

DİNAMİK

BİLGİ TAMAMLAMA

İNTEGRAL



Yrd. Doç. Dr. Mehmet Ali Dayıođlu

Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi

Tarım Makinaları ve Teknolojileri Mühendisliđi Bölümü

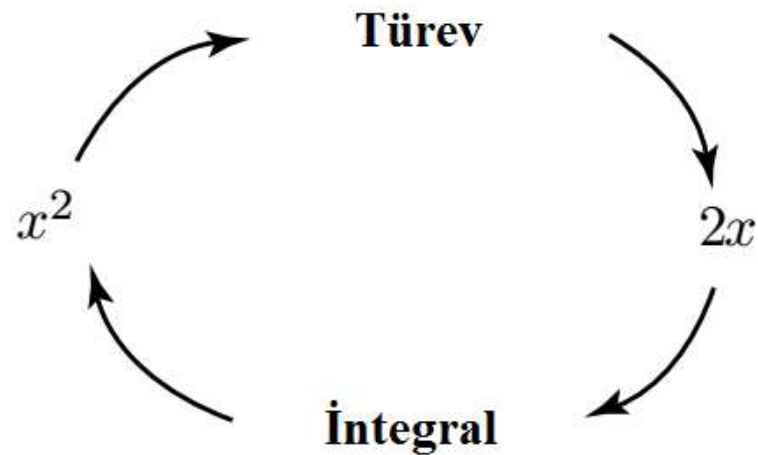
INTEGRAL

Türev - İntegral

Türevi $f(x)$ olan $F(x)$ ifadesine $f(x)$ in belirsiz integrali veya $f(x)$ in ilkel fonksiyonu denir ve

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

şeklinde gösterilir.



İntegral alma kuralları

function $f(x)$	indefinite integral $\int f(x)dx$
constant, k	$kx + c$
x	$\frac{1}{2}x^2 + c$
x^2	$\frac{1}{3}x^3 + c$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \neq -1$
x^{-1} (or $\frac{1}{x}$)	$\ln x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos kx$	$\frac{1}{k} \sin kx + c$
$\sin kx$	$-\frac{1}{k} \cos kx + c$
$\tan kx$	$\frac{1}{k} \ln \sec kx + c$
e^x	$e^x + c$
e^{-x}	$-e^{-x} + c$
e^{kx}	$\frac{1}{k} e^{kx} + c$

İntegral alma kuralları

Değişken Değiştirme Yöntemi

Bu yöntem bir fonksiyon ve onun diferansiyelini içeren bileşke fonksiyonların integrali alınırken kullanılır.

$I = \int f(x)dx$ integralinde $x = u(t)$ dönüşümü yapılırsa $dx = u'(t)dt$ olur. Buradan;

$I = \int f(u(t)).u'(t)dt$ olur.

$$\text{➤ } \int [f(x)]^n \cdot f'(x)dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\text{➤ } \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$$

$$\text{➤ } \int e^{f(x)} f'(x)dx = e^{f(x)} + c$$

$$\text{➤ } \int a^{f(x)} f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + c$$

Kısmi İntegrasyon Yöntemi

$\int f(x).g(x) dx$ integralinde $f(x) = u$ ve $g(x)dx = dv$ olacak şekilde u ve dv seçilir.

Buradan;

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du \text{ elde edilir.}$$

- ✓ Kısmi integralde u yu seçerken LAPTÜ yöntemini kullanabiliriz. Yani sırasıyla aşağıdaki fonksiyonlardan ilk gördüğümüz u diğeri dv olarak alınır.

Logaritmik fonksiyon

Arc (ters trigonometrik fonksiyonlar)

Polinom fonksiyon

Trigonometrik fonksiyon

Üstel fonksiyon

Belirli İntegral

Bir eğri parçasının uzunluğu, sınırladığı bölgenin alanı ve hacim hesaplarında kullanılır.

$\int f(x) = F(x) + c$ olsun.

$\int_a^b f(x) = F(b) - F(a)$ integraline f fonksiyonunun $[a, b]$ aralığında belirli integrali denir.

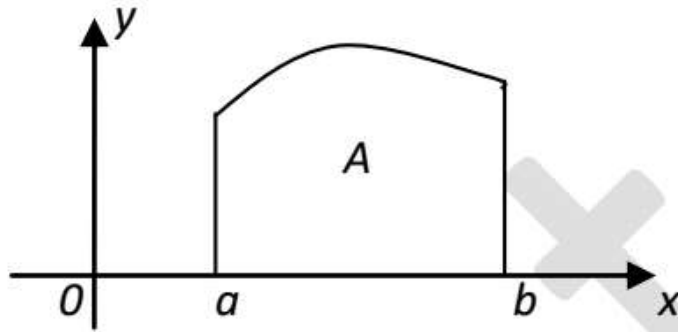
Belirli İntegralin Özellikleri

- $\int_a^b A \cdot f(x) dx = A \int_a^b f(x) dx$ dir.
- $\int_a^b [f(x) \mp g(x)] = \int_a^b f(x) \mp \int_a^b g(x)$
- $a, b, c \in R$ ve $c \in [a, b]$ ise
 $\int_a^b f(x) = \int_a^c f(x) + \int_c^b f(x)$
- $\int_a^a f(x) = 0$
- $\int_a^b f(x) = - \int_b^a f(x)$
- $a < b$ olmak üzere $[a, b]$ aralığında $f(x) \leq g(x)$ ise
 $\int_a^b f(x) \leq \int_a^b g(x)$ dir.
- $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$
- f fonksiyonu sürekli ve tek fonksiyon ise,
 $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ dir.
- f fonksiyonu sürekli ve çift fonksiyon ise,
 $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \cdot \int_0^a f(x) dx$ dir.
- $F(x) = \int_{u(x)}^{v(x)} f(x) dx$ ise,
 $F'(x) = f(v(x)) \cdot v'(x) - f(u(x)) \cdot u'(x)$ dir.

Alan Hesabı

- $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu için $[a, b]$ aralığında $f(x) \geq 0$ ise $y = f(x)$ eğrisi $x = a$ ve $x = b$ doğruları ile x -ekseni arasında kalan düzlemsel bölgenin alanı

$$A = \int_a^b f(x) dx \text{ dir.}$$



Integral örnek:

$$x^7: \int x^7 dx = \frac{1}{8}x^8 + c$$

$$\int \cos 5t dt = \frac{1}{5} \sin 5t + c$$

Integral ödev:

a) x^9 , b) $x^{1/2}$, c) x^{-3} , d) $1/x^4$, e) 4, f) \sqrt{x} , g) e^{4x}

a) $\int t^2 dt$, b) $\int 6 dt$, c) $\int \sin 3t dt$, d) $\int e^{7t} dt$.

Kaynak:

http://www3.ul.ie/~mlc/support/Loughborough%20website/chap14/14_1.pdf

http://www3.ul.ie/~mlc/support/Loughborough%20website/chap14/14_2.pdf

<http://www.matokulu.net/wp-content/uploads/2014/10/%C4%B0NTEGRAL-FORM%C3%9CLLER%C4%B0.pdf>