

# DİNAMİK - 10



**Yrd. Doç. Dr. Mehmet Ali Dayıođlu**  
**Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi**  
**Tarım Makinaları ve Teknolojileri Mühendisliđi Bölümü**

# 10. HAFTA

## Kapsam:

- Mekanik güç
- Mekanik verim
- Örnek problem çözümleri
- Konservatif Kuvvetler
- Potansiyel enerji
- Kinetik enerji
- Enerji korunumu ilkesi
- Analiz prosedürü
- Örnek problem çözümleri

## 3.10 Mekanik Güç

Güç birim zamanda yapılan iş miktarı olarak tanımlanır.

**Ortalama güç:**  $P_{ort} = \frac{\Delta U}{\Delta t}$

$\Delta t$  zaman aralığında yapılan iş  $\Delta U$  ise ortalama güç hesaplanabilir.

**Anlık güç:**

Zaman aralığı çok küçük alınır.

Anlık güç yapılan işin zamana göre türevidir.

$$dU = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \quad \rightarrow \quad P = \frac{d}{dt} (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r})$$

Eğer  $F$  kuvveti sabit ise, güç kuvvet ile hız vektörünün skaler çarpımıdır.

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad (\text{skaler})$$

SI sisteminde kullanılan güç birimi Watt (W) dır.

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$$

## 3.11 Mekanik verim

Bir makinanın mekanik verimi makine tarafından üretilen çıkış gücünün makinaya verilen giriş gücüne oranı olarak tanımlanır:

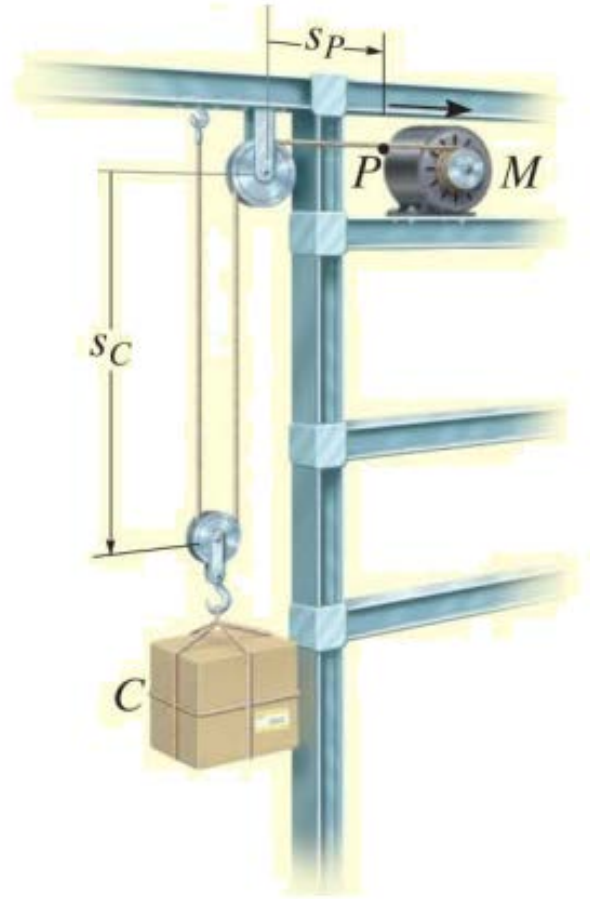
$$\eta = \frac{\text{çıkış gücü}}{\text{giriş gücü}} = \frac{P_o}{P_i}$$

$$\eta = \frac{\text{çıkış enerjisi}}{\text{giriş enerjisi}} = \frac{Q_o}{Q_i}$$

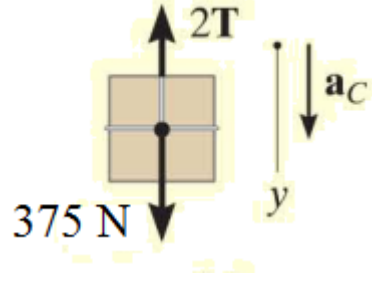
$\eta$  mekanik verim olarak hesaplanır. Yüzde olarak yada 0 – 1 arasında tanımlanabilir.

## Örnek Problem

Şekil 14–15a’da gösterilen yük asansörünün  $M$  motoru 0.85’lik bir verimle çalışmaktadır. 375 N’luk  $C$  sandığını, ip üzerindeki  $P$  noktası  $1.2 \text{ m/s}^2$  lik bir ivme ile çekilecek ve gösterilen andaki hızı  $0.6 \text{ m/s}$  olacak şekilde, kaldırması için motora sağlanması gereken gücü belirleyiniz. Makara ve ipin kütlesini ihmal ediniz.



## Çözüm



Motorun çıkış gücünü hesaplamak için, önce ipteki çekme kuvvetini belirlemek gerekir, çünkü bu kuvvet motor tarafından meydana getirilir.

Serbest-cisim diyagramından, Şekil 14–15b,

$$+\downarrow \Sigma F_y = ma_y; \quad -2T + 375 \text{ N} = \frac{375 \text{ N}}{9.81 \text{ m/s}^2} a_C \quad (1)$$

buluruz.

Yükün ivmesi, yükün hareketi ile  $P$  noktasının bilinen hareketi arasında bir bağıntı kuran kinematik kullanılarak elde edilebilir, Şekil 14–15a. Dolayısıyla, Kesim 12.8'in yöntemleriyle, Şekil 14–15a'deki  $s_C$  ve  $s_P$  koordinatları ile yatay ve düşey doğrultularda değişen ipin  $l$  uzunluğundaki sabit bir parçası arasında bir bağıntı kurulabilir:  $2s_C + s_P = l$ . Bu denklemin zamana göre ikinci türevi alınarak,

$$2a_C = -a_P \quad (2)$$

bulunur.  $a_P = +1.2 \text{ m/s}^2$  olduğundan,  $a_C = (-1.2 \text{ m/s}^2)/2$  olur. Eksi işareti neyi gösterir? Bu sonucu Denklem 1'e yerleştirir ve, Denklem 1 ve 2'deki ivmelerin ikisinin de aşağı doğru pozitif olduğu kabul edildiğinden, eksi işaretini tutarsak,

$$\begin{aligned} -2T + 375 \text{ N} &= \frac{375 \text{ N}}{9.81 \text{ m/s}^2} (-0.6 \text{ m/s}^2) \\ T &= 199.0 \text{ N} \end{aligned}$$

elde ederiz. Buna göre, ipi  $0.6 \text{ m/s}$  ile çekmek için gerekli, watt cinsinden ölçülen, çıkış gücü

$$\begin{aligned} P &= \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} = (199 \text{ N})(0.6 \text{ m/s}) \\ &= 119.4 \text{ W} \end{aligned}$$

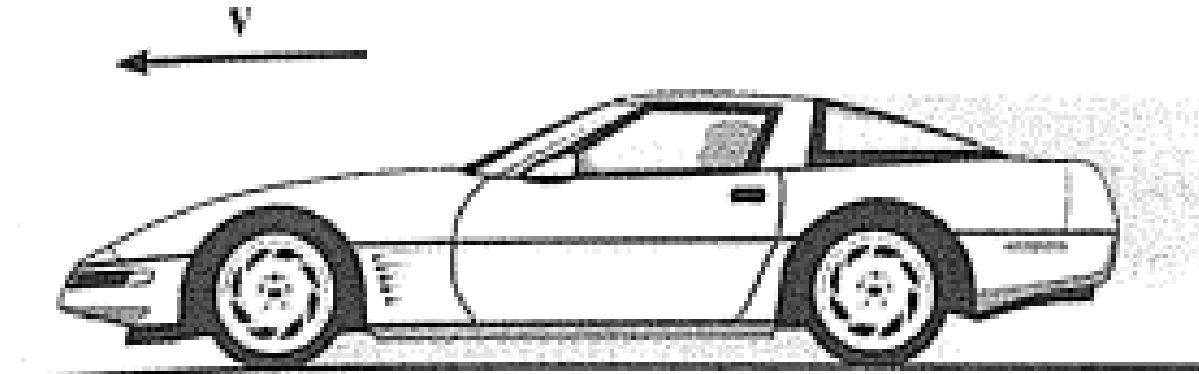
olur. Çıkış gücü, motorun

$$\begin{aligned} \text{giriş gücü} &= \frac{1}{\epsilon} (\text{çıkış gücü}) \\ &= \frac{1}{0.85} (119.4 \text{ W}) = 140.5 \text{ W} \end{aligned} \quad \text{Yanıt}$$

lik bir giriş gücü sağlamasını gerekli kılar. Yükün hızı sürekli değiştiğinden, bu güç gereksiniminin anlık olduğuna dikkat edilmelidir.

## Örnek Problem

Şekil 14–16a’da gösterilen spor araba,  $2 \text{ Mg}$ ’lık bir kütle ve  $\epsilon = 0.63$ ’lük bir motor verimliliğine sahiptir. Araba ileri doğru giderken, rüzgar araba üzerinde,  $v \text{ m/s}$  cinsinden olmak üzere,  $F_D = 1.2v^2 \text{ N}$ ’luk bir sü-rüklenme direnci yaratmaktadır. Araba,  $50 \text{ m/s}$ ’lik bir hızla ilerlediğine göre, motor tarafından sağlanan maksimum gücü belirleyiniz.



## Çözüm

Serbest-cisim diyagramında gösterildiği gibi, Şekil 14–16b,  $N_C$  normal kuvveti ve  $F_C$  sürtünme kuvveti bütün tekerleklerin *bileşke kuvvetlerini* gösterir. Özellikle, dengelenmemiş sürtünme kuvveti arabayı *öne doğru* iter. Bu etki, kuşkusuz, yol üzerinde arka tekerleklerin dönme hareketiyle yaratılır ve motor gücüyle sağlanır.

$x$  doğrultusundaki hareket denklemini uygulayarak,

$$\leftarrow \sum F_x = ma_x; \quad F_C - 1.2v^2 \text{ N} = (2000 \text{ kg}) \frac{dv}{dt}$$

buluruz. Araba sabit hızla ilerlediğinden,  $dv/dt = 0$ 'dır. Dolayısıyla,  $v = 50$  m/s yazılarak,

$$v = 50 \text{ m/s}$$

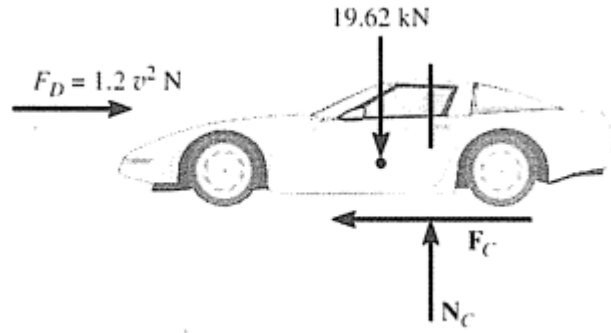
$$F_C = 1.2(50 \text{ m/s})^2 = 3000 \text{ N}$$

elde edilir. Arabanın çıkış gücü,  $F_C$  sürüş (sürtünme) kuvveti ile belirlenir. Buna göre,

$$P = F_C \cdot v = (3000 \text{ N})(50 \text{ m/s}) = 150 \text{ kW}$$

dir. Böylece, motor tarafından sağlanan güç (giriş gücü)

$$\text{giriş gücü} = \frac{1}{\epsilon} (\text{çıkış gücü}) = \frac{1}{0.63} (150 \text{ kW}) = 238 \text{ kW} \quad \text{Yanıt}$$





## 3.12 Konservatif Kuvvetler

Parçacık bir noktadan diğerine hareket ettiğinde, bu kuvvetin yaptığı iş parçacığın izlediği yoldan bağımsız ise bu kuvvete konservatif kuvvet denir.

F kuvvetinin yaptığı iş yola bağımlı değilse kuvvet korunumludur.

F kuvvetinin yaptığı iş yola bağımlı ise kuvvet korunumsuzdur.

**Ağırlık:** Bir parçacığın ağırlığı tarafından yapılan iş yoldan bağımsızdır. Sadece parçacığın düşey yer değiştirmesine bağlıdır. Konservatifdir.

**Elastik Yay:** Bir parçacık üzerine etki eden bir yay kuvveti tarafından yapılan iş yoldan bağımsızdır. Sadece parçacığın s uzaması ve sıkışmasına bağlıdır. Konservatifdir.

**Sürtünme:** Yüzey tarafından parçacığa uygulanan sürtünme kuvveti tarafından yapılan iş yola bağlıdır. Yol uzadıkça iş artar. Sonuç olarak sürtünme kuvveti konservatif değildir. İş cisimden ısı şeklinde dışarı yayılır.

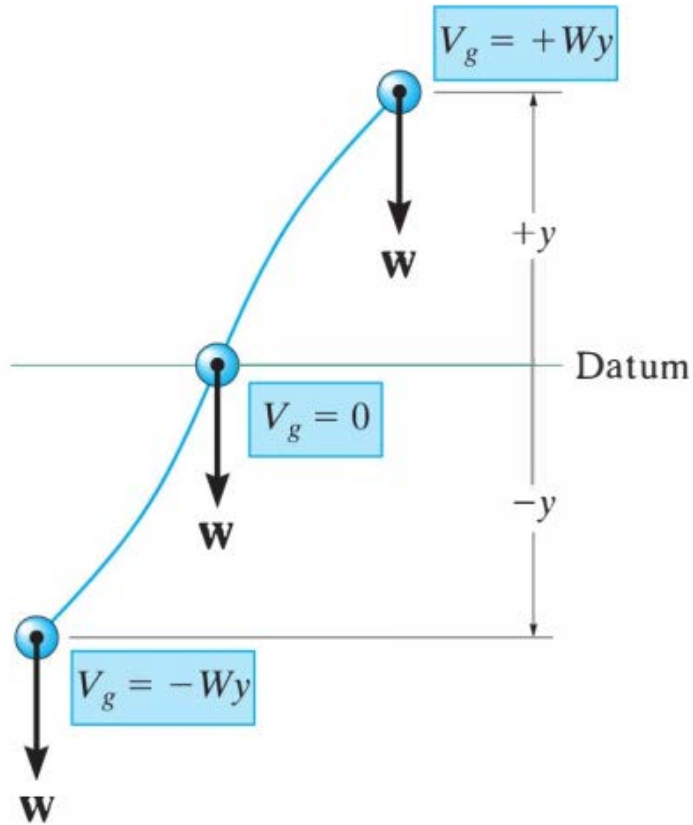
**Enerji:** Enerji iş yapma kapasitesi olarak tanımlanır.

**Kinetik enerji:** Başlangıçta hareketsiz olan bir parçacığı v hızına taşımak için yapılması gereken işe eşittir. Kinetik enerji parçacığın iş yapma kapasitesinin bir ölçüsüdür.

**Potansiyel enerji:** Bir referansa göre ölçülen ve parçacığın konumundan kaynaklanan enerji potansiyel enerji olarak tanımlanır. Mekanikte, yerçekiminden yada elastik bir yay tarafından yaratılan potansiyel enerji önemlidir.

## 3.13 Potansiyel Enerji

1. Yerçekim potansiyel enerjisi:

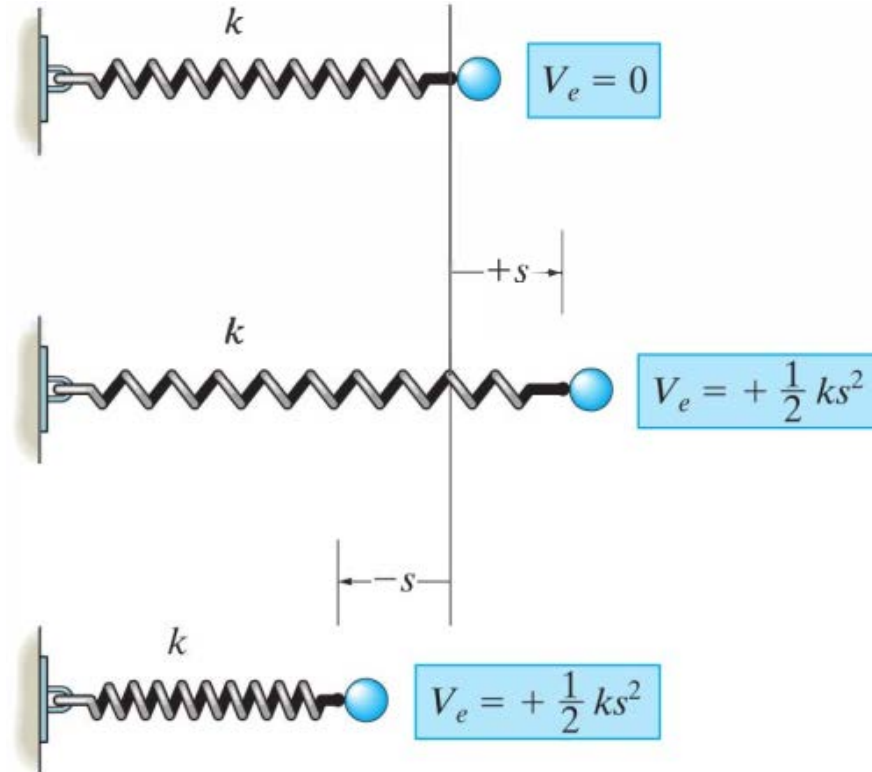


$$U_{1-2} = -mg(y_2 - y_1)$$

$$U_{1-2} = mgy_1 - mgy_2$$

$$U_{1-2} = V_1 - V_2$$

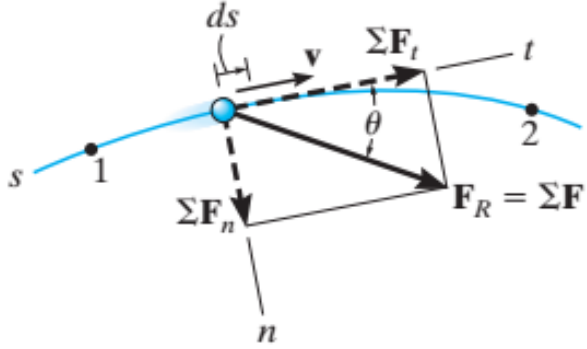
2. Yay potansiyel enerjisi:



$$U_{1-2} = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$$

$$U_{1-2} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

## 3.14 Kinetik Enerji



Kütlesi  $m$  olan ve üzerine etkiyen  $F_R$  bileşke kuvveti ile  $v$  hızına sahip olan bir parçacık düşünelim.

1 noktasından 2 noktasına parçacık üzerinde etkili olan kinetik enerji tanımlanabilir:

$$\Sigma \int_{s_1}^{s_2} F_t ds = \int_{v_1}^{v_2} mv dv$$

$$\Sigma \int_{s_1}^{s_2} F_t ds = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Sigma U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

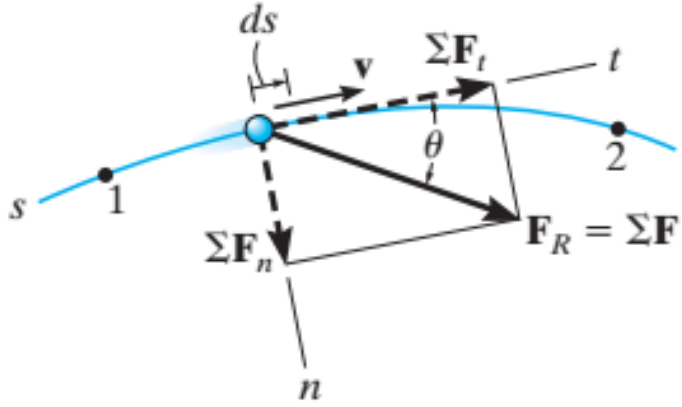
Soldaki terim 1 den 2 ye giderken parçacık üzerinde etkili olan tüm kuvvetlerin yaptığı işin toplamını gösterir.

Sağdaki iki terim  $T = \frac{1}{2}mv^2$  formunda parçacığın sırasıyla son ve ilk kinetik enerjilerinin tanımlanması için kullanılır.

Kinetik enerji skalerdir ve birimi Joule (J) dir.

İş pozitif yada negatif olabilir. Ancak kinetik enerji daima pozitiftir.

## 3.14 Kinetik Enerji



Yukarıdaki son eşitlik genellikle aşağıdaki şekilde yazılır:

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

[Parçacığı başlangıçtaki kinetik enerjisi] + [parçacık üzerine etkiyen ve onu başlangıçtan son konuma hareket ettiren tüm toplam kuvvetlerin yaptığı iş] = [parçacığın son kinetik enerjisi]

## 3.15 Enerjinin Korunumu İlkesi

Korunumlu ve korunumsuz kuvvetlerin yaptığı işler ayrı ayrı hesaplanabilir.

$$U_{1-2} = (U_{1-2})_{\text{korunumlu}} + (U_{1-2})_{\text{korunumsuz}}$$

Konservatif kuvvetler söz konusu ise,

Enerjinin korunumu prensibine göre, başlangıçtaki kinetik ve potansiyel enerjiler toplamı son durumdaki kinetik ve potansiyel enerjiler toplamına eşittir.

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

## 3.16 Analiz prosedürü

Enerji korumu denklemi hız, yer değiştirme ve konservatif kuvvet sistemlerini içeren problemleri çözmek için kullanılır. Burada, yörünge üzerinde sadece iki noktada potansiyel ve kinetik enerjiler belirlenir.

### İř (Serbest cisim diyagramı) - (SCD)

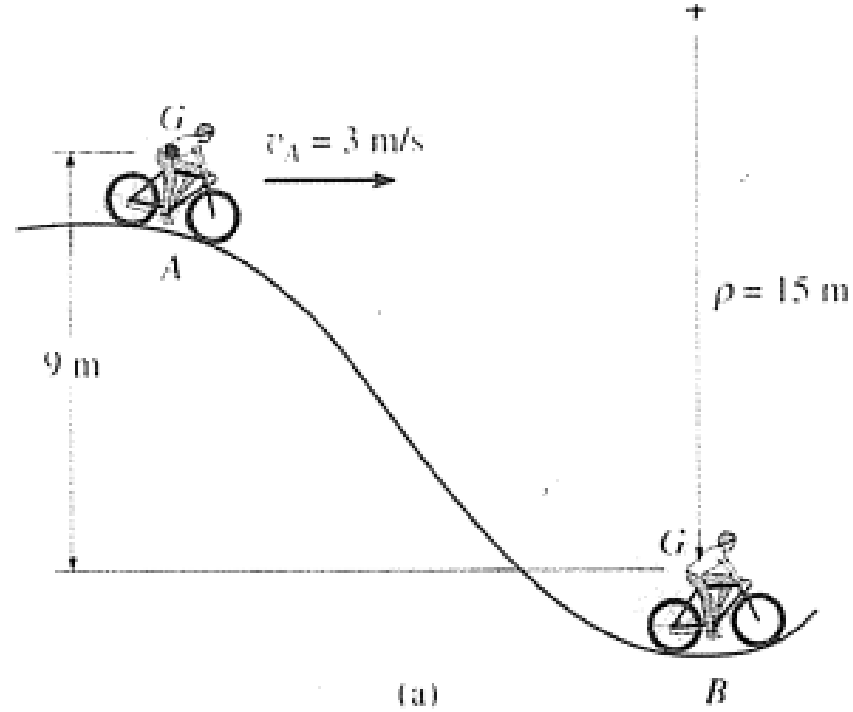
- Parçacığın ilk ve son konumlarına göre SCD çizilir. Bir parçacık üzerinde iş yapan, aynı zamanda yol üzerinde hareket ettiren tüm kuvvetler diyagram üzerinde gösterilir.

### Enerjinin korunumu ilkesi

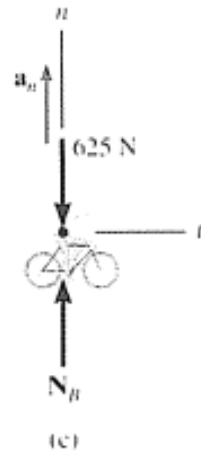
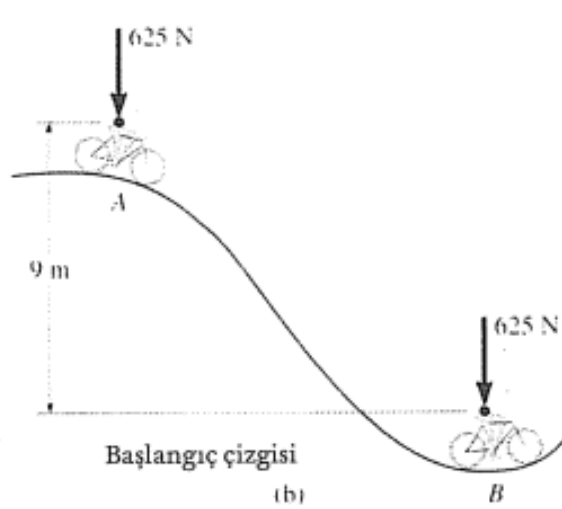
- $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$  uygulanır.
- Başlangıçtaki ve son noktalardaki kinetik enerjiler, hızı karesinden hesaplandığı için pozitiftir.  $T = \frac{1}{2} m v^2$
- Potansiyel enerjiler (V) belirlenir.

## Örnek Problem

Şekil 14–21a'daki çocuk ve bisikletin toplam ağırlığı 625 N'dur ve kütle merkezi  $G$ 'dedir. Çocuk, 3 m/s hızla  $A$  tepesinden aşağı pedal çevirmeden indiğine göre, yolun eğrilik yarıçapının  $\rho = 15$  m olduğu  $B$  noktasına ulaştığı anda bisikletin her iki tekerleğine uygulanan normal kuvveti belirleyiniz. Sürtünmeyi ihmal ediniz.



## Örnek Problem



### ÇÖZÜM

Normal kuvvet, iş yapmadığından,  $\sum F_n = m(v^2/\rho)$  hareket denklemin-den elde edilmelidir. Ancak, bisikletin B'deki hızı enerjinin korunumu denklemleri kullanılarak belirlenebilir. Niçin?

**Potansiyel Enerji.** Şekil 14-21b, bisikleti A ve B noktalarında göstermektedir. Çözüm için uygun olması nedeniyle, potansiyel enerji başlangıç çizgisi, bisiklet B'de iken kütle merkezinden geçecek şekilde seçildi.

**Enerjinin Korunumu.**

$$\{T_A\} + \{V_A\} = \{T_B\} + \{V_B\}$$
$$\left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{625 \text{ N}}{981 \text{ m/s}^2} \right) (3 \text{ m/s})^2 \right\} + \{(625 \text{ N})(9 \text{ m})\} = \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{625 \text{ N}}{981 \text{ m/s}^2} \right) (v_B)^2 \right\} + \{0\}$$
$$v_B = 13.4 \text{ m/s}$$

dir.

**Hareket Denklemi.** Bisikletin B de bulunduğu ana ait serbest-cisim diyagramında gösterilen veri kullanılarak,

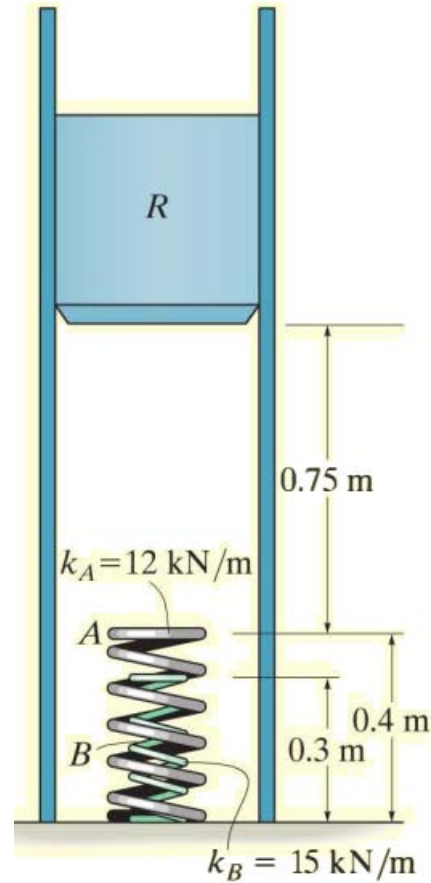
$$+\uparrow \sum F_n = ma_n; \quad N_B - 625 = \frac{625 \text{ N}}{9.81 \text{ m/s}^2} \frac{(13.4 \text{ m/s})^2}{(15 \text{ m})}$$
$$N_B = 1.39 \text{ kN}$$

**Yanıt**



### Örnek Problem

Şekil 14–22a’da gösterilen 100 kg kütleli  $R$  bloğu, sabiti  $k_A = 12$  kN/m olan  $A$  yayının üstünden 0.75 m’lik mesafeden, durmaktayken bırakılıyor.  $A$  yayının içine, sabiti  $k_B = 15$  kN/m olan  $B$  yayı yerleştirildiğine göre, bloğun aşağı doğru hareketini durdurmak için  $A$ ’da olması gereken yer değiştirmeyi belirleyiniz. Her bir yayın gerilmemiş uzunluğu şekilde gösterilmiştir. Yayların kütesini ihmal ediniz.



## Çözüm

**Potansiyel Enerji.** Bloğun, durduğu anda *her iki yayı sıkıştırdığını varsayacağız*. Başlangıç çizgisi, bloğun başlangıç konumundaki ağırlık merkezinden geçmektedir, Şekil 14–22b. Kinetik enerji sıfıra düştüğü zaman ( $v_2 = 0$ ), A yayı  $s_A$  mesafesi kadar ve dolayısıyla B yayı  $s_B = s_A - 0.1$  m kadar sıkışır.

**Enerjinin Korunumu.**

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$\{0\} + \{0\} = \{0\} + \left\{ \frac{1}{2}k_A s_A^2 + \frac{1}{2}k_B (s_A - 0.1)^2 - Wh \right\}$$

$$\{0\} + \{0\} = \{0\} + \left\{ \frac{1}{2}(12\,000 \text{ N/m})s_A^2 + \frac{1}{2}(15\,000 \text{ N/m})(s_A - 0.1 \text{ m})^2 - 981 \text{ N}(0.75 \text{ m} + s_A) \right\}$$

dir. Terimleri yeniden düzenleyerek,

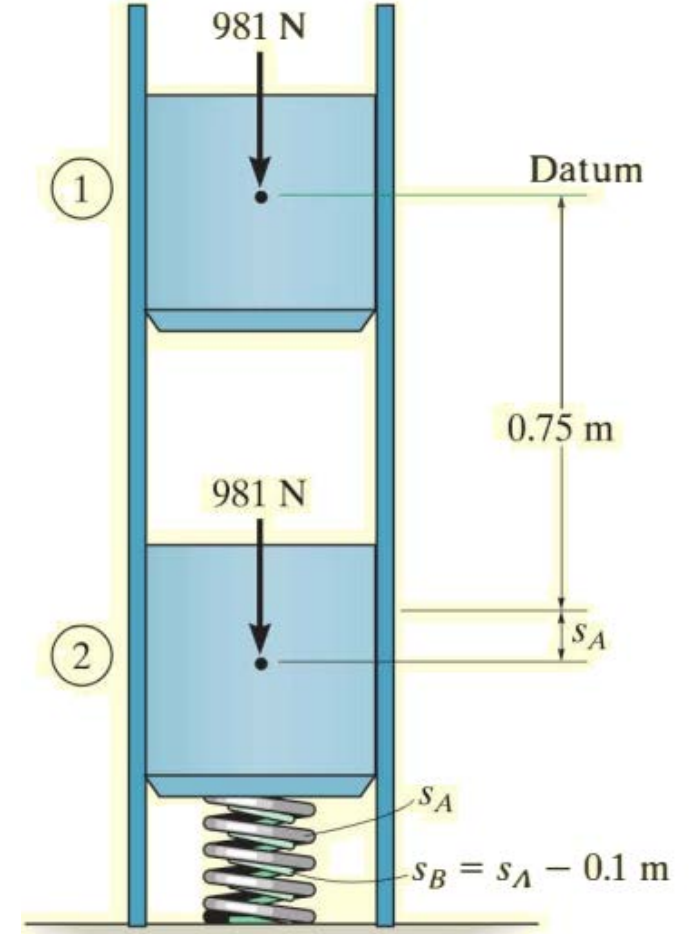
$$13\,500s_A^2 - 2481s_A - 660.75 = 0$$

buluruz. Bu ikinci derece denklemini çözersek, pozitif kökünü

$$s_A = 0.331 \text{ m}$$

**Yanıt**

olarak buluruz.\*  $s_B = 0.331 \text{ m} - 0.1 \text{ m} = 0.231 \text{ m}$  (pozitif olduğundan, her iki yayın blok tarafından sıkıştırıldığı varsayımı doğrudur.



\* İkinci kök,  $s_A = -0.148$ , fiziksel duruma uygun değildir. Pozitif  $s$  aşağı doğru ölçüldüğü için, eski işareti A yayının, bloğu durdurmak için  $0.148$  m kadar "uzatılması" gerekeceğini gösterir.

## **Ders Kitabı:**

- Hibbeler, 2014. Mühendislik Mekaniği – Dinamik, Literatür Yayıncılık, İstanbul  
Çevirenler: Ayşe Soyuçok, Özgün Soyuçok,  
Orijinal isimi: Engineering Mechanics SI Metric Edition, Dynamics.

## **Kullanılan Kaynaklar:**

- Ferdinand Beer, Phillip Cornwell, E. Russell Johnston 2014. Mühendisler için Vektör Mekaniği Dinamik Literatür Yayıncılık, İstanbul, Çevirmen: Osman Kopmaz, Ömer Gündoğdu.  
Orijinal isimi: Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
- Hibbeler, R. C., 2015. Engineering Mechanics: Dynamics, 14th Edition, Prentice Hall, New Jersey USA.
- Meriam, J. L. , Kraige, L. G. 2012. Engineering Mechanics: Dynamics, John Wiley & Sons, USA