofizik uygulamalar göz önüne alındığında örneğin, yerradarında (yüksek frekans kullanıldığından) dalga şeklinde bir yayılım gözlenirken, manyetotellürükde (düşük frekans nedeniyle) difüzyon oluşur.



Şekil 2.1. Dalga formunu oluşturan, ardışık olarak yaratılan alanlar (Annan, A. P,2000, Ground Penetrating Radar Workshop Notes)

## Maxwell Denklemlerinin Türev Formu

Birinci Maxwell denklemi Ampere kanunu olarakta bilinir;

$$\nabla \times \mathbf{h} = \mathbf{j} + (\partial \mathbf{d} / \partial t) \quad (1)$$

Bu bağıntı manyetik alan şiddeti,  $\mathbf{h}$  (A/m) nın ortamda akan elektrik akımları tarafından oluşturulduğunu gösterir. 1 nolu bağıntıda  $\mathbf{j}$ = elektrik akımının yoğunluğu (A/m<sup>2</sup>).  $\mathbf{d}$ = yer değiştirme akımlarını (C/m<sup>2</sup>) gösterir.

1.bağıntıda 2 çeşit akım tanımlanmaktadır.

a) Galvanik veya Ohmik akım ( $\mathbf{j}$ ), elektriksel yük (charge) taşıyıcıları, herhangi bir engel olmadan ortamdan akar. İletim elektron alış verişi ile gerçekleşir.

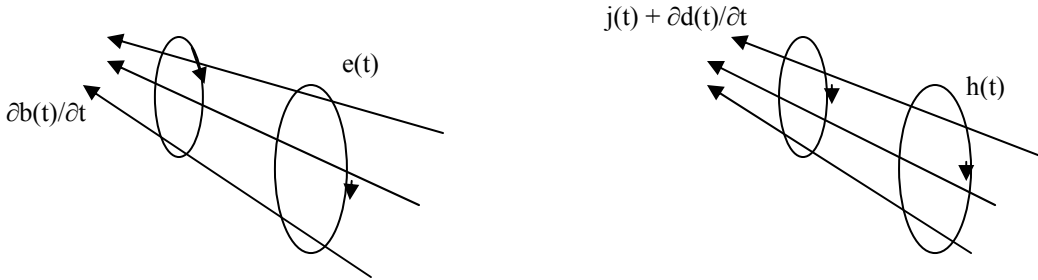
b) Yerdeğiştirme akımı ( $\partial \mathbf{d} / \partial t$ ), ortamdaki elektriksel yüklerle ilgilidir ve dielektrik malzemelerde zorlayıcı bir elektrik alanla ortaya çıkar. Tam bir iletim sözkonusu değildir, elektron alışverişi gerçekleşmez.

Ortamda oluşacak manyetik alan iletkenlik ve yerdeğiştirme akımlarının toplamı ile orantılı olacaktır.

İkinci bağıntı Faraday tarafından tanımlanmıştır

$$\nabla \times \mathbf{e} = -(\partial \mathbf{b} / \partial t) \quad (2)$$

ve zamanla değişen manyetik akı yoğunluğunun,  $\mathbf{b}$  (nT) elektrik alanı,  $\mathbf{e}$  (mV/m) yarattığını gösterir.



Şekil 2.1 Alanlar arası ilişkiler (Grant and West 1965)

Bilinen vektör işlemlerinden yararlanarak ( $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0$ )

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{e} = -\nabla \cdot (\partial \mathbf{b} / \partial t) = \partial (\nabla \cdot \mathbf{b}) / \partial t = 0$$

sonuç olarak

$$\nabla \cdot \mathbf{b} = 0 \quad (3)$$

bulunur. Bağlantıda manyetik induksiyonun solenoidal olduğunu gösterir. Maxwell' in son eşitliği Coulomb kanunudur,

$$\nabla \cdot \mathbf{d} = \rho_s \quad (4)$$

burada  $\rho_s$  elektriksel yüklenme yoğunluğunu gösterir.

1.ve 2. bağıntılar EM alanların davranışını bütün Jeofizik uygulamalarda tanımlarlar. Ancak, bu bağıntılarda alanlar ile yeraltı yapıları veya yapıların özellikleri arasında nasıl bir ilişki olduğu açık değildir. Yukarıda verilen fizik kanunları ile yer yapıları arasındaki bağıntı (Constitutive Equations) ilişkilendirici denklemler adı verilen bağıntıları kullanılarak gösterilebilir. Bu denklemlerden ilki

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{e} \quad (5)$$

jeofizik uygulamalar için en önemli bağıntıdır ve akım yoğunluğu ile elektrik alanı arasındaki ilişkiyi verir. Burada tanımlanan  $\sigma$  değiştirgeni (parameter) elektriksel iletkenlik olarak adlandırılır.  $\mathbf{j}$  ve  $\mathbf{e}$  vektör olduklarından  $\sigma$  tensör olmalıdır .

$$\sigma = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

Köşegen elemanlar iletkenliğin ana (principal) değerlerini oluşturur. Diğer elemanlar ise ikincil (subsidiary) değerlerdir.

Çoğu yer yapısında iletkenlik yönere bağlıdır. Bu tür ortamlar için tekdüze olmayan (Anisotropic) ortam tanımı kullanılır. Tekdüzelik atomik veya moleküler seviyeden (instruct anisotropy) bozulmuş olabilir. Üç ana  $\sigma$  değerinin aynı olduğu tekdüze kaya ve minerallere oldukça nadir rastlanır. Eğer birbirine dik iki koordinat yönü iletkenliğin en fazla ve en az olduğu ( ana yönler) yönlerde seçilirse iletkenlik tensörü basit şekilde yazılabilir.

$$\sigma = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

keyfi yönler için  
 $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$  alınabilir.

Diğer bir bağıntı

$$\mathbf{d} = \epsilon \mathbf{e} \quad (6)$$

bu bağıntı elektrik alan şiddeti ile yer değiştirme akımları arasındaki ilişkiyi göstermektedir.  $\epsilon$  = dielektrik sabiti (Dielectric constant) ortama ait değiştirgendir ve  $\sigma$  gibi tensördür. Serbest uzayda değeri  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$  Farad/m<sup>2</sup>. Dielektrik malzemelere bir alan uygulandığında yüklerde ayrışma meydana gelir ve bu olay kutuplanma (polarisation) olarak adlandırılır. Bu olgu yüksek frekans kullanan EM yöntemlerde önem kazanır ve IP (induction polarisation) yönteminde temelini oluşturur.

$$\mathbf{b} = \mu \mathbf{h} \quad (7)$$

Bu bağıntı manyetik alan şiddeti ile manyetik akı yoğunluğu arasındaki ilişkiyi verir.  $\mu$  ortamın bir değiştirgendir ve manyetik geçirgenlik (Magnetic Permeability) olarak adlandırılır. Manyetik yöntemlerin temelini oluşturmasına rağmen EM yöntemlerde de önemlidir.  $\mu$  de değerleri gibi tensördür.

**Soru:** İletim şekillerini karşılaştırın ve ortam değiştirgenleri ile aralarındaki ilişkileri gösterin

**Jeofizik uygulamalarında ortamı tanımlayan bu özellikler ( $\sigma$ ,  $\epsilon$ ,  $\mu$ ) EM alanı nasıl etkiler.**

Genel uygulama ortamın bütün özelliklerini bir bağıntıda toplamaktır. Ortam değiştirgenleri ile E ve H arasındaki ilişki 5,6,7 bağıntılarını 1 ve 2 de verilen bağıntılarda yerine koyup 1 ve 2 yi yalnız E ve H olarak ifade ederek verilebilir

$$\nabla \times \mathbf{h} = \sigma \mathbf{e} + (\partial(\epsilon \mathbf{e}) / \partial t)$$

ve

$$\nabla \times \mathbf{e} = -(\partial(\mu \mathbf{h}) / \partial t)$$

Fourier dönüşümü ile bu bağıntılar frekans ortamına taşınabilir. Bu durumda

$$\mathfrak{F}[\mathbf{f}] \rightarrow \text{FD} \rightarrow [\mathbf{F}] = \text{Fourier dönüşümü nü gösterirse}$$

$$\mathfrak{F}[\partial / \partial t] \rightarrow iw \quad (i = (-1)^{1/2}) \quad \text{alınarak}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + i\omega \epsilon) \mathbf{E} \quad (8)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega \mu \mathbf{H} \quad (9)$$

bağıntıları elde edilir. Sonuç olarak bu üç değiştirgenin EM alanı birlikte etkilediği söylenebilir. Bu birliktelik, ortamda EM alanın davranışını belirler. Buraya kadar yapılan işlemlerde  $\sigma$ ,  $\epsilon$ ,  $\mu$  değiştirgenlerinin zamandan bağımsız olduğu varsayımı

yapılmıştır. Gerçek koşullarda her bir değişirgen zamana (veya frekansa) ısıya ve basınca bağımlılık gösterebilir. İşlem kolaylığı için bu notlarda verilen işlemlerde bu bağımlılıklar göz önüne alınmayacaktır.

### Çalışma Konusu :

Dalga denklemlerini elde edin

$$\begin{aligned} 1) \nabla \times \mathbf{e} &= -(\partial \mathbf{b} / \partial t) & \mathbf{b} &= \mu \mathbf{h}, \\ 2) \nabla \times \mathbf{h} &= \mathbf{j} + (\partial \mathbf{d} / \partial t) & \mathbf{d} &= \epsilon \mathbf{e}, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{e}, \end{aligned}$$

Yol gösterme : 1. ve 2. nin rotasyonelleri alınıp

$\nabla \times \nabla \times \mathbf{F} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}$  özelliği kullanılır.

Bu bağıntılar,

$\mathbf{h}$  için

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{h} &= \nabla \times \mathbf{j} + \nabla \times (\partial \mathbf{d} / \partial t) \\ &= \sigma \nabla \times \mathbf{e} + \epsilon (\partial (\nabla \times \mathbf{e}) / \partial t) \\ &= \sigma (-\partial \mathbf{b} / \partial t) + \epsilon (\partial (-\partial \mathbf{b} / \partial t) / \partial t) \\ &= \sigma \mu (-\partial \mathbf{h} / \partial t) + \epsilon \mu (\partial (-\partial \mathbf{h} / \partial t) / \partial t) \end{aligned}$$

ve

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{h} + \epsilon \mu (\partial^2 \mathbf{h} / \partial t^2) + \mu \sigma (\partial \mathbf{h} / \partial t) = 0 \quad (\ç1)$$

bağıntısı bulunur. Aynı şekilde  $\mathbf{e}$  için

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{e} &= -\mu \nabla \times (\partial \mathbf{h} / \partial t) = -\mu (\partial (\nabla \times \mathbf{h}) / \partial t) \\ &= -\mu (\partial (\mathbf{j} + \partial \mathbf{d} / \partial t) / \partial t) \\ &= -\mu (\partial \mathbf{j} / \partial t + \partial^2 \mathbf{d} / \partial t^2) \\ &= -\mu \sigma (\partial \mathbf{e} / \partial t) - \mu \epsilon (\partial^2 \mathbf{e} / \partial t^2) \end{aligned}$$

ve basit düzenlemeden sonra

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{e} + \mu \epsilon (\partial^2 \mathbf{e} / \partial t^2) + \mu \sigma (\partial \mathbf{e} / \partial t) = 0 \quad (\ç2)$$



bu bağıntılarda

$\nabla_x \nabla_x F = \nabla (\nabla \cdot F) - \nabla^2 F$  özelliğini kullanalım.

Tekdüze ortamda

$\nabla \cdot \mathbf{e} = 0$  ve  $\nabla \cdot \mathbf{h} = 0$  özellikleri bilinmektedir.

$-\nabla^2 \mathbf{h} = \nabla_x \nabla_x \mathbf{h}$  ve  $-\nabla^2 \mathbf{e} = \nabla_x \nabla_x \mathbf{e}$  olur.

$$\nabla^2 \mathbf{h} = \mu \epsilon (\partial^2 \mathbf{h} / \partial t^2) + \mu \sigma (\partial \mathbf{h} / \partial t) \quad (\text{ç3})$$

$$\nabla^2 \mathbf{e} = \mu \epsilon (\partial^2 \mathbf{e} / \partial t^2) + \mu \sigma (\partial \mathbf{e} / \partial t) \quad (\text{ç4})$$

(ç3) ve (ç4) bağıntılar zaman ortamında E ve H için dalga denklemleridir.

### Dalga denklemleri

$$\nabla^2 \mathbf{h} = \mu \epsilon (\partial^2 \mathbf{h} / \partial t^2) + \mu \sigma (\partial \mathbf{h} / \partial t) \quad (10)$$

$$\nabla^2 \mathbf{e} = \mu \epsilon (\partial^2 \mathbf{e} / \partial t^2) + \mu \sigma (\partial \mathbf{e} / \partial t) \quad (11)$$

Yukarıda dalga denklemlerinde  $\mu \sigma (\partial (\mathbf{e} \text{ veya } \mathbf{h}) / \partial t)$  terim sönüm faktörüdür. Bu nedenle 10 ve 11 bağıntıları sönümlü dalganın yayılımını verir. 11 nolu bağıntı ele alındığında  $\sigma$  dalganın elektrik vektörünün etkisi ile akan iletkenlik akımlarına neden olur. Bu akımlar Ohmik ısınma (ohmic heating) nedeni ile dönüşümsüz olarak saçınırlar ve dalganın yayılımında enerji kaybına neden olurlar bu nedenle  $\mu \sigma (\partial \mathbf{e} / \partial t)$  ve  $\mu \sigma (\partial \mathbf{h} / \partial t)$  kayıp terimleri olarak adlandırılır. Eğer  $\sigma = 0$ , yani hava göz önüne alınırsa, sönüm terimi ortadan kalkar ama çoğu materyalin iletkenliği sonludur.

### Neden 10 ve 11 bağıntıları dalga denklemi olarak adlandırılır?

Bu denklemlerin çözümleri yayılan dalgayı verir.

$$\nabla^2 \mathbf{h} - \mu \epsilon (\partial^2 \mathbf{h} / \partial t^2) = \nabla_x \mathbf{j}$$

$$\nabla^2 \mathbf{e} - \mu \epsilon (\partial^2 \mathbf{e} / \partial t^2) = \mu (\partial \mathbf{j} / \partial t)$$

$\mathbf{e}$  ve  $\mathbf{h}$  akımlar olarak alındığında denklemlerin sağ tarafları yalnızca kaynak terimidir.

### Frekans ortamında dalga denklemi

Fourier dönüşümü yardımıyla 10 ve 11 nolu bağıntılar frekans ortamına dönüştürülebilir.

$$\nabla^2 \mathbf{E} + (\mu\epsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)\mathbf{E} = 0 \quad (12)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + (\mu\epsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)\mathbf{H} = 0 \quad (13)$$

veya

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad \text{ve} \quad \nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (14)$$

burada  $k^2 = (\mu\epsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega)$

dalga denklemi frekans ortamında ortam değiştirgenlerinden ayrı olarak ifade edildi. Burada k ortamı tanımlayan yeni bir değiştirgen olarak alınabilir. k dalga sayısı olarak adlandırılır ve EM dalganın ortamdaki yayılımı kontrol eder diğer bir deyişle ortam ile EM alanın etkileşimini tanımlar. k yı tanımlayan bağıntıda parantez içindeki gerçel kısım ( $\mu\epsilon\omega^2$ ) yerdeğiştirme akımlarını (displacement current), sanal kısım ise ( $i\mu\sigma\omega$ ) iletkenlik akımlarını (conduction current) temsil eder. k'nın frekansa göre değişimi EM yöntemleri'nin en önemli temelidir. Frekans ise jeofizikçiler tarafından tasarım değiştirgeni olarak kullanılır.

EM yöntemlerinde genelde  $10^{-5}$  ile  $10^5$  Hz arası frekanslar kullanılır. Genel olarak jeolojik yapılar göz önüne alındığında iletkenlik akımları ile ilgili terim yerdeğiştirme akımları ile ilgili terimden çok daha büyük olacaktır. Bu nedenle uygulamalarda hesaplama kolaylığı için yerdeğiştirme akımları ile ilgili terim ihmal edilebilir.

---

**Soru:** ne tür şartlar altında yerdeğiştirme akımları ile ilgili terim iletkenlik akımları ile ilgili terimden daha büyük olur. Sayısal örnek ile gösterin

---

### Çok yüksek frekanslarda ne olur?

Çok yüksek frekanslarda ( $10^5 \ll$ ) yerdeğiştirme akımlarına baskındır ve

$$k^2 \approx \omega^2 \mu\epsilon$$

EM alan herhangi bir sönüme uğramadan yayılır. Dalga boyu yalnızca  $\epsilon$  a bağlıdır.

$$\lambda = 2\pi/\omega(\mu\epsilon)^{1/2}$$

Bu tür yayılım yansıtıcı yeraltı yapılarına olan uzaklığı ölçmek için kullanılır. Bu işlem için dalganın vericiden yansıtıcıya gidip ve yansıtıcıya geri gelmesi için geçen zaman ölçülür. Bu işlem Yer radarı (Ground Probing Radar, GPR) yönteminin temelini oluşturmaktadır.

### Çok düşük frekanslarda ne olur?

14 no'lu bağıntıda  $10^5$  Hz den düşük frekanslarda  $\mu\epsilon\omega^2 \ll \mu\sigma\omega$  olur. Tanım olarak iletkenlik akımları ihmal edilecek kadar azalır. Bu koşullarda  $k$  nın  $\epsilon$  a bağımlılığı ortadan kalkar ve EM alanın davranışı **diffusion bağıntıları** ile verilir,

$$\nabla^2 \mathbf{h} - \mu\sigma (\partial\mathbf{h}/\partial t) = 0$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - i\mu\sigma\omega\mathbf{H} = 0$$

$$\nabla^2 \mathbf{e} - \mu\sigma (\partial\mathbf{e}/\partial t) = 0$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - i\mu\sigma\omega\mathbf{E} = 0$$

(2. derece doğrusal dif. Denk.)

son bağıntılarda dalga sayısı yaklaşık olarak

$$k^2 = (-i\mu\sigma\omega)$$

bağıntısı ile verilir. Çoğu jeofizik uygulamalarda diffusion bağıntısının geçerli olduğu kabul edilir ve EM arama yöntemlerinde çözünürlüğün az olması bu olgu ile açıklanabilir: yayılım sırasında alanlar sönmümlenir ve alan şiddeti ancak belli bir nüfuz derinliğine kadar ölçülebilecek büyüklükte kalır. EM dalganın düffüsiye doğası yeraltı yapılarını etkilerinin azalmasına ve görünmez olmasına neden olur.

### Çalışma Konusu :

$$\nabla^2 \mathbf{e} = \mu\epsilon (\partial^2\mathbf{e}/\partial t^2) + \mu\sigma (\partial\mathbf{e}/\partial t)$$

veriliyor.  $\mathbf{e} = \mathbf{e}_0 \sin(\omega t)$  olsun

$$\nabla^2 \mathbf{e} = T_1 \cos(\omega t) - T_2 \sin(\omega t)$$

$T_1 = \mu \sigma \omega \mathbf{e}_0$  ,  $T_2 = \mu\epsilon \omega^2 \mathbf{e}_0$  ile verilirse

$$\left| \frac{T_1}{T_2} \right| = \frac{\mu \sigma \omega}{\mu \epsilon \omega^2} = \frac{\sigma}{\epsilon \omega}$$

olur. Burada  $\omega = 2\pi f$ .

1. öz direnci 100 ohm-m olan bir ortam düşünelim  $\epsilon/\epsilon_0 = 10$ ,  $\mu = \mu_0$  ve  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$   $\left| \frac{T_1}{T_2} \right|$  in etkisini

a)  $f = 880 \text{ Hz}$

- b)  $f=26$  KHz
- c)  $f=1.1$  MHz
- d)  $f=20$  MHz

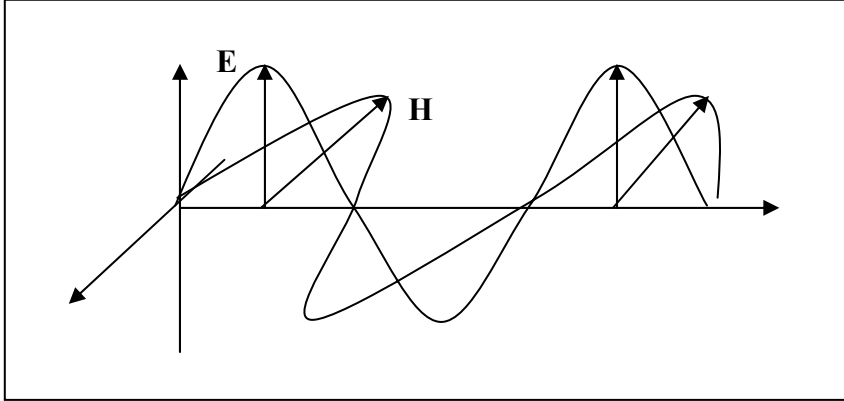
değerleri için bulun.

2. Ekte verilen Şekillerde: buz kalınlığını bulmak için kullanılan havadan EM (airborn EM) yönteminde ve yer araştırmalarında (geotechnic) kullanılan radar yönteminde yapılan kabuller hakkında ne söyleyebilirsiniz.

### 3. Dalga Denklemlerinin Çözümü

#### 3.1. İletken tekdüze ortamda düzlem dalganın yayılımı

EM alanları kullanan jeofizik yöntemlere örnek olarak VLF veya MT araştırma yöntemleri verilebilir. MT yönteminde kaynak çok uzaklarda olduğundan gözlemlenen alanlar için düzlem dalga kabulu yapılır. VLF yönteminde vericiden yayılan alanlar kaynaktan çok uzakta düzlem dalgaya benzerler



Sekil 3.1 E ve H'nin birbirlerine göre ve yayılım doğrultusuna göre davranışları.

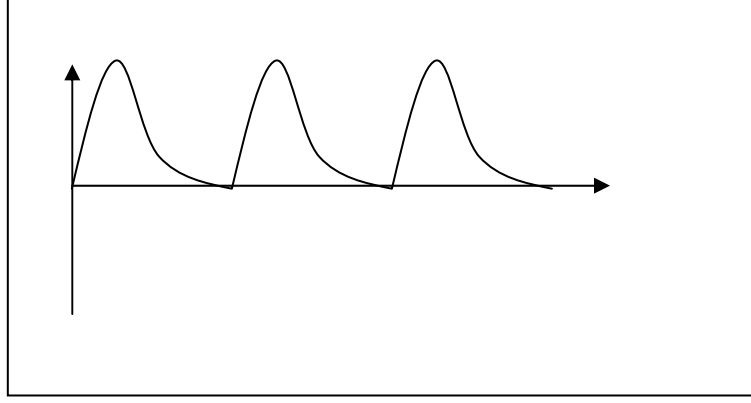
Genel çözüm için kaynağı çok uzakta olan bir dalgayı gözönüne alalım. Dalga yüzeyinde alınacak küçük bir alanda düzlem dalga varsayımı yapılabilir. Düzlem dalga yalnızca yayılım yönünde değişir. Yayılım doğrultusuna dik düzlemlerde tekdüze davranış sergilerler. Vektör dalga denklemi

$$\nabla^2 \mathbf{e} = \mu \epsilon (\partial^2 \mathbf{e} / \partial t^2) + \mu \sigma (\partial \mathbf{e} / \partial t)$$

nin çözümü oldukça karmaşıktır. Keyfi bir EM alan veya dalga her zaman için düzlem dalgaların toplamı olarak tanımlanabilir. Düzlem dalgalar matematik açısından kolay işlem yapılabilir ve skalar dalga denklemleri ile tanımlanabilirler. Bu özellikleri ile, düzlem dalgaları kullanarak karmaşık yapıdaki dalga işlemleri basite indirgenebilir.

### Gözlemlenen alanın davranışı

Jeofizik uygulamalarda alanın zamana göre davranışını sinüsoidal olarak tanımlarız yani alan  $f=\omega/2\pi$  Hz frekansı ile salınım yapar.



Şekil 3.2 EM sinyal (pulse)

### Sinüsoidal davranış seçiminin nedenleri

Bu tür davranış matematiksel işlem yapma kolaylığı yanında

- i) Çoğu EM vericileri (VLF, HLEM v.b) ayrık frekanslarda veya tek frekans yaklaşımı yapılabilecek çok dar zaman aralığında çalışırlar (örn. Frekans ortamı EM yöntemleri).
- ii) Herhangi bir şekilde tekrarlanan dalga şekli Fourier tümlmelerinin toplamı olarak tanımlanabilir. Böylece herhangi bir ani sinyal (pulse) sonsuz sayıdaki sinüsoidal olarak değişen düzlem dalgaların toplamı olarak verilebilir. Bu düzlem dalgalar sinyalin olduğu yerlerde sinyalin şeklini oluşturacak şekilde etkileşirken diğer yerlerde birbirlerini yok ederek 0 değerini verirler.

Bu iki özellik kullanılarak genel zaman ortamı EM problemleri sinüsoidal işlemler dizisine indirgenir.

### DalgaYayılmı :

İletken tekdüze bir ortamda yayılan düzlem-kutuplanmış elektrik alanını göz önüne alalım. Elektrik alan yalnızca bir yöndedir yani  $E=iE_x$ ,  $E_x$  hareket ettiği yöne dik düzlemlerde sabittir.

$$\partial \mathbf{e}_x / \partial x = \partial \mathbf{e}_x / \partial y = 0$$

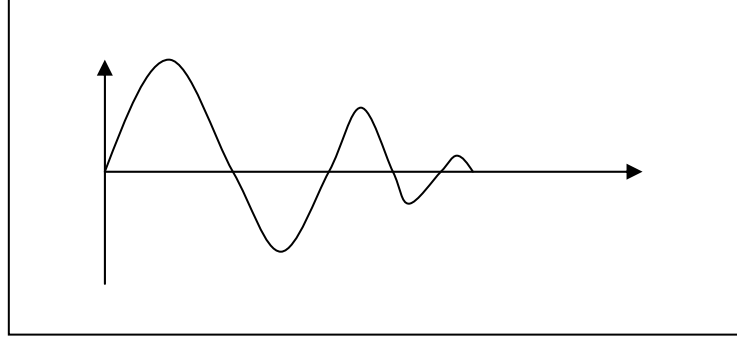
Maxwell denklemlerinden yararlanarak ve bilinen vektör özelliklerini kullanarak

$$\nabla^2 \mathbf{e}_x - \mu\sigma (\partial \mathbf{e}_x / \partial t) = 0$$

diffüzyon denkleminde ulaşırız. Bu bağıntıda

$$\nabla^2 \mathbf{e}_x \cong \partial^2 \mathbf{e}_x / \partial z^2 \quad (\lll \text{yalnız 1 yönde değişim olduğu için})$$

konularak



Şekil 3.3 Elektrik alanının yayılımı

$$\partial^2 \mathbf{e}_x / \partial z^2 - \mu\sigma (\partial \mathbf{e}_x / \partial t) = 0$$

elde edilir. Bu denklemin çözümü için bazı tanımlar gerekir.

- $E_x$  in sinüsoidal dalga olduğunu kabul edildi
- Zamana bağımlılığı  $e^{i\omega t}$  ile verilsin,
- Gelen dalgayı  $E_x = A e^{i\omega t} e^{kz}$  ile tanımlayalım.

Tanımlanan dalga bağıntısında  $A$  ve  $k$  bilinmeyenlerdir.

$$\partial \mathbf{e}_x / \partial z = A k e^{i\omega t} e^{kz}$$

ve

$$\partial^2 \mathbf{e}_x / \partial z^2 = A k^2 e^{i\omega t} e^{kz}$$

veya

$$\mu\sigma (\partial \mathbf{e}_x / \partial t) = \mu\sigma A i\omega e^{i\omega t} e^{kz}$$

Bu iki eşitlikten

$$k^2 = i\omega\mu\sigma$$

ve

$$k = \pm(i)^{1/2} (\omega\mu\sigma)^{1/2}$$

bulunur.

---

Hatırlatma:

$$(i)^{1/2} = (2i/2)^{1/2}$$

$$(i+1)^{1/2} = 1+2i+i^2 = 2i$$

bu iki sonuçtan

$$(i)^{1/2} = (2)^{-1/2} + i (2)^{-1/2}$$

bulunabilir.

---

$$k = (1+i) (\omega\mu\sigma/2)^{1/2}$$

veya basit olarak

$$k = s + is$$

tanımlayalım. ortamda ilerleyen  $E_x$  için

$$E_x = A e^{\pm Sz} e^{i(\omega t \pm Sz)}$$

yazılabilir. Bu çözüm genel halde değildir. Çözümü genelleştirmek için

$$\text{eğer } s + ise \quad z \rightarrow \infty \text{ için } E_x \rightarrow \infty$$

bu durumda  $s$  negatif seçilmeli

$$E_x = A e^{-Sz} e^{i(\omega t - Sz)}$$

Buraya kadar yapılan işlemler ile dalga denklemlerinin genel çözümleri elde edilmiş oldu. Tekrar yazarsak,

$$E_x = E_0 e^{-Sz} e^{i\omega t} e^{iSz}$$

ve

$$H_x = H_0 e^{-Sz} e^{i\omega t} e^{-iSz}$$

Bu denklemlerde  $H_0$  ve  $E_0 = A_0$  dalganın yüzeyden başladığı andaki genliğidir. Bu çözümlerden çıkarılabilecek sonuçlar,

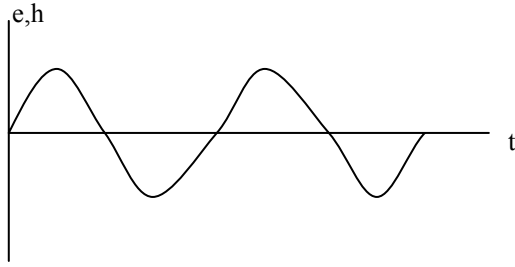
$e^{-Sz} \rightarrow$  herhangi bir salınım genliği zamanla azalır azalmayı  $s$  kontrol eder.

$e^{i(\omega t - Sz)} \rightarrow$  Zaman ve uzayda sinusoidal dalgayı tanımlar.

- a)  $e^{-sz}$  herhangi bir salınımın genliği zamanla azalır. Azalmayı  $s$  kontrol eder.  $s$  gerçel olduğundan  $z$  büyüdükçe  $e^{-sz}$  küçülür bu, sönümü (attenuation) tanımlar, EM alanın yüzeydeki genliğinin  $1/e$  oranında azaldığı derinlik derinliği (skin depth) olarak tanımlanır,

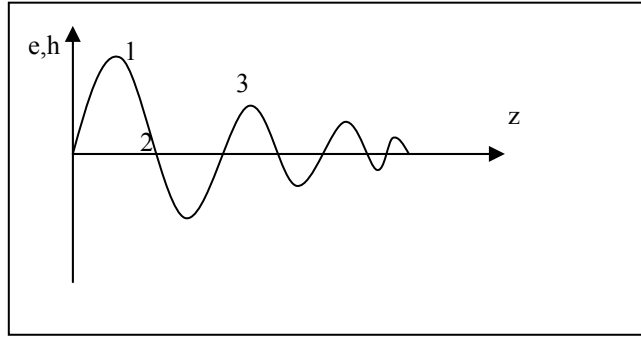
$$\delta = 1/s = (\omega\mu\sigma/2)^{-1/2} = 503 (f\sigma)^{-1/2}$$

- b)  $e^{-i sz} = (\cos sz - i \sin sz)$  dalganın  $z$  derinliğine bağımlı sinüsoidal değişimini gösterir,  
 c)  $e^{i wt} = (\cos wt - i \sin wt)$  dalganın zamanda sinüsoidal davranışını gösterir.  
 d) Uzayda sabit bir düzlemde  $E$  ve  $H$  in zamanla değişimi şekilde verilmiştir.



Şekil 3.4 zamanda değişim

- e) Eğer dalga  $z$  yönünde yayılırsa o zaman  $E$  ve  $H$   $Z$  e bağımlı olarakta değişecektir.



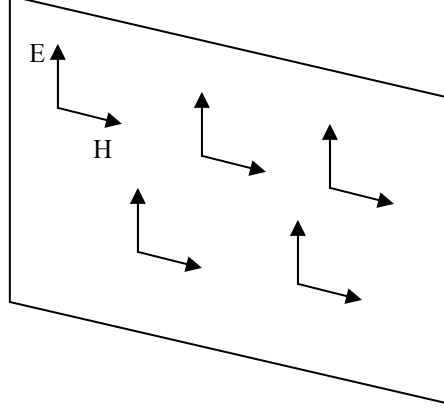
Şekil 3.5 z yönünde değişim

### Dalganın Yayıldığını nereden biliyoruz

- 1)  $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$  olduğundan  $E_x$  ve  $H_y$   $z$  eksenine dik düzlemde sabit değerdendirler bu tekdüze düzlem dalgayı gösterir.
- 2)  $Z$  exseni boyunca farklı uzaklıklardaki düzlemlerde genlikleride farklı olacaktır. Yukarıdaki Şekilde (1), (2) ve (3) farklı derinliklerdeki genlikleri göstermektedir. (2) de genlik 0 dır.



- 3) Herhangi bir düzlemde **E ve H aynı fazda olacaktır** bu düzlemde sabit faz düzlemi (plane of constant phase) olarak adlandırılır.
- 4)  $t=0$  ve  $z=0$  da oluşan H ve E nin tepe değerleri aşağıya doğru giderken  $t=t_1$  ve  $z=z_1$  de tekrar oluşur sabit faz düzlemi z yönünde yayılacaktır (tekdüze düzlem dalga için  $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ ).
- 5) Sabit faz düzlemi



Şekil 3.5 Sabit faz düzlemi

$$E = E_0^+ e^{-i(Sz - wt)} = E_0^+ e^{-ic}$$

Bağıntısı ile verilir. Burada  $c=faz$ , yani, sinüs dalgasının genliğinin  $z$  ve  $t$  ye bağlı tanımıdır. Fazın türevini alıp 0' a eşitleyelim;

$$\partial c / \partial t = w - s \partial z / \partial t = 0$$

buradanda

$$\partial z / \partial t = w/s = V_{ph} \quad \text{pozitif faz hızı}$$

elde edilir. Benzer olarak

$$E = E_0^- e^{i(Sz + wt)} = E_0^- e^{ic}$$

Ve

$$\partial z / \partial t = -w/s = V_{ph} \quad \text{negatif faz hızı}$$

bulunabilir. Bu işlemler, neden  $E_0^+$  ve  $E_0^-$  genlik değerlerinin aşağı ve yukarı yönde giden dalgalarda kullanıldığını açıklamaktadır. Eğer faz hızı frekansa bağımlı ise,

$$V_{ph} = V_{ph}(f)$$

Ortam dispersif olarak tanımlanır. Benzer olarak  $k=k(f)$  olması da dispersif ortamı tanımlamaktadır. Düşük frekanslar da dahi;

$$V_{ph} = (2w/\mu\sigma)^{1/2}$$

Olacağından  $\mu$ ,  $\sigma$  veya  $\epsilon$  frekanstan bağımsız olsalar bile yeryapısını oluşturan malzemeler dispersif kabul edilirler.

### Çalışma konusu

Düzlemde kutuplanmış elektrik alanının iletken ortamda yayılımı

$$E_x = E_0 e^{i(\omega t - Sz)} e^{-Sz}$$

Bağıntısı ile veriliyor.

$$k = s + is \quad \text{ve} \quad s = 0.5 (w\mu\sigma)^{1/2}$$

$z = 1/s$  derinliğinde,

- I)  $E_x$  in genliği  $E_0/e = \%37 E_0$  olur. Böylece  $1/s$  deri derinliği (skin depth) olarak tanımlanır
- II)  $E_x$  in fazı, yüzeydeki değerine göre 1 radyan değiştiğinden  $1/s$  radyan dalga boyudur (radian wave length) ve gerçek dalga boyunun (real wave length)  $1/2\pi$  katıdır.

Soru 1. Ekte verilen şekildeki hatayı gösterebilirmisiniz.

Soru 2. Aşağıda verilen durumlarda deri kalınlığını bulunuz,

- 1)  $f = 25$  Hz  $\sigma = 5 \times 10^{-3}$  mho/m  $\mu = \mu_0$
- 2)  $f = 2$  Hz  $\sigma = 3 \times 10^{-5}$  mho/m  $\mu = \mu_0$

$E_x$  (keyfi bir birim için) - derinlik (m) grafiğini

$Z = 0, d/2, 3d/2, \dots, 6d$  için  $t = 0$

Anında yukarıdaki herhangi bir durum için çiziniz.

Soru 3. Volkanik ve tortul birimlerden oluşan ortamda üstteki volkanik birimin kalınlığı 500m ve öz direnci 1000 ohm-m dir. Altındaki tortul birimi ortalama öz direnci 10 ohm dur.

- (1) 8 Hz frekansında EM dalga ( $1mV/km$  yüzey değeri) nin genliği 1 km derinlikte ne olur.
- (2) Aynı genlikte ama 0.1 Hz frekanslı EM dalga için durum ne olur.