DİNAMİK

BİLGİ TAMAMLAMA

VEKTÖRLER

Yrd. Doç. Dr. Mehmet Ali Dayıoğlu

Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi

Tarım Makinaları ve Teknolojileri Mühendisliği Bölümü

VEKTÖRLER

Kapsam

Büyüklük yanında ayrıca yön bilgisi içeren diğer fiziksel niceliklere ise “vektörel” nicelikler diyoruz.

Yer-değiştirme, hız, ivme, kuvvet bunlardan bazılarıdır.
Bu bölüm kapsamında, aşağıdaki konulara değineceğiz:

- Vektörleri geometrik toplama ve çıkarma işlemi,
- Vektörleri bileşenlerine ayırma ve birim vektör notasyonu,
- Bileşenler yardımıyla toplama ve çıkarma,
- Bir vektörün bir skaler ile çarpılması,
- İki vektörün skaler (dot veya nokta) çarpımı,
- İki vektörün vektörel (cross) çarpımı

Vektörler

Çevremizdeki büyüklükler, alan, hız, hacim, kütle vb. genellikle s**kaler ve vektörel büyüklükler:** olarak adlandırılmaktadır.

Skaler: Sadece fiziksel büyüklüğü tanımlamak için kullanılan sıcaklık, kütle, alan gibi değerlere skaler adı veriyoruz.

Vektör: Fiziksel büyüklüğü, yönü ve doğrultusu olan hız, ivme, kuvvet ve moment gibi değerleri tanımlamak için kullanılanlara vektör diyoruz.

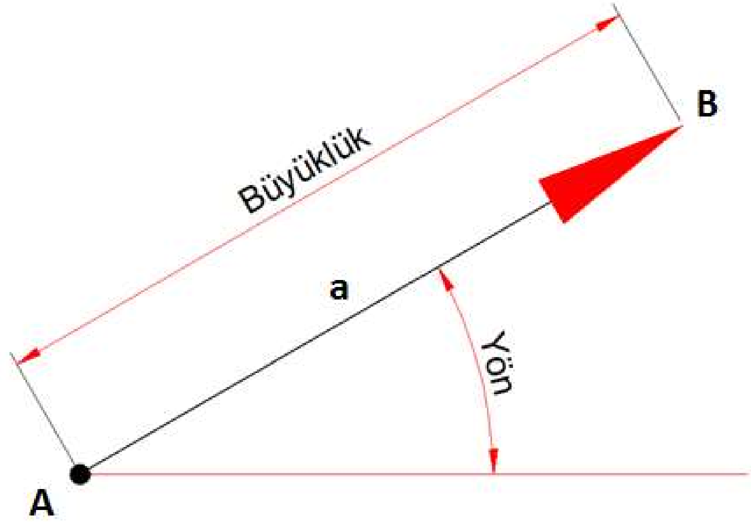
Vektörel ifadeleri skalerden ayırmak için ya üzerinde bir ok ($\vec{F}$) veya koyu olarak (**F**) gösterilir.

Skaler büyüklükler için geçerli olan dört işlem (toplama, çıkarma, çarpma bölme) ve diğer matematiksel (türev, integral) işlemler vektörler içinde vektörlere özel yöntemlerle yapılabilmektedir.

Vektör Gösterimi

Mühendislik mekaniğinde statik konusunun en önemli kavramı vektörlerdir. Vektörler şekildeki gibi bir ok ile belirtilir ve üzerine büyüklüğü yazılır.

Biz derslerimizde vektör üzerinde ok işaretinin bulunduğu yere vektörün başı, noktanın bulunduğu başlangıç yerine ise vektörün kuyruğu diyeceğiz

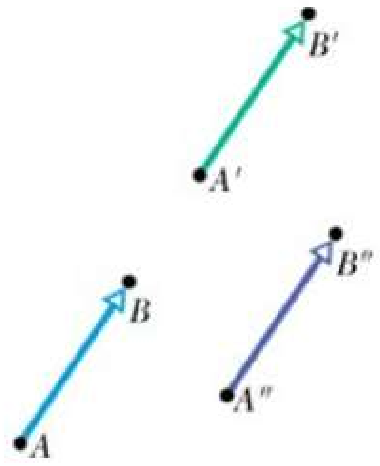


Vektörün başlangıç noktası: Vektörel büyüklüğün uygulandığı noktaya uygulama ya da başlangıç noktası denir. Yukarıdaki vektörün uygulama noktası A noktasıdır.

Vektörün büyüklüğü: Vektörün sayısal değerine o vektörün büyüklüğü denir. Şekilde verilen vektörünün büyüklüğü a = AB olarak yazılır.

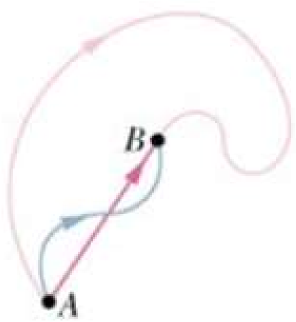
Vektörün yönü: Doğru parçasının ucuna konulan okun yönündedir. Şekildeki vektörün yönü A' dan B' ye yöneliktir.

A noktasından *B* noktasına hareket eden bir cismin yer-değiştirme vektörü *A* noktasından *B* noktasına çizilen bir okla gösterilir.



Şekilde *A* dan *B* ye, A' den B' ne ve A'' nden B'' ne çizilen vektörlerin büyüklükleri ve yönleri aynıdır.

Vektörler, büyüklükleri ve doğrultuları değiştirilmeden istenildiği gibi kaydırılabilir.



Kitaplarda vektörler sembolik olarak iki şekilde gösterilir:

- niceliğin üzerine bir ok çizilir: $\vec{r}$
- nicelik koyu yazılır: $\mathbf{r}$

Vektörün büyüklüğü aşağıdaki gibi gösterilir: $|\vec{r}|$

Vektör İşlemleri

- Vektörlerin Eşitliği
- Bir Vektörün Negatifi
- Vektörün Taşınması
- Vektörlerin Toplanması
- Vektörlerin Çıkarılması
- Vektörün Bileşenlerine Ayrılması
- Vektörün Büyüklüğünün Bulunması
- Vektörün bir eksenle yaptığı açının bulunması
- Vektörlerin bileşenleri cinsinden toplanması
- Vektörlerin Çarpılması
  1. Bir Vektörün Bir Skaler ile Çarpılması
  2. İki Vektörün Skaler (dot veya nokta çarpım) Çarpılması
  3. İki Vektörün Vektörel Çarpılması

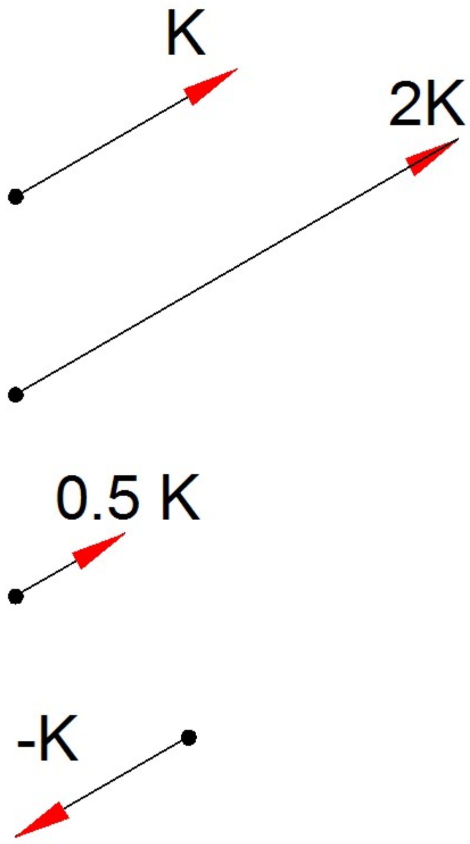
- Vektörlerin Skalerle Bölünmesi
- **VEKTÖR VEKTÖRE BÖLÜNMEZ !!!**

Vektör işlemleri

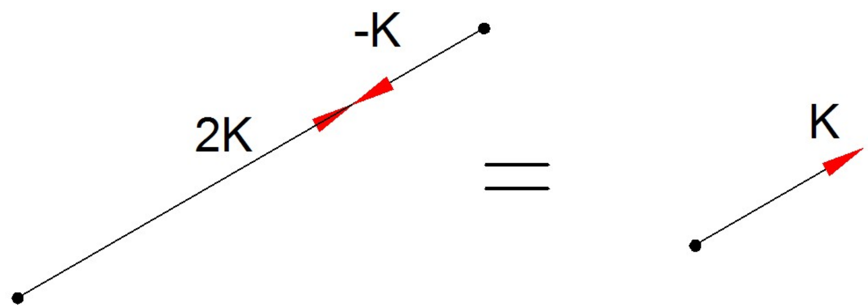
VEKTÖR ÇARPMA VE BÖLME İŞLEMİ

Vektör çapma ve bölme işlemi vektörün doğrultusu ve büyüklüğünün çarpma, bölme oranında değişmesi demektir.

Eğer çarpan veya bölen negatif değerde ise doğrultu aynı kalır ancak yön tersine döner.



Vektör çıkarma



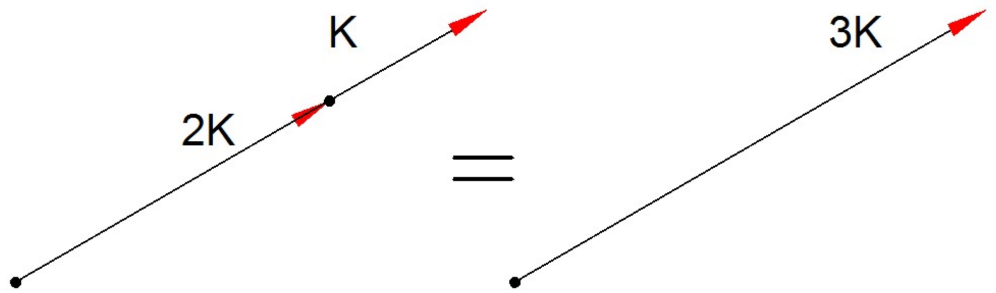
Vektör çıkarma işlemi sadece aynı doğrultuda fakat ters yönde olan vektörler için geçerlidir.

Sonuç vektörün doğrultusu aynı kalır ancak yönü çıkarılan vektörlerden büyük olanın yönü olur, büyüklük ise iki vektörün farkı kadar olur.

Doğrultu farklı ise yönü ne olursa olsun vektörler toplanırlar.
(Eğer vektör negatif ise yönü ters çevrilerek toplanır)

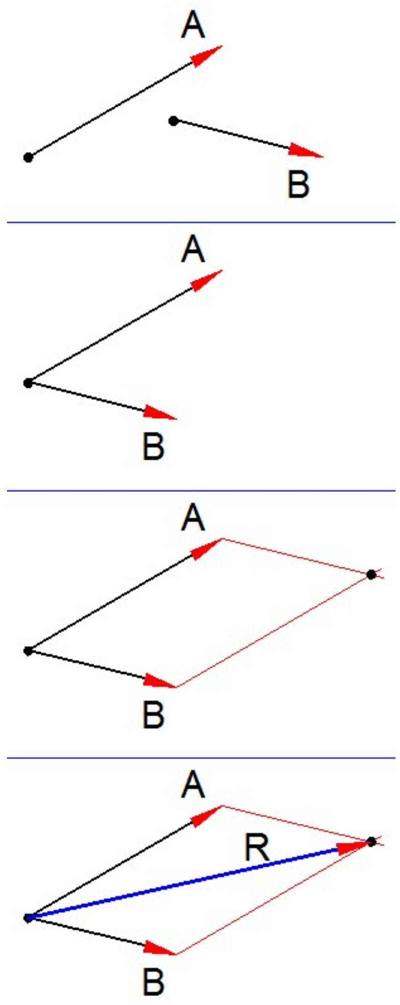
Vektörlerin toplanması

- Aynı doğrultu ve yöndeki vektörlerin toplamasında ise doğrultu ve yön aynı kalır büyüklük toplam değerin büyüklüğü kadar olur



Vektörlerin toplanması (Paralel kenar yöntemi)

- Vektörlerin grafiksel olarak toplanması için iki metod vardır. Birincisi paralelogram metodu kullanılarak toplanması metodudur.
- Parelelogram çizimi aşağıdaki gibidir.
  1. Önce vektörlerin kuyrukları birbirleri ile çakıştırılır
  2. Sonra vektörün birinin başından diğer vektöre paralel yardımcı bir çizgi çizilir
  3. Sonra ikinci vektörün başından diğer vektöre paralel bir yardımcı çizgi çizilir.
  4. Vektörlerin çakışık kuyruklarından çizilen yardımcı çizgilerin kesiştiği noktaya bir vektör çizilir.
  5. Bu vektörün kuyruğu diğer vektörlerle çakışık olan yerde, başı ise kesişim noktasında olur.
  6. İki vektörün toplamı olan bu vektörün büyüklüğü kuyruk ile baş arasındaki büyüklük, yönü ise ortak çakışma noktası ile kesişim noktası arasındaki yöndür

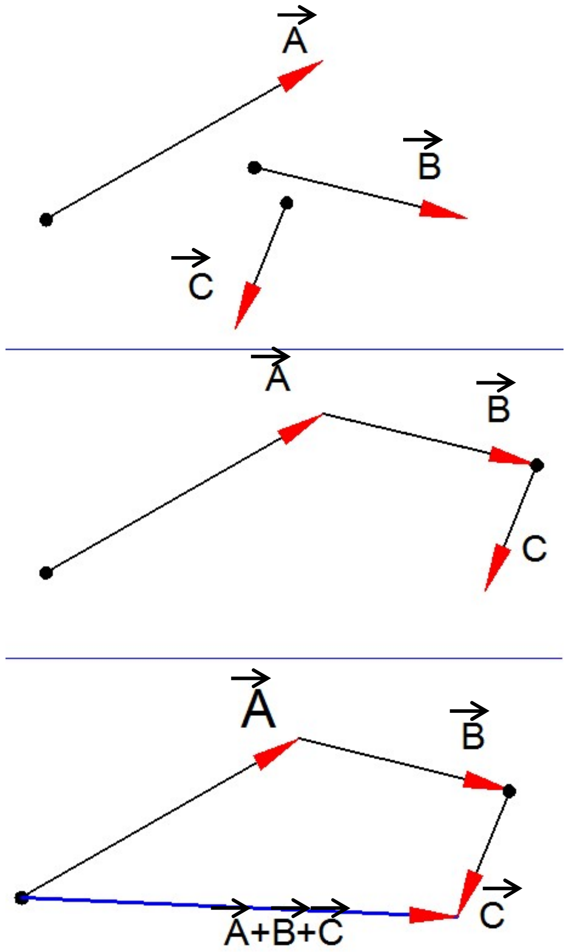


Vektörlerin toplanması (poligon yöntemi)

İkiden fazla vektörün toplanması gerekiyorsa uygulanacak yöntem:

1. Önce herhangi iki vektör anlatılmış olan yöntemlerden birisi ile toplanır.
2. Sonra üçüncü vektör ilk iki vektörün toplamı ile toplanır.
3. Eğer daha başka vektör varsa o da son bulunan toplam vektör ile toplanır.
4. Yukarıda anlatılan işlemler sadece tek bir toplam vektör kalıncaya kadar devam eder.

İkiden fazla vektörün toplanmasında en kolay yol üçgen metodudur. Bu uygulama ile önce tüm vektörler birinin kuyruğu ötekinin başı ile çakışacak şekilde birleştirilir. En sonunda ilk vektörün kuyruğu ile son vektörün başı arasında toplam vektör oluşturulur.



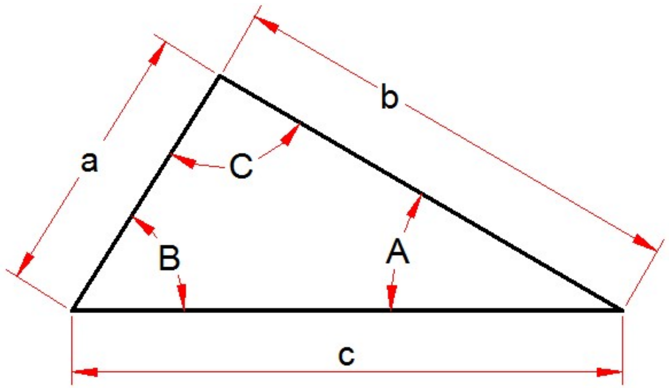
Vektörlerin trigonometrik analizi

Paralelogram veya üçgen metodu ile vektörlerin geometrik analizinin nasıl yapıldığını gördük.

Ancak geometrik analiz kolay olmakla birlikte son derecede hassas çizim ve ölçme gerektirir. Bu ise her zaman mümkün olmayabilir.

Bu durum ise çözüm için trigonometrik hesap kullanılmasını gerektirir.

Vektörlerin trigonometrik analizi için en fazla gereken trigonometrik formüller sinüs ve kosinüs kanunlarıdır.



Sinüs yasası

$$\frac{a}{\mathrm{Sin}A} = \frac{b}{\mathrm{Sin}B} = \frac{c}{\mathrm{Sin}C}$$

Kosinüs yasası

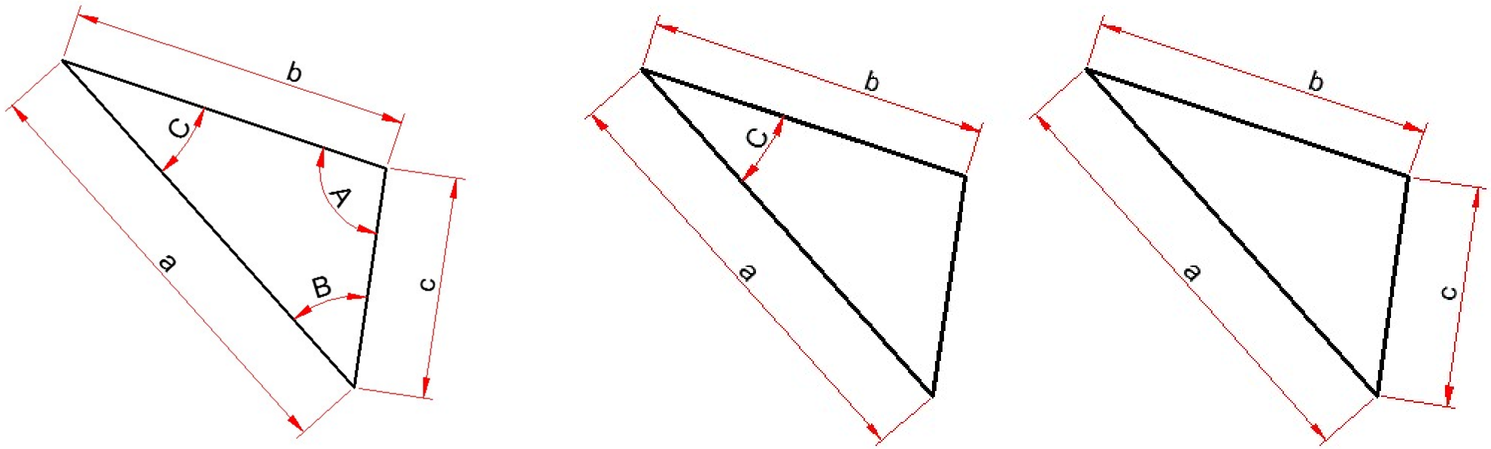
$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab * \cos C}$$

HANGİ KOŞULLARDA HANGİ yasa KULLANILIR

Herhangi bir üçgende üçü açı üçü de kenar olmak üzere 6 değer bulunur.

Bunlardan herhangi üçünün bilinmesi diğer üçünün bulunması için yeterlidir

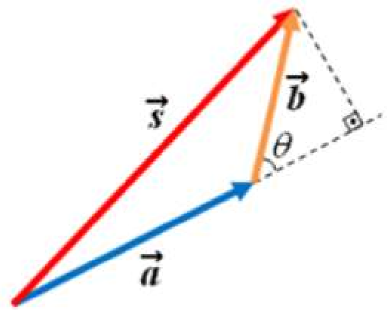
(Sadece üç açının bilinmesi durumu hariç)



$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab * \cos C}$$

$$C = \cos^{-1}\left[\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}\right]$$

Vektörlerde Geometrik Toplama



$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$$

İki vektör arasındaki açı θ olmak üzere s vektörünün büyüklüğü :

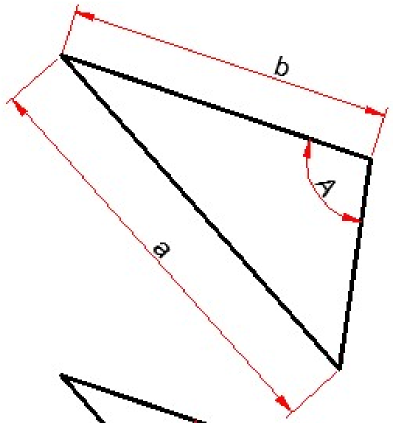
$$s^2 = a^2 + b^2 + 2(a)(b)cos\theta$$

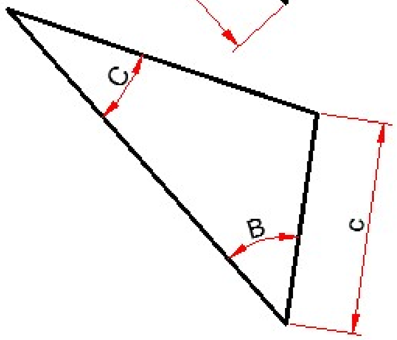
Eğer bilinenler iki kenar ve bunların arasında olmayan bir açı ise (kenarın karşısındaki açı ise)

Veya

Bilinenler iki açı ve sadece bir kenar ise

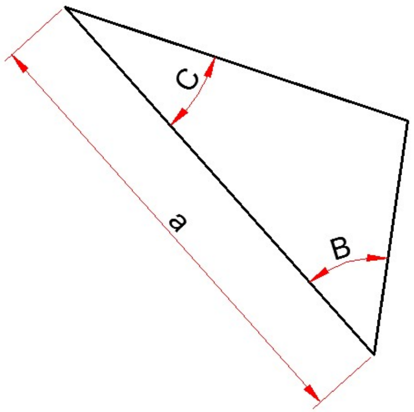
Sinüs yasası kullanılır:





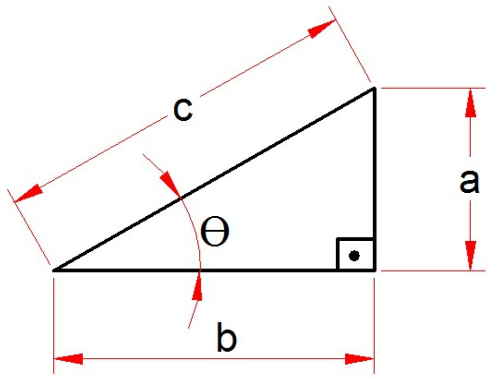
$$\frac{a}{\mathrm{Sin}A} = \frac{b}{\mathrm{Sin}B} = \frac{c}{\mathrm{Sin}C}$$

Eğer bilinen tek kenar bilinen iki açının arasındaki kenar ise iç açılar toplamı 180 derece olduğundan önce bilinmeyen açı bulunur sonra sinüs yasası ile diğer bilinmeyenler bulunur



DİK ÜÇGEN FORMÜLLERİ

Vektörlerin hesaplanmasında diğer önemli trigonometrik formüller orta öğrenim yıllarından öğrenmiş olduğunuz dik üçgen kanunlarıdır. Bunlar;



Pisagor kanunu:
Dik kenarların karesini toplamı hipotenüsün karesine eşittir.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Sinüs kuralı:
Karşı dik kenarın hipotenüse oranı açının sinisüne eşittir.

$$\sin\Theta = a/c$$

Kosinüs Kuralı:
Komşu dik açının hipotenüse oranı açının kosinüsünü verir

$$\cos\Theta = b/c$$

Tanjant kuralı:
Karşı dik kenarın komşu dik kenara oranı açının tanjantını verir.

$$\tan\Theta = a/b$$

Zaman zaman problemlerde vektör açıları derece cinsinden değil dik kenarlar cinsinden verilerek problemlerin daha kolay çözülmesi sağlanmaktadır.

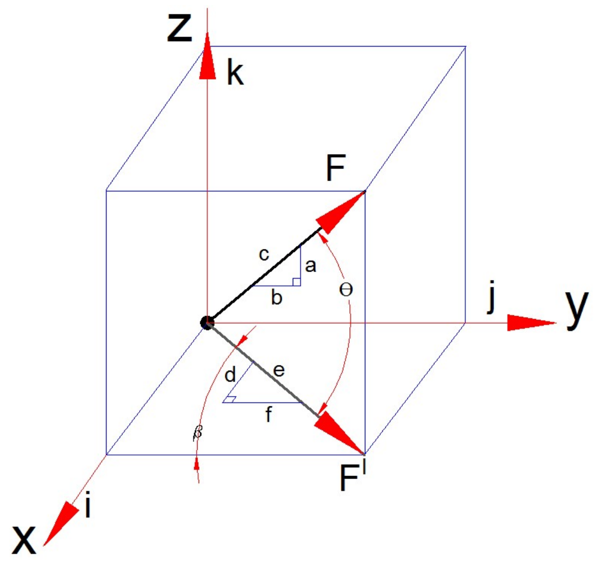
Örnek olarak yandaki şekilde **F** vektörünün açıları dik kenar cinsinden verilmiştir.

Burada **F**’ değerini bulmak için **F** değerini cosΘ ile çarpmak yerine cosΘ ya eşit olan b/c ile çapılır.

F’ değerinin x ekseni üzerindeki bileşenini bulmak için **F**’ sinβ yerine F’(d/e) ile çarpılır.

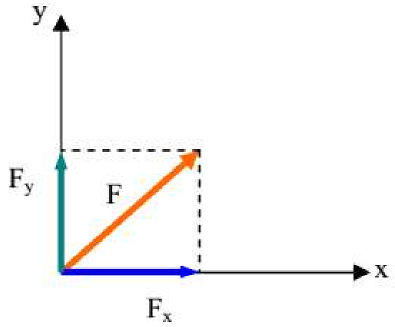
F’ değerinin y ekseni üzerindeki bileşenini bulmak için **F**’cos β yerine F’(f/e) ile çarpılır.

F değerinin z ekseni üzerindeki bileşenini bulmak için **F**sinΘ yerine **F**(a/c) ile çarpılır.



Analitik Metot

Bir vektörü (birbirine dik doğrultularda) kartezyen koordinat sisteminde iki bileşene ayırmak mümkündür. Vektörün eksenlerden birisi ile yaptığı açı θ ise .Vektör sin(θ) ve cos(θ) ile çarpılarak dik koordinatlardaki izdüşümü bulunabilir. Şekil'de görüldüğü gibi vektör x ve y eksenleri yönünde bileşenlere ayrılabilir.



Şekil de bir kuvvet için yapılan bu bileşenlere ayırma birden fazla vektör içinde yapılabilir. Sonra bu bileşenler cebirsel olarak toplanırlar. Bütün vektörlerin x yönündeki bileşenleri Rx ve y yönündeki bileşenleri Ry olmak üzere bu işlemler birden çok kuvvet için yapılmış ise,

$$\sum Rx = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + F_{nx}$$

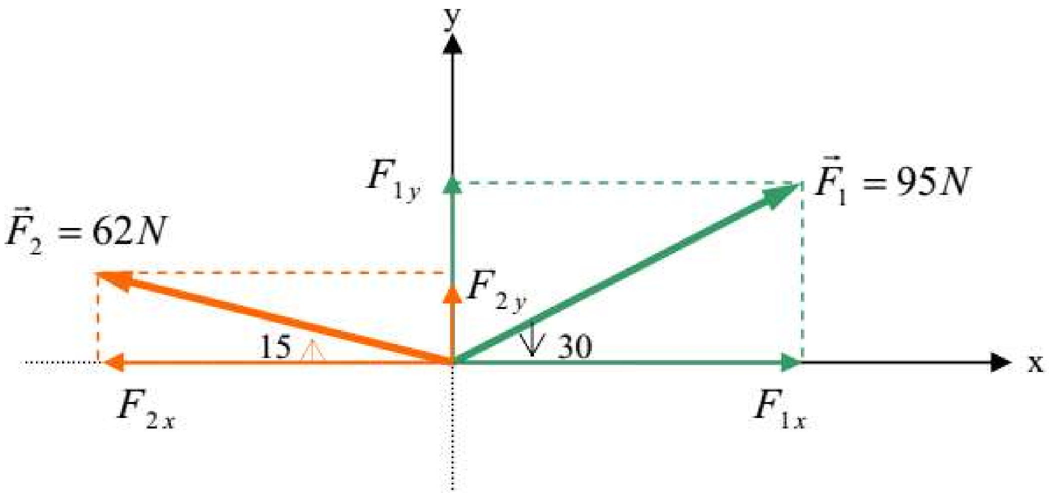
$$\sum Ry = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + F_{ny}$$

Vektörlerin toplamı

$$|R| = \left[\sum (Rx)^2 + \sum (Ry)^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{ve} \quad \alpha = \tan^{-1}\frac{\sum Ry}{\sum Rx}$$

İfadeleri yazılabilir. Eğer R=0 ise $\sum Rx = 0$ ve $\sum Ry = 0$ olması gerektiği toplamanın özelliğinden görülmektedir.

Örnek 1:



$F_{1x} = 95\cos 30 = 82.3N$

$F_{2x} = 62\cos 15 = -59.9$ N

$F_{1y} = 95\sin 30 = 47.5N$

$F_{2y} = 62\sin 15 = 16.1N$

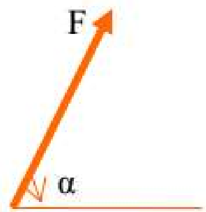
$\sum F_x = 22.4N$

$\sum F_Y = 63.6N$

$F = \sqrt{(22.4)^2 + (63.16)^2} = 67{,}43\ N$

$\alpha = \tan^{-1}(63.6/22.4)$

$\alpha = 70{,}6^o$



Bazı skaler ve vektörel büyüklükler

Büyüklük	Tipi	S.I birimi
Mesafe	skaler	metre, m
Kütle	skaler	kilogram, kg
Sıcaklık	skaler	kelvin, K
Basınç	skaler	paskal, Pa
İş	skaler	joule, J
Enerji	skaler	joule, J
Yer değiştirme	vektörel	metre, m
Kuvvet	vektörel	newton, N
Hız	vektörel	m/s
İvme	vektörel	m/s^2
Güç	skaler	J/s, W
Moment	vektörel	Nm

Örnek 2:

Vektörler için iki tanım bulunmaktadır

1. Vektörel değer tanımı: Bu tanım vektörün doğrultusu ve yönünü belirtir. Üzerinde ok işareti bulunur.

Örnek; $\overrightarrow{F}=(3i-5j+6k)N$

Burada

i: değerin x ekseni üzerinde karşılığı bulunduğunu

j: değerin y ekseni üzerinde karşılığı bulunduğunu

k: değerin z ekseni üzerinde karşılığı bulunduğunu

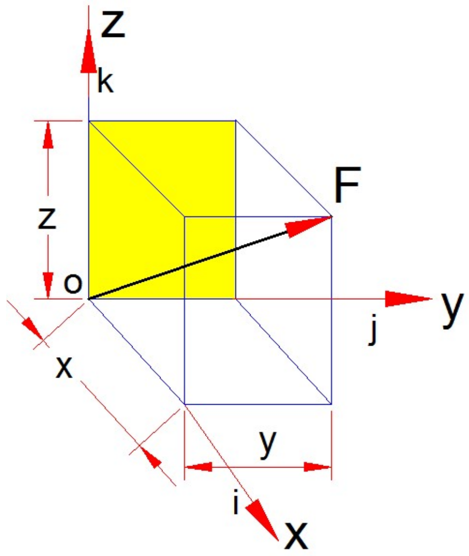
gösterir

2. Vektörün skalar büyüklük tanımı :
Bu büyüklük vektörün x,y,z eksenleri üzerindeki değerlerin karelerinin kare köküne eşittir. Bu gösterimde ok işareti bulunmaz.

$$F=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

Yukarıdaki örnek için F vektörünün skalar büyüklüğü

$$F=\sqrt{3^2+(-5)^2+6^2} \qquad \Rightarrow F=8.37N$$



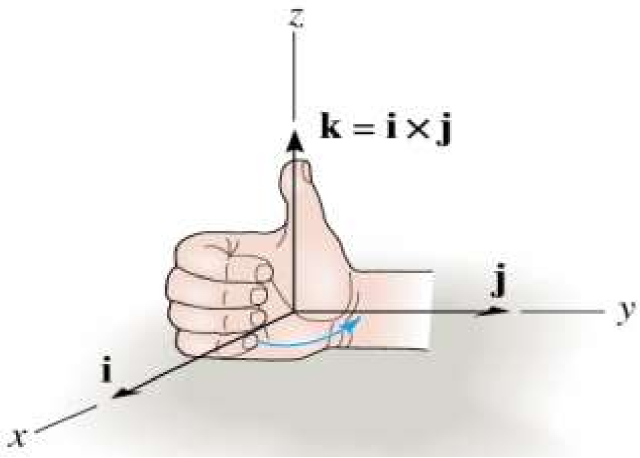
Sağ el kuralı:

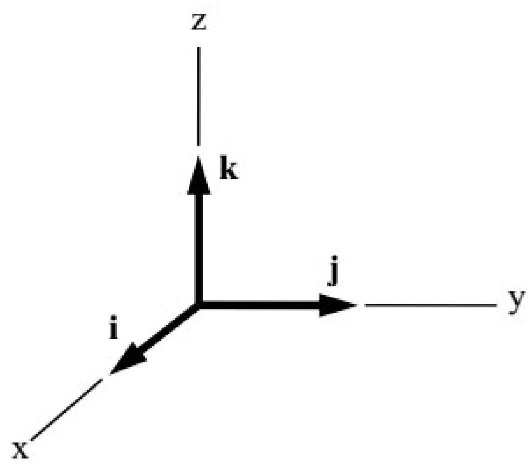
Uzayda vektörler üç dik eksendeki bileşenlerine yazmak ve bunun için birim vektörleri tanımlamak gerekmektedir.

Bu vektörler sırasıyla x,y,z eksenleri boyunca **i**, **j**, **k** olarak gösterilir.

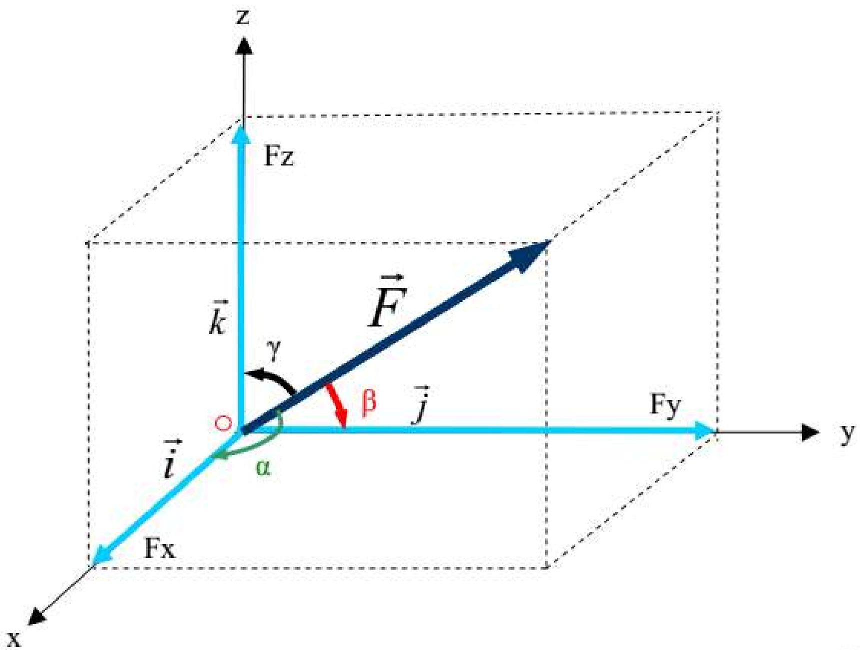
Bu vektörlerin boyları bir birimdir. Bir skaler ile bir vektörün çarpımında aynı yönde bir vektör vermesi tanımından, uzaydaki bir vektörü aşağıdaki gibi yazabiliriz.

Sağ el kuralı:





Yön kosinüsleri



$$\boldsymbol{F} = F_x\boldsymbol{i} + F_y\boldsymbol{j} + F_z\boldsymbol{k}$$

$$|F| = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2} + F_z^{\,2}}$$

$$\mathrm{Cos}^2(\alpha) + \mathrm{Cos}^2(\beta) + \mathrm{Cos}^2(\gamma) = 1$$

$$\mathrm{Cos}(\alpha) = \frac{F_x}{|F|}$$

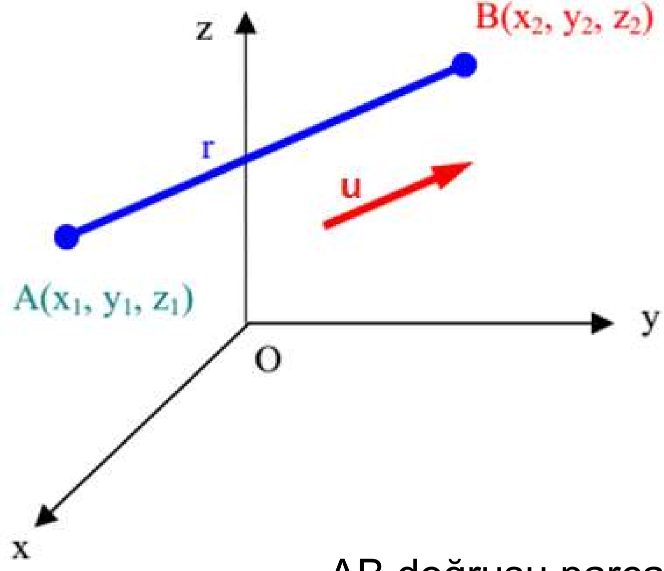
$$\mathrm{Cos}(\beta) = \frac{F_y}{|F|}$$

$$\mathrm{Cos}(\gamma) = \frac{F_z}{|F|}$$

Sırasıyla x, y, z eksenleri ile vektörün yaptığı açılar sırasıyla **(**α), **(**β), **(**γ) açılarının yön kosinüsleri ile tanımlanırlar:

Bunlar; cos(α), cos(β), cos(γ) dır.

Eğer koordinat eksenleri vektörün başlangıcında geçmiyor ve başlangıç noktası $A(x_1, y_1, z_1)$ ve bitim noktası $B(x_2, y_2, z_2)$ olarak verilmiş bir **r** vektörü şöyle yazılabilir.



$$\vec{r} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$$

$$\vec{r} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

$$|r| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

AB doğrusu parçası için birim vektör:

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{r}}{|r|}$$

Vektörlerde çarpma işlemi

a) Bir skalerin bir vektörle çarpımı
b) İki vektörün skaler çarpımı
c) İki vektörün vektörel çarpımı
d) ikiden fazla vektörün skaler ve vektörel çarpımı

a) Bir skalerin bir vektörle çarpımı
Skaler sayı a olsun vektör F ise skaler çarpım, **F** = a**r** olarak yazılabilir. Burada **F** vektörünün şiddeti, a skaleri ile r vektörünün şiddetinin çarpımına eşittir.

F' nin doğrultusu **r** ile aynı olup,
a>0 ise **F** vektörü **r** vektörü ile aynı yönde
a<0 ise **F** vektörü **r** vektörü ile tersi yönde
a=0 ise **F** vektörü bir noktaya dönüşür.

Örnek 2:

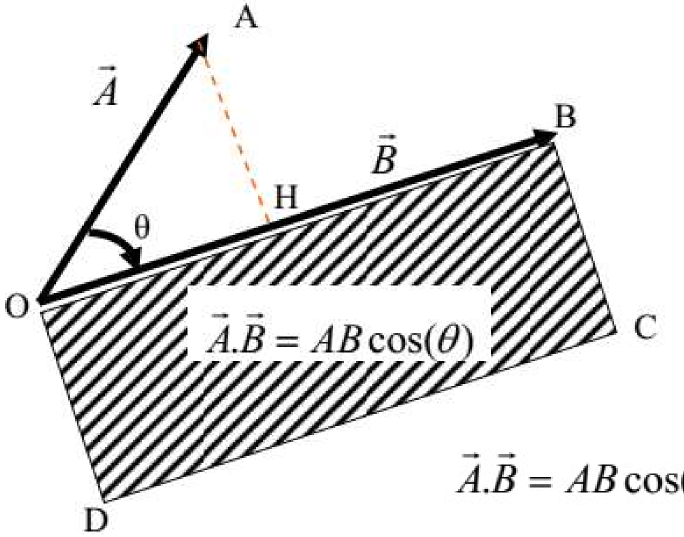
$\vec{F} = 5\vec{i} - 7\vec{j} + 15\vec{k}$ *olarak verildiğine göre* $2\vec{F}$ *ve* (-4$\vec{F}$) *nedir?*

Çözüm:

$2\vec{F} = 10\vec{i} - 14\vec{j} + 30\vec{k}$ ve $-4\vec{F} = -20i + 28\vec{j} - 60\vec{k}$ 'dir.

b) İki vektörün skaler çarpımı

Verilen iki vektör **A** ve **B** olsun. Bu iki vektörün skaler çarpımı;



OA= $\vec{A}$

OB= $\vec{B}$

OH=OD=Acosθ

$$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos(\theta) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

A skaler çarpım B diye okunur.

AB skalerdir.

Şekildeki taralı dikdörtgenin alanını verir.

Eğer iki vektör birbirine dik ise θ=90° ve cos90=0 olduğu için skaler çarpım sıfır olur.

Diğer bir ifade ile skaler çarpımları sıfır olan iki vektör birbirine diktir**.**

θ = 0° , cos0 = 1 olur. Skaler çarpım, bu iki vektörün şiddetleri çarpımına eşittir.
B birim vektör ise, skaler çarpım A nın B doğrultusundaki bileşeninin şiddetini verdiği şekilde görülmektedir (OH=Acos θ)

Yukarıdaki açıklamalardan i,j,k birim vektörlerinin skaler çarpımı şöyle yazılabir.

$$\vec{i}.\vec{i} = \vec{j}.\vec{j} = \vec{k}.\vec{k} = 1 \quad \text{ve} \quad \vec{i}.\vec{j} = \vec{i}.\vec{k} = \vec{j}.\vec{k} = 0$$

Birim vektörler cinsinden verilmiş iki vektör.

$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k} \quad \text{ve} \quad \vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$$

olsun bu iki vektörün skaler çarpımı;

$$\vec{A}.\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \text{ olur.}$$

Skaler çarpım (.) ile gösterilmektedir.Bir vektörün kendisiyle çarpımı:

$$\vec{A}.\vec{A} = A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 \quad \text{veya} \quad A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \text{ 'dır.}$$

Buradan şöyle diyebiliriz. Bir vektörün şiddeti kendisiyle skaler çarpımının kareköküdür.

Örnek 3:

$\vec{A} = 7\vec{i} - 8\vec{j} + 3\vec{k}$ vektörünün $\vec{B} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$ vektörü yönündeki bileşenini bulunuz.

$\vec{B} = B.\vec{b}$ şeklinde yazarsak b birim vektörünü hesaplayabiliriz.

B=(4+36+9)$^{(1/2)}$=7 ise, $\vec{b} = \frac{1}{7}(2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k})$'dir.

$\vec{A}.\vec{b} = \frac{1}{7}((7).(2)+(-6).(-8)+(3)(3))=\frac{71}{7}=10.15$ bulunur

İki vektörün vektörel çarpımı

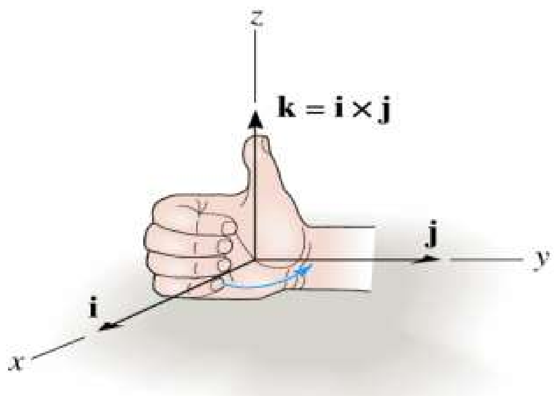
Bilinen iki vektör , $\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$ ve $\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$ olsun, bu iki vektörün vektörel çarpımı;

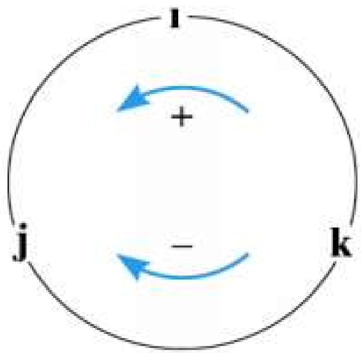
$$\vec{C} = \vec{A}x\vec{B}$$

olarak yazılır ve A vektörel çarpım B diye okunur. Burada çarpım yine bir vektördür. C vektörünün şiddeti;

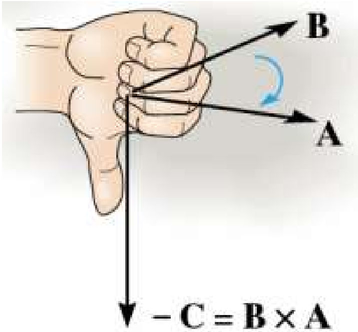
C=A.B.Sinθ' dır.

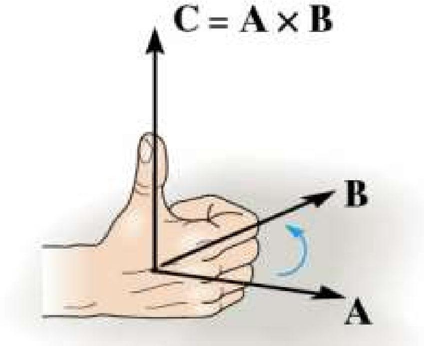
ve A-B vektörlerine diktir. Yönü sağ ***el kuralı***na göre bulunur. Şekil 2.11' de sağ el kuralı ve iki vektörün vektörel çarpımından elde edilen C vektörü ve yönü görülmektedir.





İki vektörün vektörel çarpımı





Burada sırasıyla x,y,z yönlerindeki birim vektörler i,j,k ise bu vektörlerin vektörel çarpımı

$$\vec{i}\,x\vec{i} = \vec{j}x\vec{j} = \vec{k}x\vec{k} = 0 \quad \text{ve}$$

$$\vec{i}\,x\vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{k}xi = \vec{j}, \quad \vec{j}x\vec{k} = i \quad \text{tersi ise}$$

$$\vec{j}x\vec{i} = -\vec{k}, \quad \vec{i}\,x\vec{k} = -\vec{j}, \quad \vec{k}x\vec{j} = -i\text{'dir.}$$

İki vektörün vektörel çarpımı

- Vektörel çarpımda çarpma sırası önemlidir.

A *x* **B = - B** *x* **A**

- Paralel iki vektörün çarpımı sıfırdır.
- Bir başka ifade ile çarpımları sıfır olan iki vektörün, vektörel çarpımı sıfır ise bu iki vektör paraleldir.
- Geometrik olarak vektörel çarpım; çarpılan iki vektörün meydana getirdikleri paralel kenarın alanı olarak tanımlanabilir.
- İki vektör birim vektörler cinsinden verilmiş ise bu iki vektörün vektörel çarpımı aşağıda verilmiştir.

$$\vec{C} = \vec{A}x\vec{B} = (A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k})x(B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k})$$

İki vektörün vektörel çarpımı

Bu çarpımın sonucu aşağıdaki matrisin determinatının açılımıdır.

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y)\vec{i} - (A_x B_z - A_z B_x)\vec{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\vec{k}$$

Soru: Determinantı çözünüz.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = ?$$

Vektörlerde önemli noktalar

- Bir skaler pozitif yada negatif olan sayısal bir değerdir.
- Bir vektör yönü ve büyüklüğü olan bir niceliktir.
- Bir skalerle çarpılan yada bölünen bir vektör vektörün büyüklüğünü değiştirir.
- Eğer skaler negatifse, vektör yön değiştirir.
- Eğer vektörler aynı yönde ise, sonuç skaler toplam olarak hesaplanır.

Kaynak:

http://www3.ul.ie/~mlc/support/Loughborough%20website/chap9/9_1.pdf
http://www3.ul.ie/~mlc/support/Loughborough%20website/chap9/9_2.pdf
http://www3.ul.ie/~mlc/support/Loughborough%20website/chap9/9_3.pdf
http://www3.ul.ie/~mlc/support/Loughborough%20website/chap9/9_4.pdf
http://www3.ul.ie/~mlc/support/Loughborough%20website/chap9/9_5.pdf
http://www3.ul.ie/~mlc/support/Loughborough%20website/chap9/9_6.pdf

Ders Kitabı:

- Hibbeler, 2014. Mühendislik Mekaniği – Dinamik, Literatür Yayıncılık, İstanbul
  Çevirenler: Ayşe Soyuçok, Özgün Soyuçok,
  Orijinal isimi: Engineering Mechanics SI Metric Edition, Dynamics.

Kullanılan Kaynaklar:

- Ferdinand Beer, Phillip Cornwell, E. Russell Johnston 2014. Mühendisler için Vektör Mekaniği Dinamik Literatür Yayıncılık, İstanbul, Çevirmen: Osman Kopmaz, Ömer Gündoğdu.
  Orijinal isimi: Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

- Hibbeler, R. C., 2015. Engineering Mechanics: Dynamics, 14th Edition, Prentice Hall, New Jersey USA.

- Meriam, J. L. , Kraige, L. G. 2012. Engineering Mechanics: Dynamics, John Wiley & Sons, USA