DİNAMİK - 11

Yrd. Doç. Dr. Mehmet Ali Dayıoğlu
Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi
Tarım Makinaları ve Teknolojileri Mühendisliği Bölümü

11. HAFTA

Kapsam:

- İmpuls – Momentum yöntemi
- İmpuls ve momentum ilkesi
- Momentum korunumu
- İmpulsif kuvvetler
- Analiz prosedürü
- Çarpışma
- Açısal momentum
- Açısal impuls ve momentum ilkesi
- Örnek problem çözümleri

BÖLÜM 4

Parçacık Kinetiği

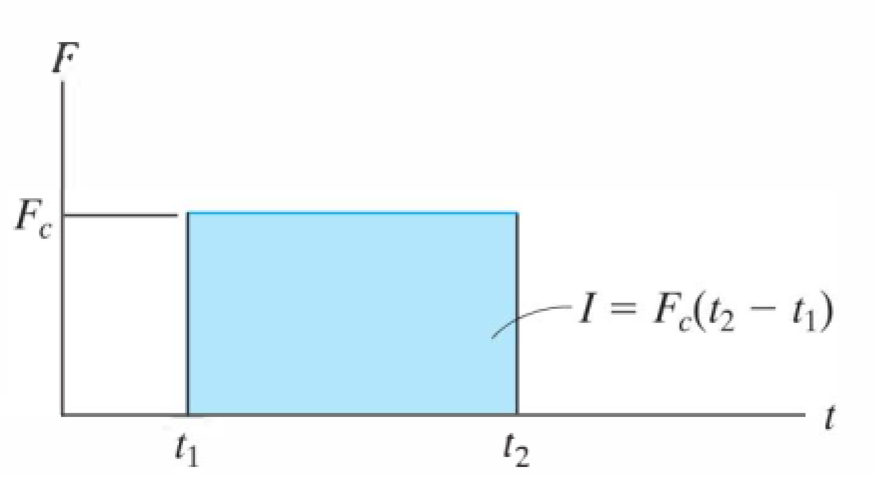
Parçacık İmpuls – Momentum Yöntemi

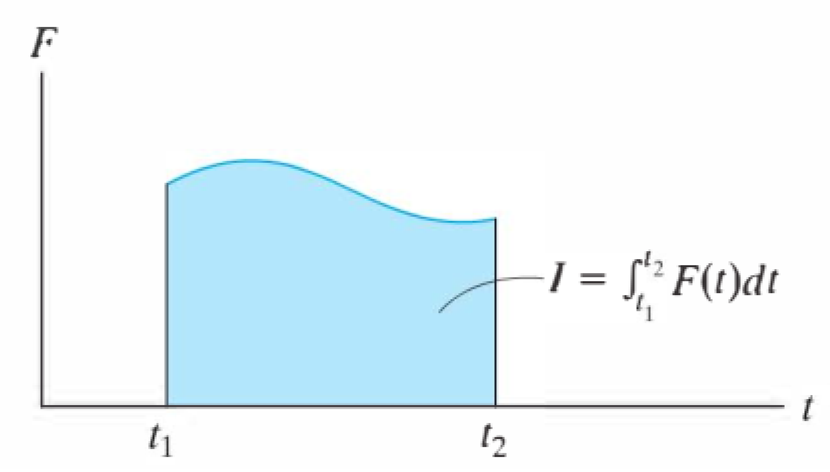
İmpuls – Momentum Yöntemi

Önemli noktalar:

- İmpuls-momentum yönteminde kuvvet-hız-kütle-zaman arasındaki ilişkiler.
- Enerji yönteminde kuvvet-hız-kütle-uzunluk arasındaki ilişkiler.
- Enerji yönteminde terimler skaler ifadelerden oluşur.
- Kuvvet – ivme yönteminde terimler vektöreldir.
- İmpuls-momentum yönteminde terimler vektöreldir.

- İmpulsun büyüklüğü kuvvet - zaman grafiğinde taralı alanlar ile gösterilebilir.





4.1 Lineer İmpuls ve Momentum İlkesi

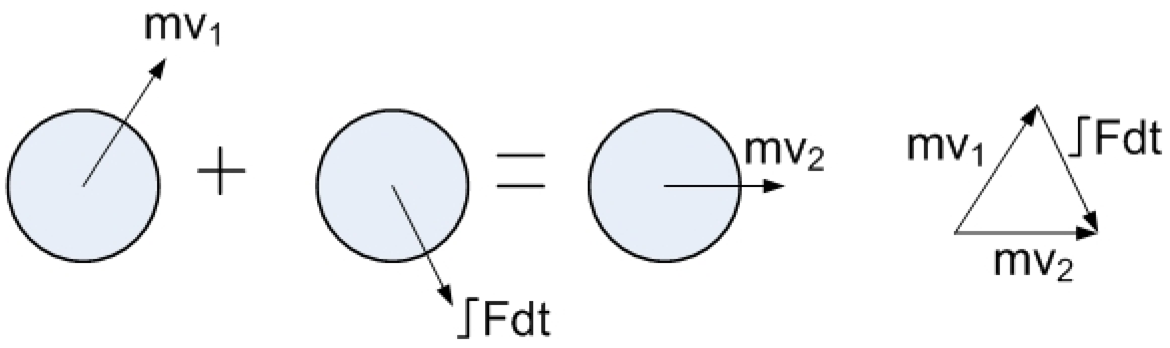
m kütleli bir parçacığın hareket denklemi Newton'un 2. yasasına göre yazılabilir:

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

$$\Sigma \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}dt = m\int_{\mathbf{v}_1}^{\mathbf{v}_2} d\mathbf{v}$$

$$\underbrace{\Sigma \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}dt}_{\text{Lineer impuls}} = \underbrace{m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1}_{\text{Lineer momentum}}$$

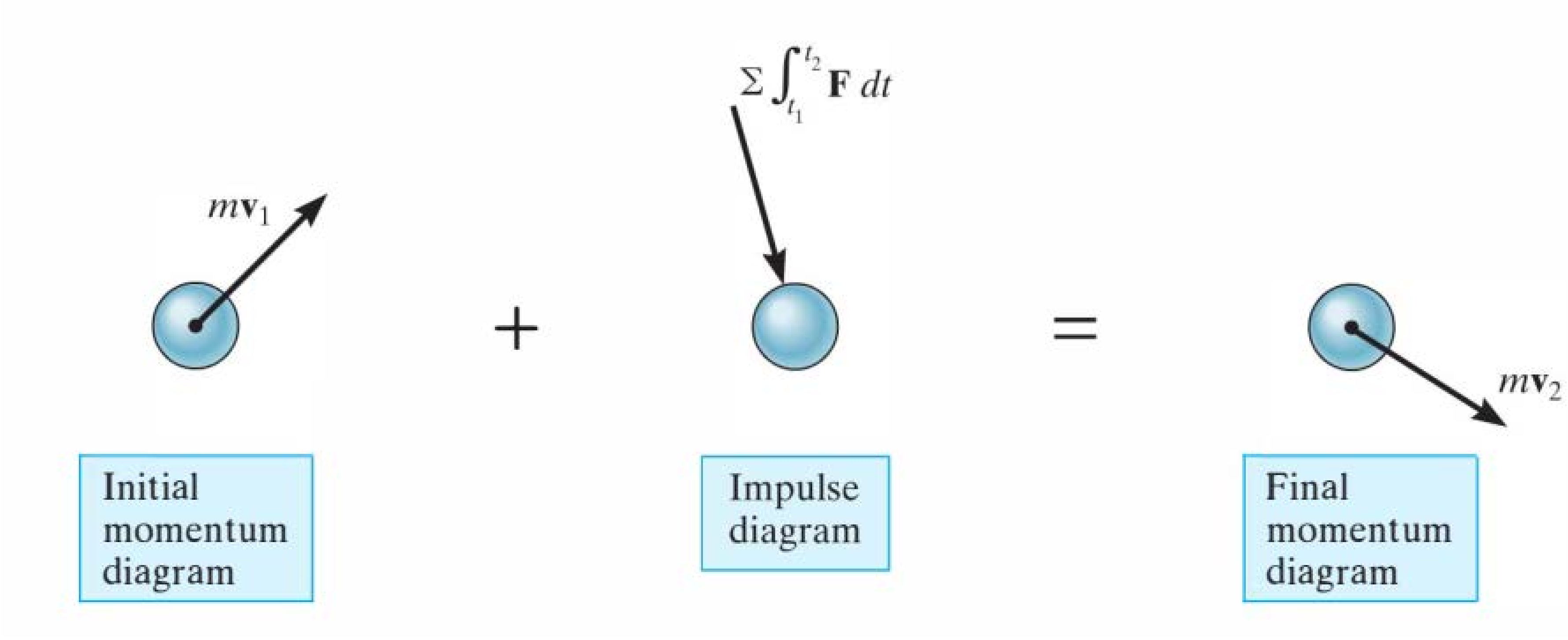
N.s kg . m/s



4.1 Lineer Momentum ve İmpuls ilkesi

- Problem çözümü için aşağıdaki denklem yazılır:

$$m\mathbf{v}_1 + \Sigma \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}\, dt = m\mathbf{v}_2$$



- Sisteme etki eden tüm impulslar toplanırsa sistemin momentumu elde edilir.
- İmpuls-momentum denklemi 3 bileşene göre yazılabilir:

$$m(v_x)_1 + \Sigma \int_{t_1}^{t_2} F_x \, dt = m(v_x)_2$$

$$m(v_y)_1 + \Sigma \int_{t_1}^{t_2} F_y \, dt = m(v_y)_2$$

$$m(v_z)_1 + \Sigma \int_{t_1}^{t_2} F_z \, dt = m(v_z)_2$$

4.2 Momentum korunumu ve İmpulsif kuvvetler

- **Momentum korunumu**
- Sisteme etki eden net dış kuvvet yoksa momentum korunur.
- $L_1 = L_2$
- **İmpulsif kuvvetler**
- Çok kısa zaman aralığında büyük şiddetle uygulanan kuvvetlere impulsif kuvvet denir.

$$\mathbf{I} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}_c dt = \mathbf{F}_c (t_2 - t_1).$$

4.3 Analiz prosedürü

Lineer impuls ve momentum ilkesi kuvvet, zaman hız ile ilgili problemlerin çözümünde kullanılır. Burada, yörünge üzerinde sadece iki noktada potansiyel ve kinetik enerjiler belirlenir.

Serbest cisim diyagramı - (SCD)

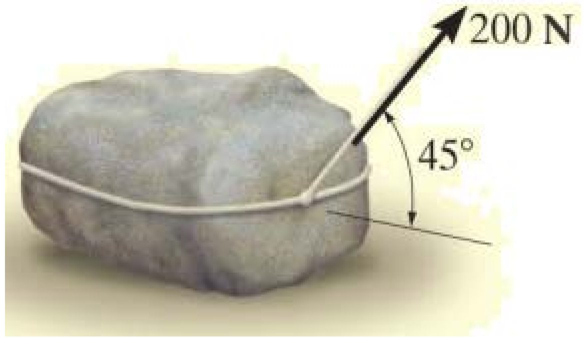
- Parçacık üzerinde impulsa neden olan tüm kuvvetler SCD da çizilir. Parçacığın ilk ve son hızlarının doğrultu ve yönleri gösterilmelidir. Ayrıca parçacığın impuls ve momentum diyagramları da çizilebilir.

İmpuls ve momentum ilkesi uygulanır:

$$m\mathbf{v}_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}\, dt = m\mathbf{v}_2$$

Örnek Problem

Şekilde gösterilen 100 kg'lık kaya pürüzsüz yatay yüzey üzerinde durmaktadır. 45°'lik bir açıyla etkiyen 200 N'luk bir kuvvet 10 saniye süreyle uygulandığına göre, kayanın son hızını ve bu zaman aralığında kaya üzerine etkiyen yüzey kuvvetlerini belirleyiniz.



Çözüm

Bu problem, kuvvet, hız ve zaman içerdiğinden, impuls ve momentum ilkesi kullanılarak çözülebilir.

Serbest-Cisim Diyagramı. Şekil 15–4*b*'ye bakınız. Burada, sandığın hareket süresince yüzey üzerinde kaldığı ve 10 s sonunda $\mathbf{v}_2$ hızıyla sağa doğru hareket ettiği varsayıldı. Sandık üzerine etkiyen bütün kuvvetler sabit olduğundan, karşı gelen impuls, kuvvet büyüklüğü ile 10 s'nin çarpımıdır $[\mathbf{I} = \mathbf{F}_c\,(t_2 - t_1)]$.

İmpuls ve Momentum İlkesi. Şekil 15–4*b*'deki vektörleri *x, y* eksenleri doğrultusundaki bileşenlerine ayırır ve 15–4 denklemlerini uygularsak,

$$(\overset{+}{\rightarrow}) \qquad m(v_x)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2} F_x\,dt = m(v_x)_2$$

$$0 + 200\text{ N}(10\text{ s})\cos 45° = (100)\text{ kg})v_2$$

$$v_2 = 14.1\text{ m/s} \rightarrow \qquad \textit{Yanıt}$$

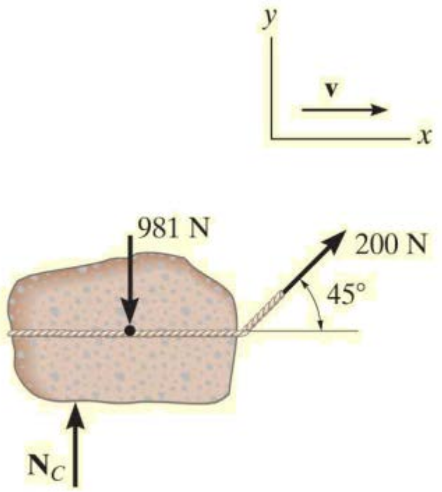
$$(+\uparrow) \qquad m(v_y)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2} F_y\,dt = m(v_y)_2$$

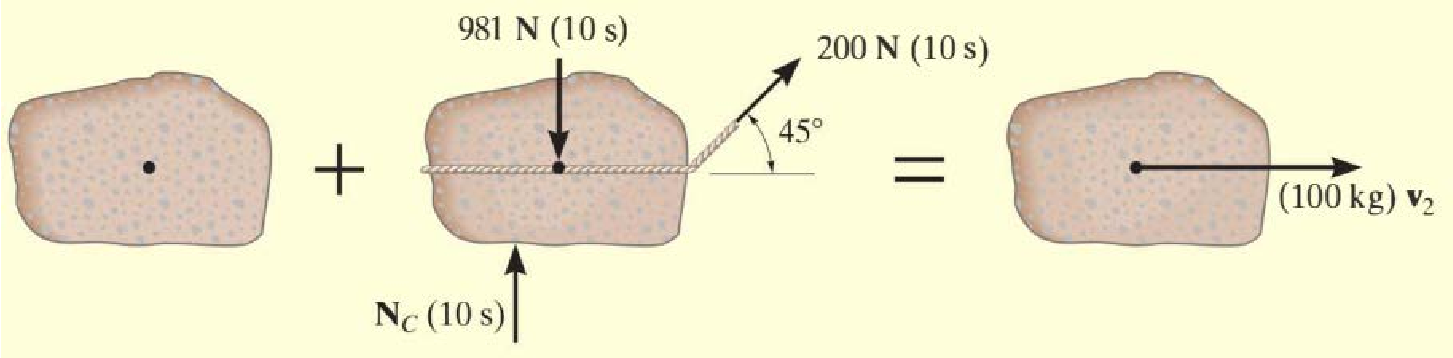
$$0 + N_C(10\text{ s}) - 981\text{ N}(10\text{ s}) + 200\text{ N}(10\text{ s})\sin 45° = 0$$

$$N_C = 840\text{ N} \qquad \textit{Yanıt}$$

buluruz. *y* doğrultusunda herhangi bir hareket olmadığından, $\sum F_y = 0$'ın doğrudan uygulaması, N_C için aynı sonucu verir.

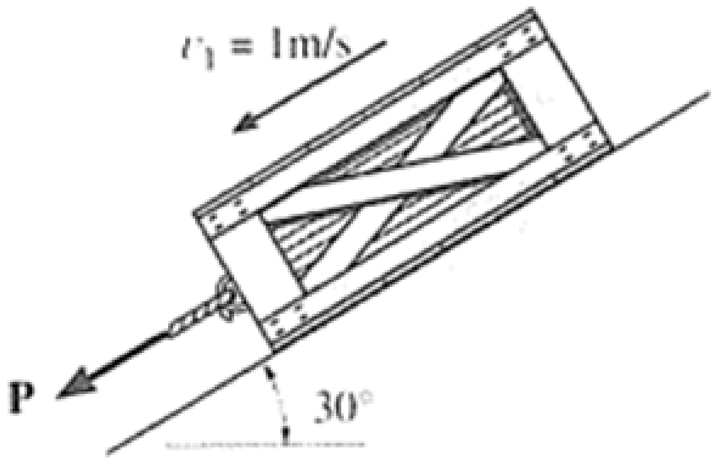
15–4 denklemlerini uygulamadan önce, sandığın impuls ve momentum diyagramlarının çizilmesinin alternatif yöntemine, Şekil 15–4*c*, dikkat edilmelidir.





Örnek Problem

Şekil 15–5*a*'da gösterilen 250 N'luk sandık, *t* saniye cinsinden olmak üzere, $P = (100t)$ N değişken büyüklüğüne sahip bir kuvvetin etkisi altındadır. Sandığın, *P* uygulandıktan 2 s sonraki hızını belirleyiniz. Sandık, düzlemden aşağı doğru $v_1 = 1$ m/s'lik başlangıç hızına sahiptir ve sandık ve düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0.3$'dür.



Çözüm

Serbest-Cisim Diyagramı. Şekil 15–5*b*'ye bakınız. Kuvvetin, $P = (100t)$ büyüklüğü zamanla *değiştiğinden,* yarattığı impuls 2 s'lik bir zaman aralığında *integral alınarak* belirlenmelidir. Ağırlık, normal kuvvet ve (hareket doğrultusuna zıt doğrultuda etkiyen) sürtünme kuvvetlerinin tümü *sabittir;* dolayısıyla bu kuvvetlerin her biri tarafından yaratılan impuls, kuvvetin büyüklüğünün 2 s ile çarpılmasından elde edilir.

İmpuls ve Momentum İlkesi. 15–4 denklemlerini x doğrultusunda uygulayarak,

$$(+\swarrow) \qquad m(v_x)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2} F_x\, dt = m(v_x)_2$$

$$\frac{250\text{ N}}{9.81\text{ m/s}^2}(1\text{ m/s}) + \int_0^2 100t\, dt - 0.3N_C(2\text{ s}) + (250\text{ N})(2\text{ s})\sin 30° = \frac{250\text{ N}}{9.81\text{ m/s}^2}v_2$$

$$25.5 + 200 - 0.6N_C + 250 = 25.5v_2$$

buluruz. Denge denklemi y doğrultusunda uygulanabilir. Niçin?

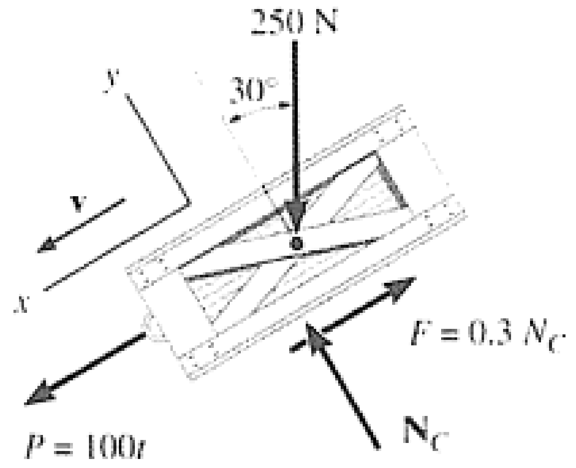
$$+\nwarrow \Sigma F_y = 0; \qquad N_C - 250\cos 30°\text{ N} = 0$$

olur. Denklemlerin çözümünden

$$N_C = 216.5\text{ N}$$

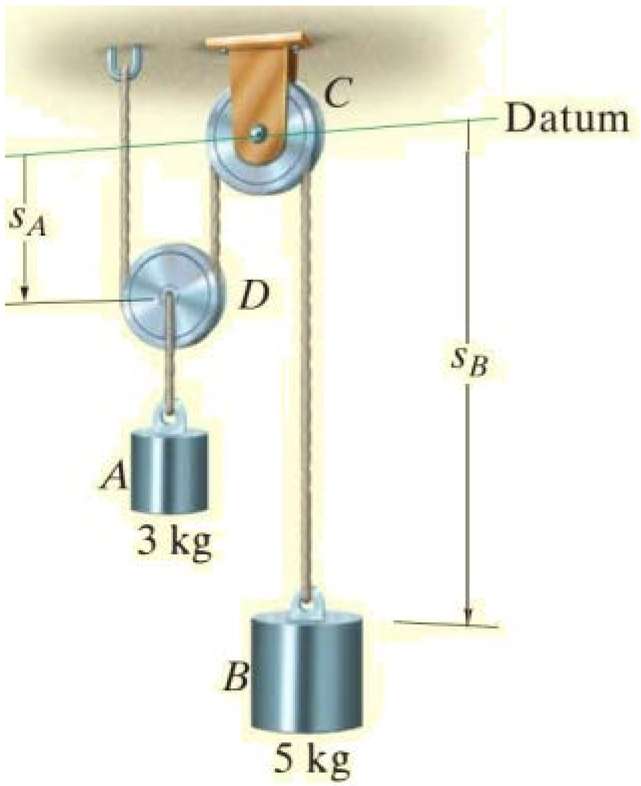
$$v_2 = 13.6\text{ m/s} \swarrow \qquad \textit{Yanıt}$$

elde edilir. Bu problem, Örnek 13–3'teki hareket denklemi kullanılarak da çözülebilirdi. İki çözüm yöntemi karşılaştırılmalıdır. *Kuvvet, hız* ve *zaman* problemde yer aldığından, impuls ve momentum ilkesinin uygulanması, kinematiği kullanma gereksinimini ortadan kaldırır ve böylece çözüm için daha kolay bir yöntem oluşturur.



Örnek Problem

Şekil 15–6*a*'da gösterilen *A* ve *B* bloklarının kütleleri, sırasıyla, 3 kg ve 5 kg'dır. Sistem, durmaktayken serbest bırakıldığına göre, *B* bloğunun 6 s sonraki hızını belirleyiniz. İp ve makaraların kütlesini ihmal ediniz.



Çözüm

Serbest-Cisim Diyagramı. Şekil 15–6*b*'ye bakınız. Her bir bloğun ağırlığı sabit olduğundan, ipteki gerilmeler de sabit olacaktır. Ayrıca, *D* makarasının kütlesi ihmal edildiğinden, ipteki gerilme için $T_A = 2T_B$ yazılabilir, Şekil 15–6*b*. Her iki bloğun pozitif yönde aşağı doğru hareket ettiği varsayılmaktadır.

İmpuls ve Momentum Diyagramı.
A Bloğu:

$$(+\downarrow) \qquad m(v_A)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_y\, dt = m(v_A)_2$$

$$0 - 2T_B(6\text{ s}) + 3(9.81)\text{ N}(6\text{ s}) = (3\text{ kg})(v_A)_2 \qquad (1)$$

B Bloğu:

$$(+\downarrow) \qquad m(v_B)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_y\, dt = m(v_B)_2$$

$$0 + 5(9.81)\text{ N}(6\text{ s}) - T_B(6\text{ s}) = (5\text{ kg})(v_B)_2 \qquad (2)$$

Kinematik. Bloklar bağımlı hareket ettiğinden, *A*'nın hızı, Kesim 12–8'de tartışılan kinematik analiz kullanılarak, *B* nin hızına bağlanabilir. Yatay başlangıç çizgisi *C*'deki sabit noktadan geçecek şekilde seçilebilir, Şekil 15–6*a*. Blokların değişen s_A ve s_B konumları ve ipin düşey parçasının sabit l toplam uzunluğu arasında

$$2s_A + s_B = l$$

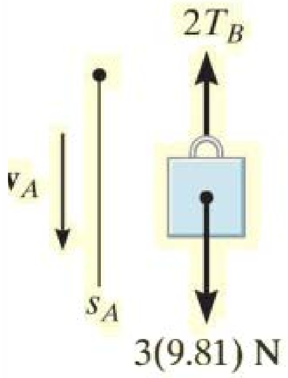
bağıntısı vardır. Zamana göre türev

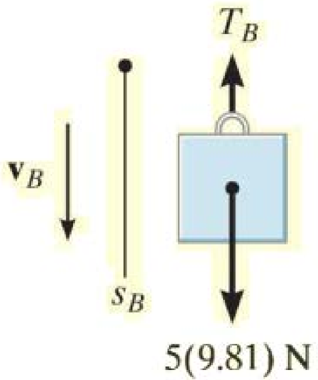
$$2v_A = -v_B \qquad (3)$$

sonucunu verir. Eksi işaretinden anlaşıldığı gibi, *B* aşağı doğru hareket ederken, *A* yukarı doğru hareket eder.* Bu sonucu Denklem 1'de yerleştirir ve Denklem 1 ve 2'yi çözersek

$$(v_B)_2 = 35.8\text{ m/s} \downarrow \qquad \textit{Yanıt}$$

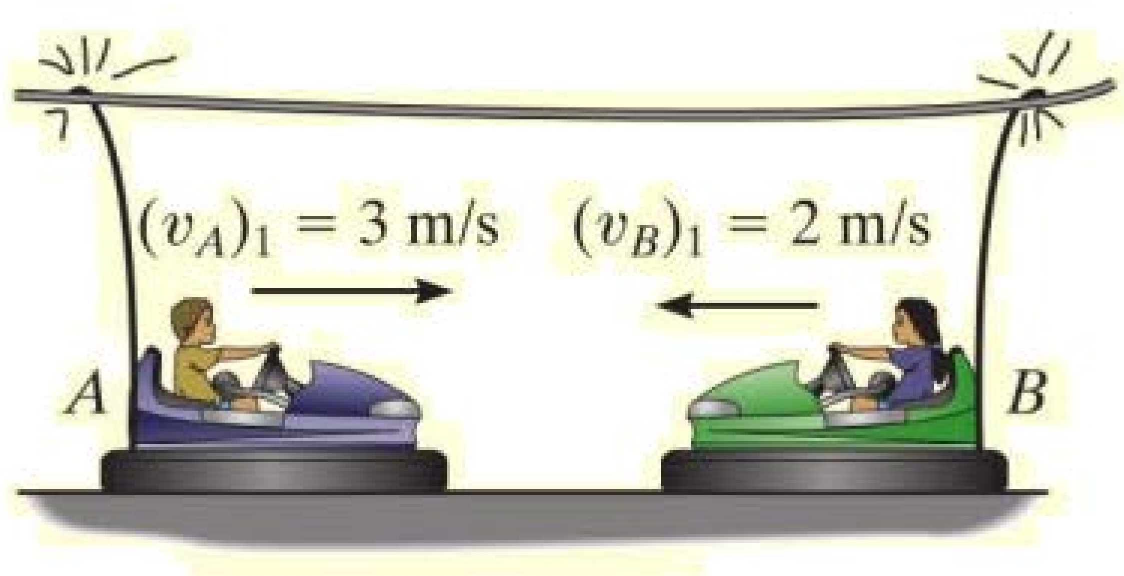
$$T_B = 19.2\text{ N}$$





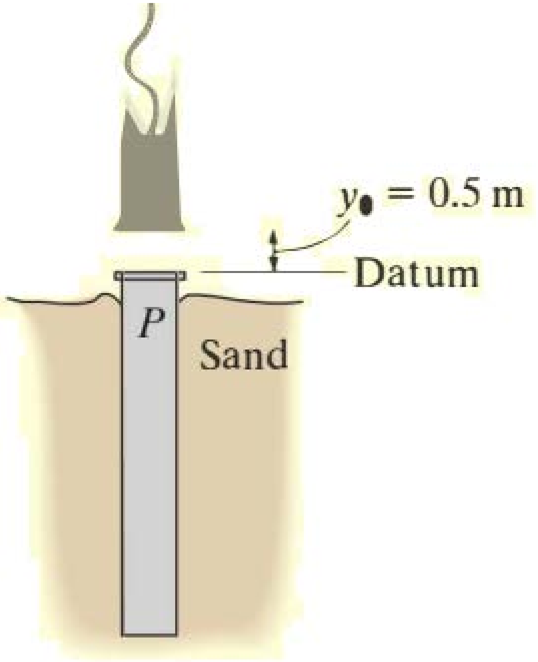
Ödev:

A ve B çarpışan arabaları 150 kg kütlelere sahip olup, çarpışmadan önceki hızları v_A=3 m/s ve v_B=2 m/s ‘dir. Çarpışma sırasında enerji kaybı olmadığına göre, çarpışma sonrası hızları bulunuz.



Örnek Problem

Şekil 15–11*a*'da gösterilen rijit bir *P* kazığı, 800 kg'lık kütleye sahiptir ve 300 kg kütleli bir *H* çekici kullanılarak yere çakılmaktadır. Çekiç, $y_0 = 0.5$ m yüksekte durağan halde bulunduğu konumdan harekete başlayarak kazığın tepesine çarpmaktadır. Kazık gevşek bir kum tabakasıyla sarıldığına ve çarpmadan sonra çekiç geri *sıçramadığına* göre, çekicin kazığa verdiği impulsu belirleyiniz.



Çözüm

Enerjinin Korunumu. Çekicin kazığa çarptığı andaki hızı, çekice uygulanan, enerjinin korunumu denklemi kullanılarak belirlenebilir. Başlangıç çizgisini kazığın tepesinde alırsak, Şekil 15–11a,

$$T_0 + V_0 = T_1 + V_1$$

$$\tfrac{1}{2}m_H(v_H)_0^2 + W_H y_0 = \tfrac{1}{2}m_H(v_H)_1^2 + W_H y_1$$

$$0 + 300(9.81)\text{ N}(0.5\text{ m}) = \frac{1}{2}(300\text{ kg})(v_H)_1^2 + 0$$

$$(v_H)_1 = 3.13\text{ m/s}$$

buluruz.

Serbest-Cisim Diyagramı. Problemin fiziksel yönüne bakıldığında, çekiç ve kazığın serbest-cisim diyagramı, Şekil 15–11b, *çarpışmadan* hemen önceki ve hemen sonraki kısa *zaman* süresince çekiç ve kazığın ağırlıkları ve kumun $\mathbf{F}_s$ direnç kuvvetinin *impulsif olmadığını* gösterir. $\mathbf{R}$ impulsif kuvveti sistemin iç kuvvetidir ve dolayısıyla analizde gözükmez. Sonuç olarak, momentum düşey doğrultuda korunur.

Momentumun Korunumu. Çekiç çarpışmadan sonra geri sıçramadığından, $(v_H)_2 = (v_P)_2 = v_2$'dir. Buna göre,

$$(+\downarrow) \qquad m_H(v_H)_1 + m_P(v_P)_1 = m_H v_2 + m_p v_2$$

$$(300\text{ kg})(3.13\text{ m/s}) + 0 = (300\text{ kg})v_2 + (800\text{ kg})v_2$$

$$v_2 = 0.854\text{ m/s}$$

olur.

İmpuls ve Momentum İlkesi. $\mathbf{v}_2$ bilindiğinden, çekicin kazığa verdiği impuls artık belirlenebilir. Çekicin serbest-cisim diyagramından, Şekil 15–11c,

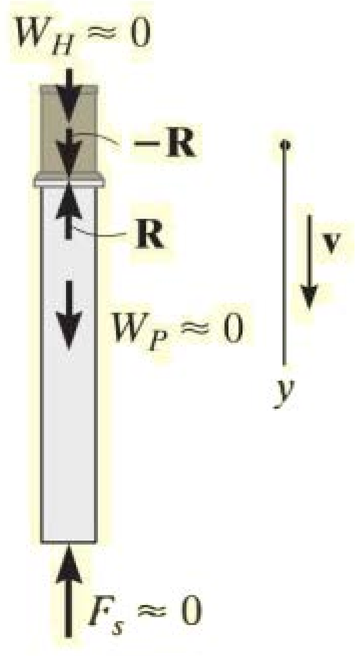
$$(+\downarrow) \qquad m_H(v_H)_1 + \Sigma\int_{t_1}^{t_2} F_y\,dt = m_H v_2$$

$$(300\text{ kg})(3.13\text{ m/s}) - \int R\,dt = (300\text{ kg})(0.854\text{ m/s})$$

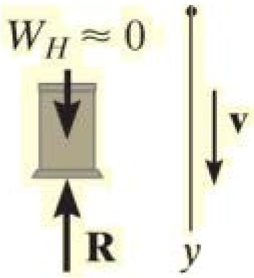
$$\int R\,dt = 683\text{ N}\cdot\text{s} \qquad \textit{Yanıt}$$

buluruz.

Bu impulsu, kazığa impuls ve momentum ilkesini uygulayarak çözmeyi deneviniz.



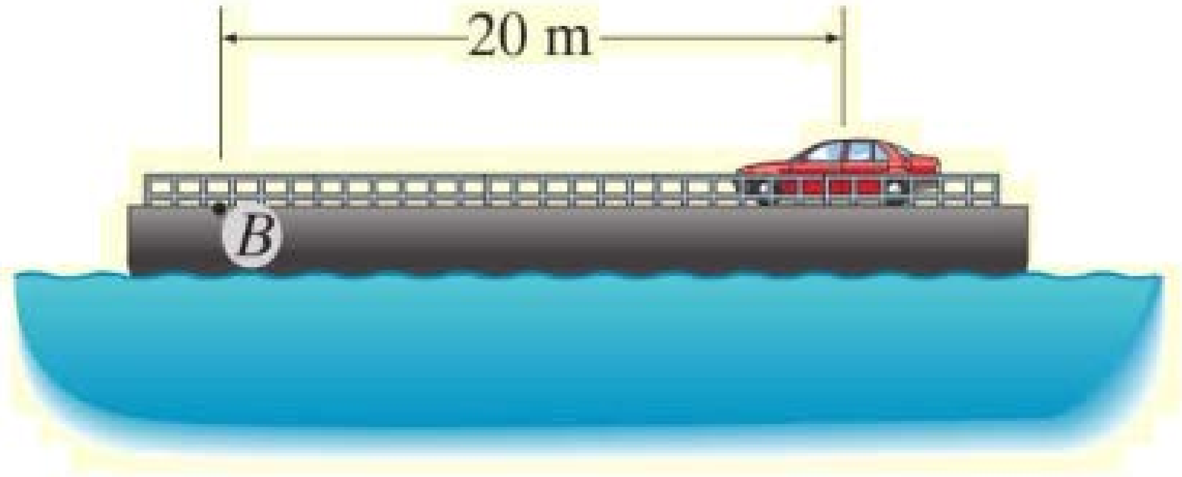
(b)



(c)

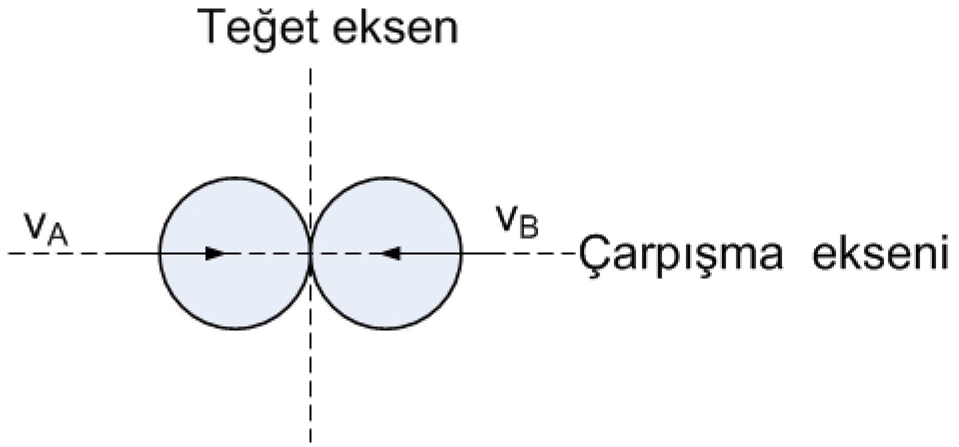
Ödev:

1500 kg kütleli bir araba su içindeki 10 ton kütleli mavna üzerinde 4 m/s sabit hızla sola doğru hareket ediyor. Su direnci ihmal edildiğine göre, araba B noktasına ulaştığında mavnanın hızını ve yer değiştirmesini hesaplayınız. Başlangıçta araba ve mavna hareketsizdir.

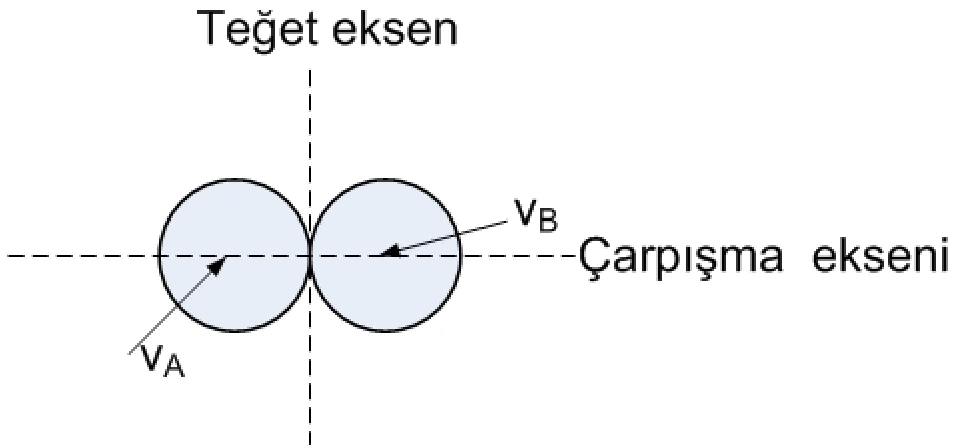


4.4 Çarpışma

- İki kütle birbiri ile kısa süre içerisinde büyük impulsif kuvvetlere yolaçacak şekilde temas ederse buna çarpışma denir.



- Çarpışma
- 1. Direkt merkezcil çarpışma
- 2. Eğik merkezcil çarpışma



4.5 Açısal momentum

- Bir parçacığın O noktasına göre açısal momentumu, parçacığın O'ya göre doğrusal momentumunun momenti olarak tanımlanır. Bu kavram, bir kuvvetin bir noktaya gö momentini bulmaya benzediğinden Ho açısal momentuma bazen momentumun mo denir.
- Bir O noktasına göre açısal momentum aşağıdaki gibi skaler yada vektörel olarak tanımlanır:

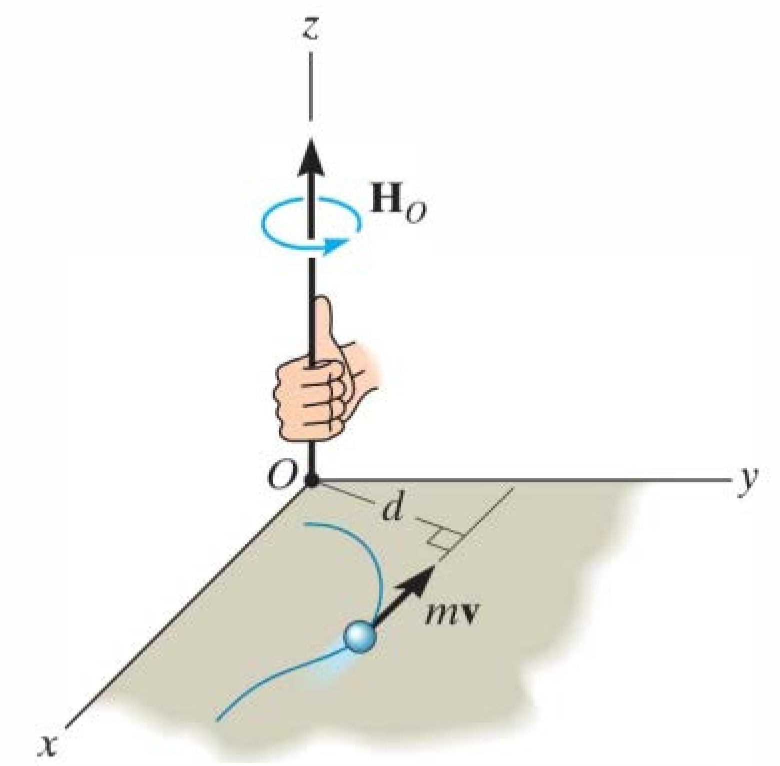
- Skaler: $$\boxed{(H_O)_z = (d)(mv)}$$

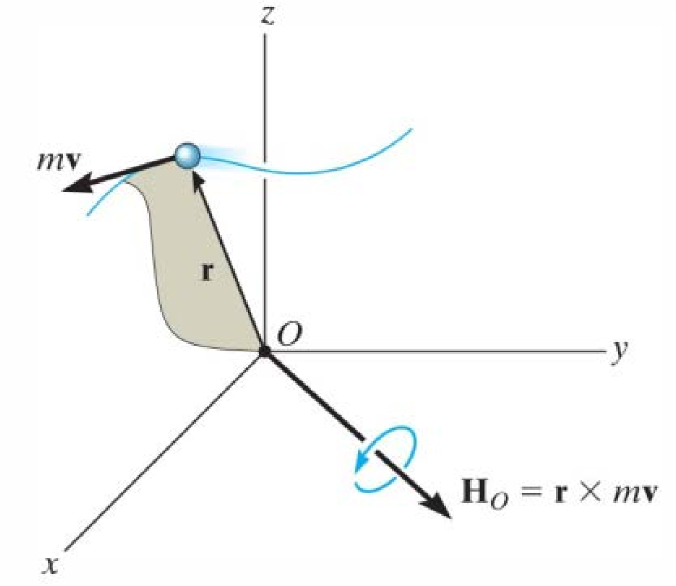
- Vektörel: $$\boxed{\mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}}$$

- m**v** vektörü herzaman yörüngeye teğettir.
- Bu vektörün r konum vektörü ile vektörel çarpımı açısal momentum vektörüdür.
- Açısal momentumun şiddeti: $H_O = r\ mv \sin \Phi$ ve $r \sin \Phi = d$

$H_O = mv\ d$

yazılabilir.





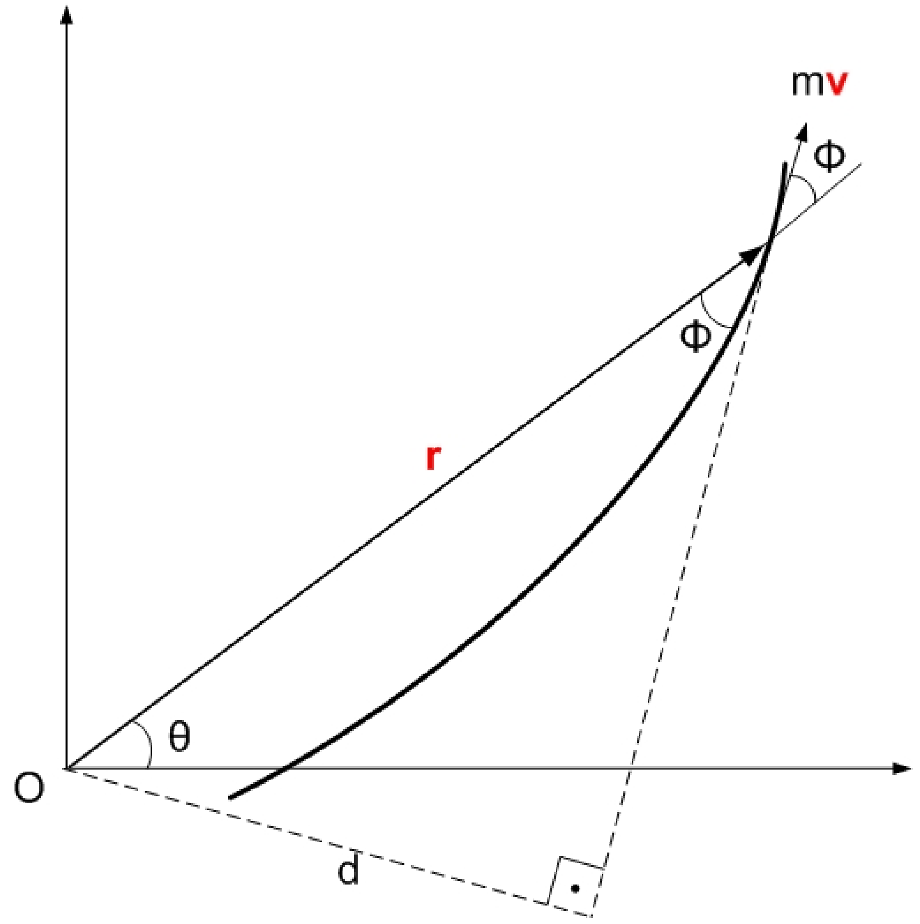
4.5 Açısal momentum

Açısal momentum vektörü r ve mv vektörlerinin oluşturduğu düzleme daima diktir.

- Kartezyen koordinatlarda açısal momentum determinant ile hesaplanır.

- $\mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$

$$\mathbf{H}_O = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix}$$



4.6 Açısal impuls ve momentum ilkesi:

$(\mathbf{H}_O)_1$ ve $(\mathbf{H}_O)_2$ ilk ve son momentumları, parçacığın, sırasıyla t_1 ve t_2 anlarındaki ($\mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$) lineer momentumlarının momentleri olarak tanımlanır.

$$(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma \int^{t_2} \mathbf{M}_O\, dt = (\mathbf{H}_O)_2$$

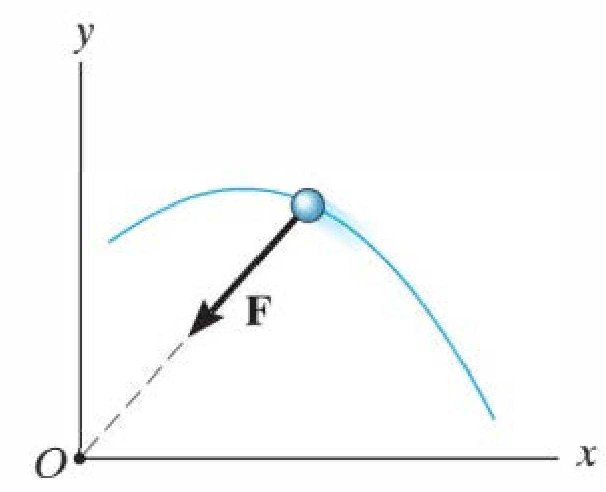
Açısal impuls $= \displaystyle\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{M}_O\, dt = \int_{t_1}^{t_2} (\mathbf{r} \times \mathbf{F})\, dt$

Burada **r** O noktasından **F**'nin etki çizgisindeki herhangi bir noktaya uzatılan konum vektörüdür.

Açısal momentum korunumu:

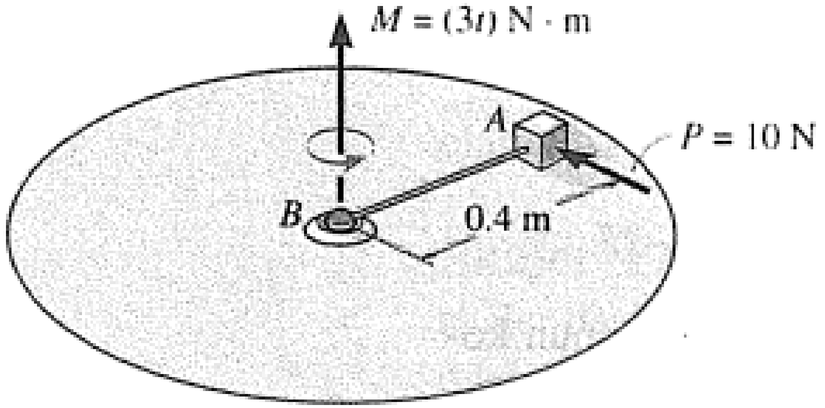
t_1'den t_2'ye kadar geçen sürede parçacık üzerine etki eden açısal impulslar sıfır olduğu zaman eşitlik aşağıdaki gibi yazılır:

$$(\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2$$

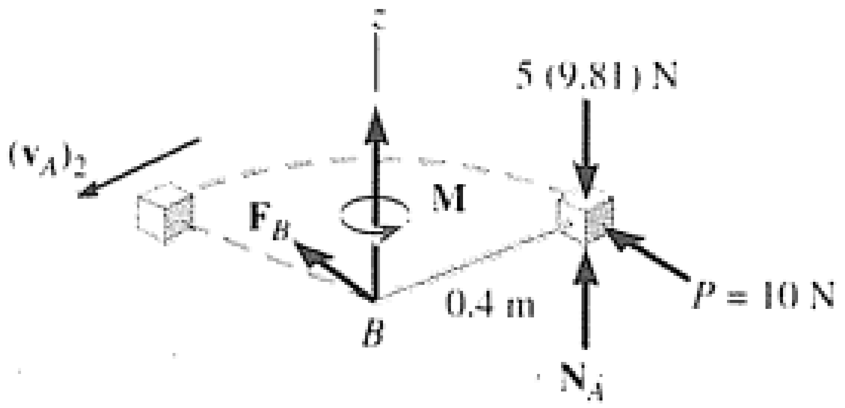


Örnek Problem

Boyutları ihmal edilebilen 5 kg'lık bir blok pürüzsüz yatay düzlemde durmaktadır ve *A*'da, kütlesi ihmal edilebilen ince bir çubuğa bağlanmıştır, Şekil 15–24*a*. Çubuk, *B*'deki yuvada bulunan bir topa bağlıdır. Şekilde gösterildiği gibi, çubuğa, *t* saniye cinsinden olmak üzere, bir $M = (3t)\ N \cdot m$ momenti, bloğa yatay bir $P = 10$ N kuvveti uygulandığına göre, bloğun, durağan halden harekete başlayarak 4 s'de ulaşacağı hızı belirleyiniz.



Çözüm



Serbest-Cisim Diyagramı. Çubuk ve blok sistemi göz önüne alınırsa, Şekil 15–24*b*, *z* eksenine göre açısal impuls ve momentum ilkesi uygulanarak, $\mathbf{F}_B$ tepki bileşke kuvveti analizin dışında tutulabilir. Niçin? Bu yapılırsa, ağırlık ve $\mathbf{N}_A$ normal tepki kuvvetinin yarattığı açısal impulslar da analizde gözükmez, çünkü, bu kuvvetler *z* eksenine paralel etkir ve dolayısıyla bu eksene göre sıfır moment yaratırlar.

Açısal İmpuls ve Momentum İlkesi

$$(H_z)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} M_z \, dt = (H_z)_2$$

$$(H_z)_1 + \int_{t_1}^{t_2} M \, dt + r_{BA} P(\Delta t) = (H_z)_2$$

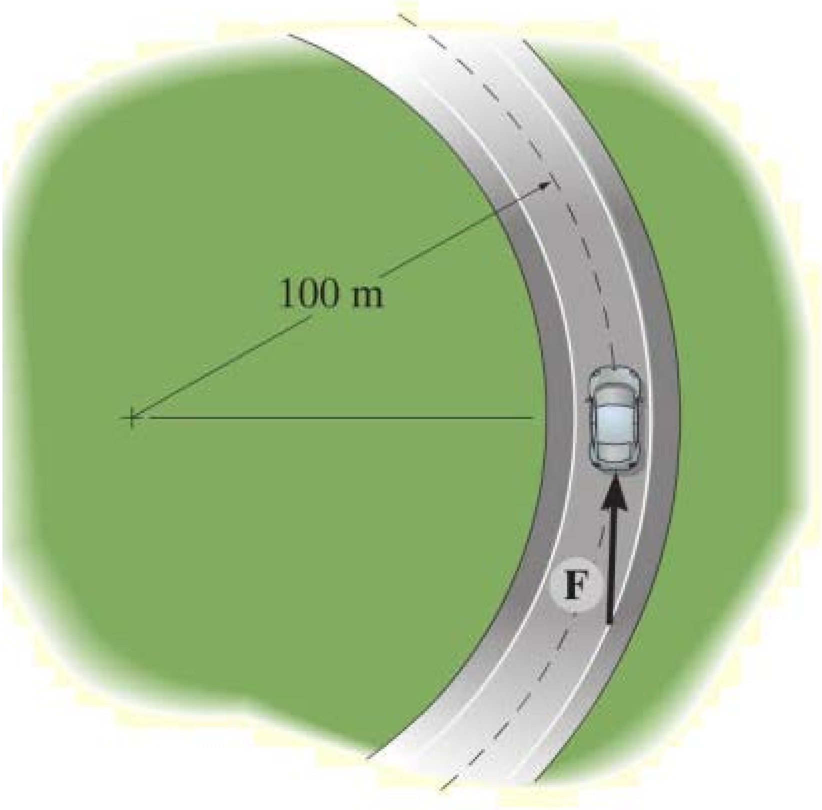
$$0 + \int_0^4 3t \, dt + (0.4 \text{ m})(10 \text{ N})(4 \text{ s}) = 5 \text{ kg } (v_A)_2 (0.4 \text{ m})$$

$$24 + 16 = 2(v_A)_2$$

$$(v_A)_2 = 20 \text{ m/s} \qquad \textit{Yanıt}$$

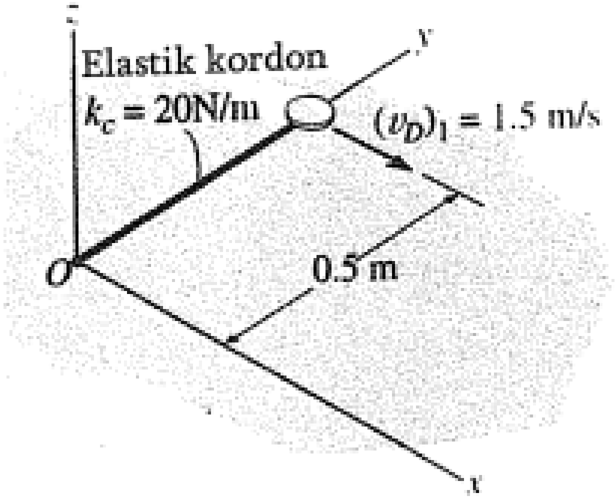
Ödev:

1500 kg kütleli bir araba dairesel bir yolda ilerliyor. Yol üzerinde tekerleklerin çekme kuvveti $F = 150\ t^2$ ‘dir. Arabanın başlangıç hızı 5 m/s olduğuna göre, t = 5 inci saniyede arabanın hızını bulunuz.



Örnek Problem

Şekil 15–26*a*'da gösterilen, pürüzsüz bir yatay yüzey üzerinde duran 2 kg'lık disk, katsayısı k_c = 20 N/m olan ve başlangıçta uzamamış konumda bulunan elastik bir kordona bağlanmıştır. Diske, kordona dik bir $(v_D)_1 = 1.5$ m/s hızı verildiğine göre, kordonun uzama hızını ve diskin, kordonun 0.2 m uzadığı andaki hızının büyüklüğünü belirleyiniz.



Çözüm

Serbest-Cisim Diyagramı. Disk, hareket verildikten sonra Şekil 15–25*b*'de gösterilen işaretli yol boyunca kayar. *O*'ya (veya *z* eksenine) göre açısal momentum *korunur* çünkü, $\mathbf{F}_c$ merkezsel kuvvetinin *O*'ya göre momenti daima sıfırdır. Ayrıca, uzaklık 0.7 m olduğunda, diskin *O*'ya göre açısal momentum oluşturmasında sadece $(\mathbf{v}'_D)_2$ bileşeni etkili olur.

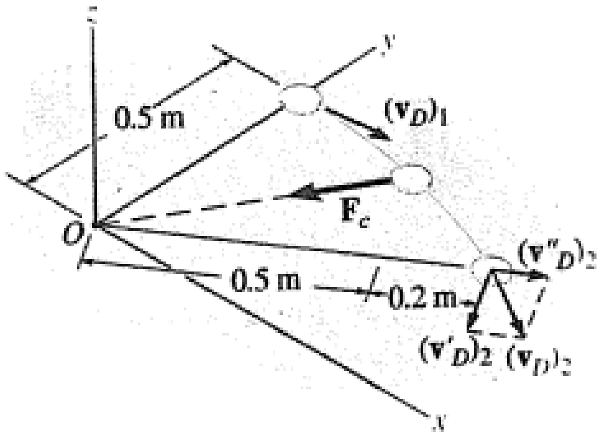
Açısal Momentumun Korunumu. $(\mathbf{v}'_D)_2$ bileşeni; *O*'ya (*z* eksenine) göre açısal momentumun korunumu uygulanarak belirlenebilir. Bu yapılarak

$$(\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2$$

$$r_1 m_D (v_D)_1 = r_2 m_D (v'_D)_2$$

$$(\circlearrowleft +) \qquad 0.5\ \text{m}(2\text{kg})(1.5\ \text{m/s}) = 0.7\ \text{m}(2\ \text{kg})(v'_D)_2$$

$$(v'_D)_2 = 1.07\ \text{m/s}$$



Enerjinin Korunumu. Diskin hızı, diske hareket verildiği noktada ve kordonun 0.2 m uzadığı noktada enerjinin denkleminin korunumu uygulanarak elde edilebilir:

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$\tfrac{1}{2}(2\ \text{kg})(1.5\ \text{m/s})^2 + 0 = \tfrac{1}{2}(2\ \text{kg})(v_D)_2^2 + \tfrac{1}{2}(20\ \text{N/m})(0.2\ \text{m})^2$$

Buradan

$$(v_D)_2 = 1.36\ \text{m/s} \qquad \textit{Yanıt}$$

bulunur. $(v_D)_2$ ve $(v'_D)_2$ bileşeni belirlendiği için, kordonun $(v''_D)_2$ uzama hızı Pisagor teoreminden belirlenebilir:

$$(v''_D)_2 = \sqrt{(v_D)_2^2 - (v'_D)_2^2}$$

$$= \sqrt{(1.36)^2 - (1.07)^2}$$

$$= 0.838\ \text{m/s} \qquad \textit{Yanıt}$$

Ders Kitabı:

- Hibbeler, 2014. Mühendislik Mekaniği – Dinamik, Literatür Yayıncılık, İstanbul
  Çevirenler: Ayşe Soyuçok, Özgün Soyuçok,
  Orijinal isimi: Engineering Mechanics SI Metric Edition, Dynamics.

Kullanılan Kaynaklar:

- Ferdinand Beer, Phillip Cornwell, E. Russell Johnston 2014. Mühendisler için Vektör Mekaniği Dinamik Literatür Yayıncılık, İstanbul, Çevirmen: Osman Kopmaz, Ömer Gündoğdu.
  Orijinal isimi: Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

- Hibbeler, R. C., 2015. Engineering Mechanics: Dynamics, 14th Edition, Prentice Hall, New Jersey USA.

- Meriam, J. L. , Kraige, L. G. 2012. Engineering Mechanics: Dynamics, John Wiley & Sons, USA