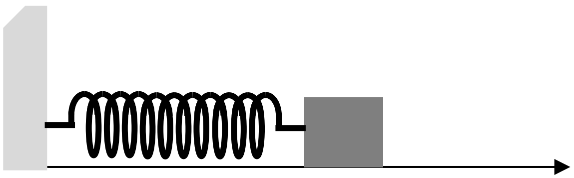
Ankara Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi, Fizik Mühendisliği Bölümü

FZM210 Dalgalar ve Optik

Prof. Dr. Hüseyin Sarı

Ankara Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi
Fizik Mühendisliği Bölümü

Salınım Hareketi
(1/2)



Dersin Amacı

Bu derste,

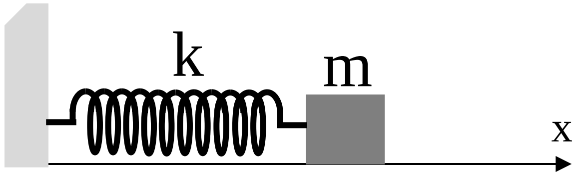
- Basit Harmonik Hareketi (BHH) tanımlayıp harmonik hareket sergileyen sistemlere örnekler verilecek,
- BHH hareket denklemi yazılıp çözülecek,
- BHH genelleştirilerek bu hareketin oluşması için gerekli koşullar vurgulanacak,
- Sönümlü ve Zorlanmış Harmonik Hareket incelenecek,
- Rezonans olayı öğrenilecek ve Q-Faktörü kavramı tanımlanacaktır.

Basit Harmonik Hareket (3 Hafta)

- Basit Harmonik Hareket
  - Kütle-Yay Sistemi
  - Hız, İvme ve Enerji
  - Geri Çağırıcı Kuvvet-Genel Durum
  - Basit Sarkaç
  - Fiziksel Sarkaç
- Sönümlü Harmonik Hareket (SHH)
  - Kritik Üstü SHH, Kritik SHH, Kritik Altı SHH
  - Kalite Faktörü Q
- Zorlanmış Harmonik Hareket
  - Rezonans
  - Enerji ve Güç
  - Uygulamalar

Basit Harmonik Hareket (BHH)

(Simple Harmonic Motion-SHM)



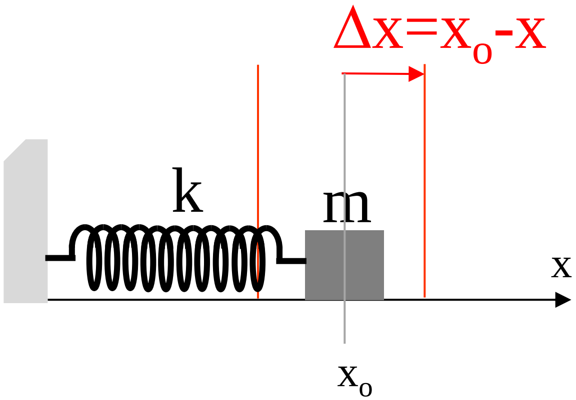
Bir cismin hareketi sinüs veya kosinüs gibi basit ve yalın bir fonksiyonla ifade edilebiliyorsa bu harekete **b**asit **h**armonik **h**areket (BHH) denir.

Bu hareketin kaynağı, cismin denge noktasından uzaklığıyla orantılı (x) ve cismi her zaman denge noktasına getirmek isteyen bir kuvvetin (geriçağırıcı kuvvet) olmasıdır.

$$F = -kx$$

Basit Harmonik Hareket (BHH)

Yatay düzlemde, yay sabiti **k** olan bir yayın ucuna bağlı kütlesi **m** olan bir cismin oluşturduğu **kütle-yay** sistemini düşünelim



Varsayımlar:

- Sürtünme yok ($\boldsymbol{F}_{sürtünme}=0$)
- Yayın kütlesi ihmal edilecek
- m kütlesinin denge noktası (x_o) etrafındaki yerdeğiştirmesinin ($\Delta x=x_o-x$) küçük(*) olduğu varsayılacak.

(*) Ne kadar küçük olacağı sonra açıklanacak

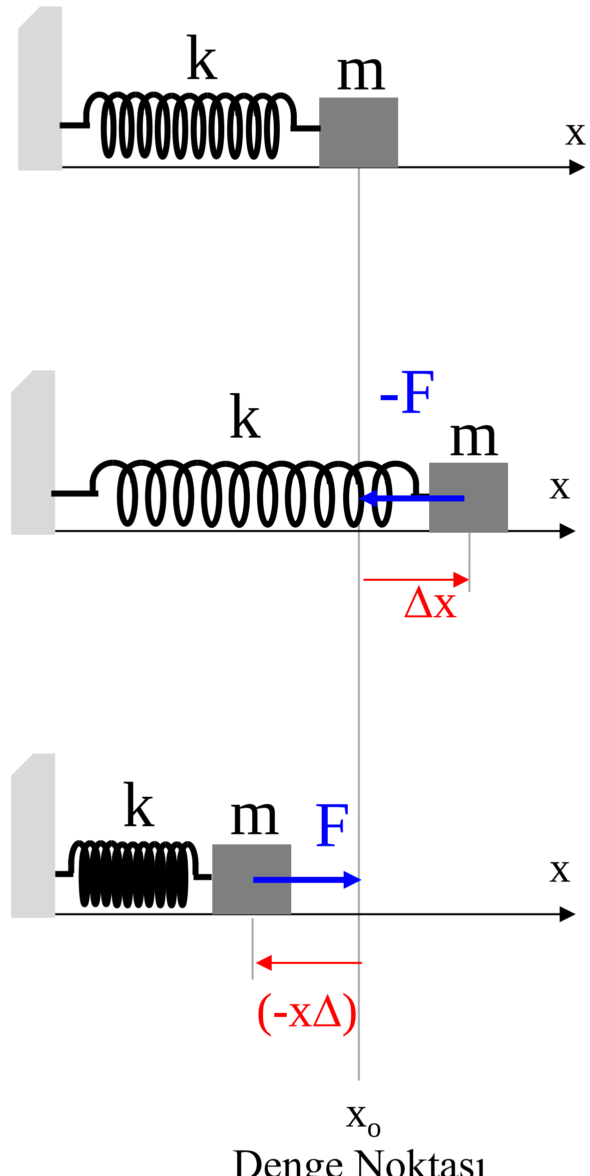
Basit Harmonik Hareket (BHH)

m kütlesinin denge noktasından uzaklaştırıldığı duruma bakalım

$\Delta x = 0 \rightarrow F = 0$

$\Delta x \neq 0 \rightarrow F \neq 0$

$\Delta x \neq 0 \rightarrow F \neq 0$



Cisim denge konumunda (Δx=0) , m kütlesine etki eden kuvvet $F=0$

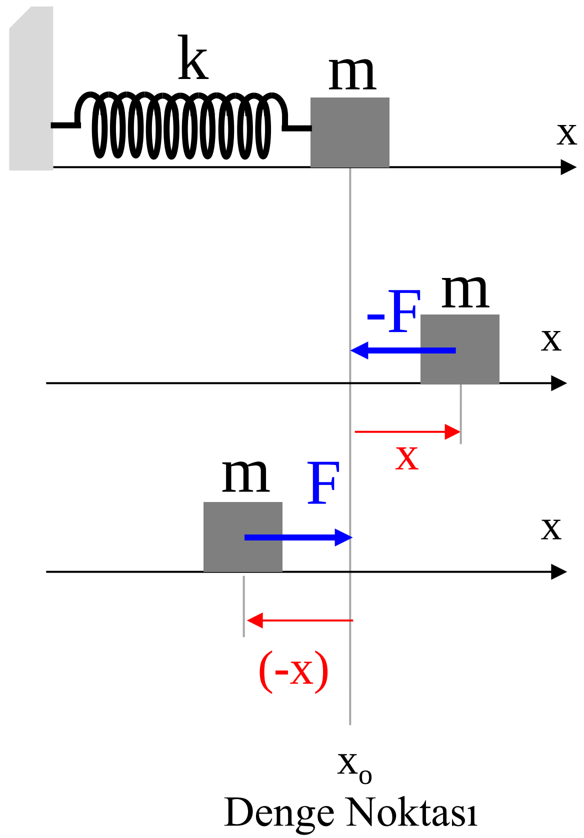
Cisim denge konumundan uzaklaşırsa ($\Delta x \neq 0$) m kütlesine denge noktasından (x_o) ölçülen mesafe (x) ile orantılı (k) olan bir kuvvet (F), etki ederek kütleyi hep aynı noktaya getirecektir **(Hooke Yasası)**

Cisme etki eden kuvvet yay kuvveti (**Geri Çağırıcı Kuvvet**):

$$F = -k(x_0 - x) = -k\Delta x$$

Basit Harmonik Hareket-Yay Sabiti

m kütlesinin denge noktasından uzaklaştırıldığı duruma bakalım



Buraya bazı yaylar için k değerini yaz:

Tükenmez kalem yayı: 250-500N/m

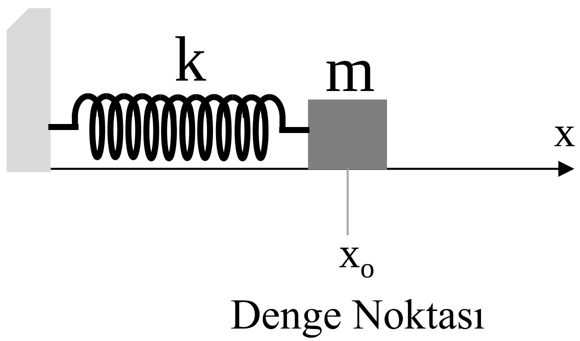
Motor amortisörü:

k sabiti burada yay sabiti olarak tanımlanmış olsa da aslında farklı mekanik sistemler için tanımlanan çok daha yaygın bir sabittir ve en genel olarak '*Geri çağırıcı kuvvet sabiti*' olarak adlandırılması gerekmektedir.

Kuvvet her zaman (ve her durumda) m kütlesini denge noktasına geri dönderecek yöndedir ve büyüklüğü denge noktasından ne kadar (x) uzaklaştırıldığıyla orantılıdır.

$$F = -k(x_0 - x) = -k\Delta x$$

Basit Harmonik Hareket-Kavrama Soruları

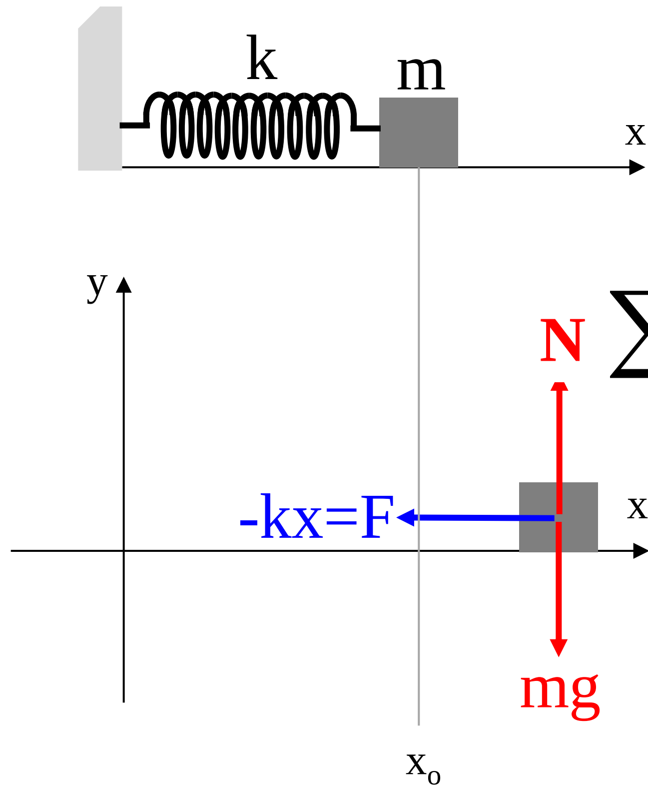


- Bu harekette neyi bilmek isteriz? (x(t)=?, v(t), a(t))
- Hareket periyodik mi, değil mi?
- Hangi durumda basit harmonik, hangi durumda anharmonik?
- Hareket periyodik ise periyot nelere bağlıdır? (Genliğe, kütleye, yay sabitine nasıl bağlıdır?-bağlı mıdır?)
- Enerji korunur mu?
- Hareketi çözmek için nereden işe başlamalıyız?

Basit Harmonik Hareket (BHH)

Yaya bağlı m kütlesine eden kuvvetler

Not: Hareket bir boyutta (x-doğrultusu) olduğu için vektör notasyonunu kullanmamıza gerek yoktur.



Denge Noktası

$$\sum F_y = 0$$

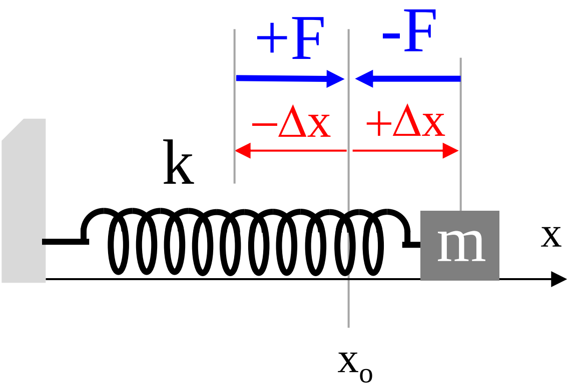
$$\sum F_x \neq 0$$

$$F_y = -mg + N = 0$$

- Düşey yönde (y) etki kuvveti (mg) ve zeminin uyguladığı normal (N) (Tepki kuvveti değil!) kuvvet birbirine eşit olduğu (dengelenmiş) için y yönünde net kuvvet sıfırdır ve y-doğrultusunda hareket yoktur!
- x-doğrultusunda ise sadece (dengelenmemiş) yay kuvveti (F_{yay}) vardır ve cisim bu kuvvetin etkisinde harekete zorlanır.

Kütle Yay Düzeneği

m kütlesinin hareket denklemini bulabilirsek x(t), cisme ait bütün bilgileri edinmiş oluruz.



Denge noktasından olan yer değiştirme:

$$\Delta x = x_o - x = x$$

$$x_o = 0$$

m kütlesine yay tarafından etki eden kuvvet (Geri Çağırıcı Kuvvet):

$$F = ma = -kx$$

k: yay sabiti (N/m)

m kütlesinin hareket denklemi:

$$ma = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -kx(t)$$

Her tarafı m kütlesine bölersek:

$$\boxed{\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \left(\frac{k}{m}\right)x(t) = 0}$$

Bu, ikinci dereceden (*2 kez türev içeren*), doğrusal (*türevli terimin karesi yok*), homojen (*eşitliğin sağ tarafı sıfır*) **diferansiyel denklem**-dir.

Basit Harmonik Hareke-Hareket Denklemi

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \left(\frac{k}{m}\right)x(t) = 0$$

(Doğal) Açısal frekans:

$$\omega_o \equiv \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2}$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega_o^2 x(t) = 0$$

Ödev-1:
ω_o= $(k/m)^{1/2}$ niceliğinin frekans boyutunda olduğunu gösteriniz.

Kosinüs fonksiyonu yukarıdaki diferansiyel denklemi sağlar (çözümdür):

Çözüm:

$$x(t) = A\cos(\omega_o t)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = -\omega_o A\sin(\omega_o t)$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega_o^2 A\cos(\omega_o t)$$

$x(t)$= m kütlesinin anlık konumunu veren yerdeğiştirme

A= Genlik (maksimum yer değiştirme) (metre)

ω_o= Açısal frekans (rad/s)

t= Zaman

Ödev-2: $x(t)=A\cos\omega_o t$ fonksiyonunun yukarıdaki diferansiyel denklemin çözümü olduğunu gösteriniz.

Basit Harmonik Hareke-Hareket Denklemi

$$\cos(0)=1$$
$$\sin(0)=0$$

$$x(t) = A\cos(\omega_o t)$$

t=0'da başlangıç konumu (x_o): $x(t=0) = x_o = A\cos(\omega_o .0) = A \quad \Rightarrow A = x_o$

t=0'da başlangıç hızı (v_o): $\frac{dx}{dt}(t=0) = v_o = -\omega_o A\sin(\omega_o .0) = 0 \Rightarrow v_o = 0!$

Başlangıç hızı sıfır olabilir ama bu her zaman böyle olacak anlamına gelmemelidir. Dolayısıyla bu çözüm bu hali ile eksiktir!

Sinüs fonksiyonu da yukarıdaki diferansiyel denklemin bir çözümüdür.

$$x(t) = B\sin(\omega_o t)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \omega_o A\cos(\omega_o t)$$
$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega_o^2 A\sin(\omega_o t)$$

Sin ve cos olmak üzere iki çözümün olduğunu gördük. Diferansiyel denklem doğrusal olduğu için her iki çözümün toplamı da bir çözümdür. Dolayısıyla en genel çözüm aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$x(t) = A\cos(\omega_o t) + B\sin(\omega_o t)$$

İki bilinmeyen A ve B katsayıları, başlangıç koşullarından (t=0'daki konum ve ilk hız) bilgileri kullanılarak bulunabilir.

Ödev-3:

x_1 ve x_2 çözümleri, $d^2x/dt^2+\omega^2_o x=0$ diferansiyel denklemin çözümü ise x_1+x_2'nin de bir çözüm olduğunu gösteriniz.

Basit Harmonik Hareke-Hareket Denklemi

A ve B sabitleri gerçekte neye karşı gelirler?

$$x(t) = A\cos(\omega_o t) + B\sin(\omega_o t)$$

t=0'da başlangıç yedeğiştirmesi: $x(t=0) = A\cos(\omega_o .0) + B\sin(\omega_o .0) \Rightarrow A = x_o$

t=0'da başlangıç hızı : $\frac{dx}{dt}(t=0) = v_o = -\omega_o A\sin(\omega_o .0) + \omega_o B\cos(\omega_o .0) \Rightarrow \omega_o B = v_o$

$$A = x_o$$

$$B = v_o / \omega_o$$

$$x(t) = x_o \cos(\omega_o t) + \left(v_o / \omega_o\right)\sin(\omega_o t)$$

Bu çözüm kütle-yay sisteminin hareketini <u>eksiksiz</u> tanımlar.

Basit Harmonik Hareke-Hareket Denklemi

$$x(t) = A\cos(\omega_o t) + B\sin(\omega_o t)$$

Ama yukarıda verilen çözüm daha şık bir şekilde çoğunlukla aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi)$$

Ödev-4:

x(t)=Acos(ω_ot)+ Bsin(ω_ot) şeklinde verilen çözümün

x(t)=Ccos(ω_ot +ϕ) olarak ifade edilebileceğini gösteriniz.

A= Genlik (maksimum yer değiştirme) (m)

ω_o= Açısal frekans (rad/s)

ϕ = Faz sabiti (radyan)

Bu ifadede A (Genlik) ve ϕ (Faz sabiti) başlangıç koşullardan bulunması gereken iki sabittir.

ω_o ise kütle ve yay sabiti bilindiğinden sistem tarafından belirlenen bir niceliktir.

t=0'da başlangıç yedeğiştirmesi: $x(t=0) = A\cos(\omega_o.0 + \phi) = x_o \quad \Rightarrow x_o = A\cos(\phi)$

t=0'da başlangıç hızı : $\dfrac{dx(t=0)}{dt} = -\omega_o A\sin(\omega_o.0 + \phi) = v_o \Rightarrow v_o = -\omega_o A\sin(\phi)$

Ödev-5: A ve ϕ'nin başlangıç koşullarına bağlılılığının aşağıdaki şekilde olduğunu gösteriniz.

$$A = \sqrt{x_o^2 + (v_o/\omega_o)^2} \qquad \phi = \tan^{-1}(-v_o/\omega_o x_o)$$

Basit Harmonik Hareke-Hareket Denklemi

$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi)$$

$$A = \sqrt{x_o^2 + (v_o/\omega_o)^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}(-v_o/\omega_o x_o)$$

$$\boxed{x(t) = \left(\sqrt{x_o^2 + (v_o/\omega_o)^2}\right)\cos\left(\omega_o t + \tan^{-1}(-v_o/\omega_o x_o)\right)}$$

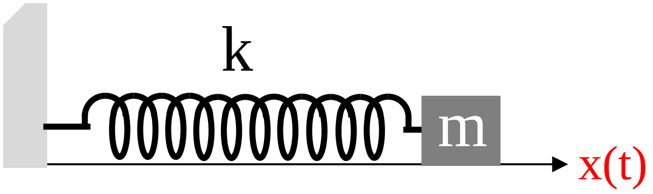
ω_o= Açısal frekans (rad/s)

A= Genlik (maksimum yer değiştirme) (m)

t=0'da x_o ve v_o değerlerinden

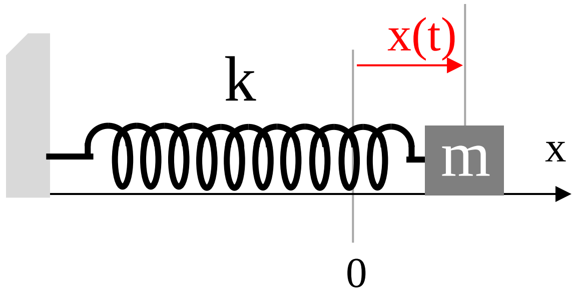
ϕ = Faz sabiti (radyan)

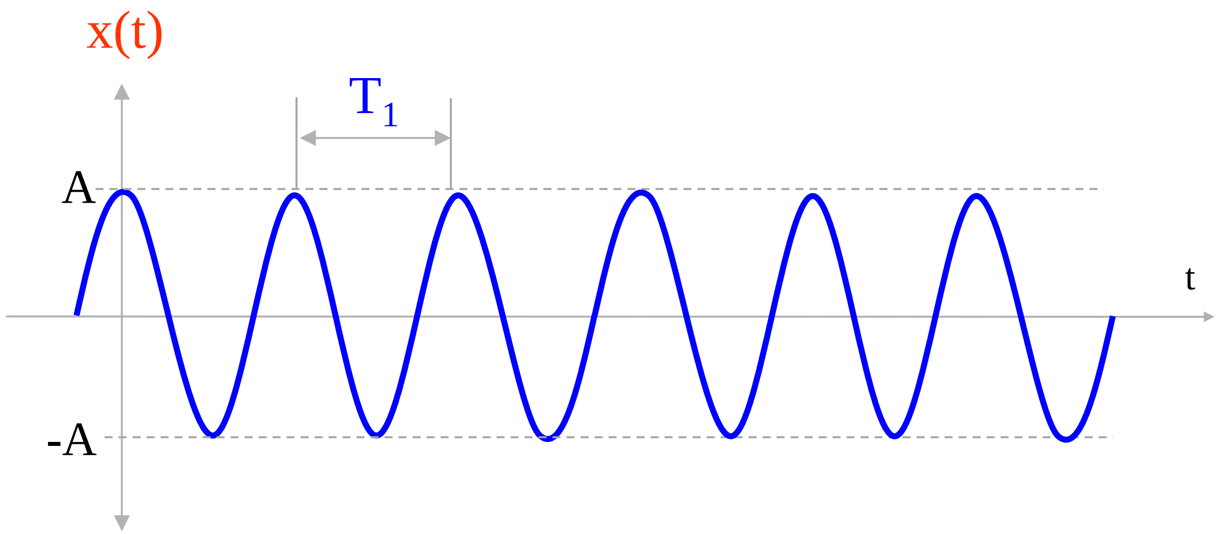
t=0'da x_o ve v_o değerlerinden



Basit Harmonik Hareke-Hareket Denklemi

$$\omega_o \equiv \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2}$$





Çözüm:

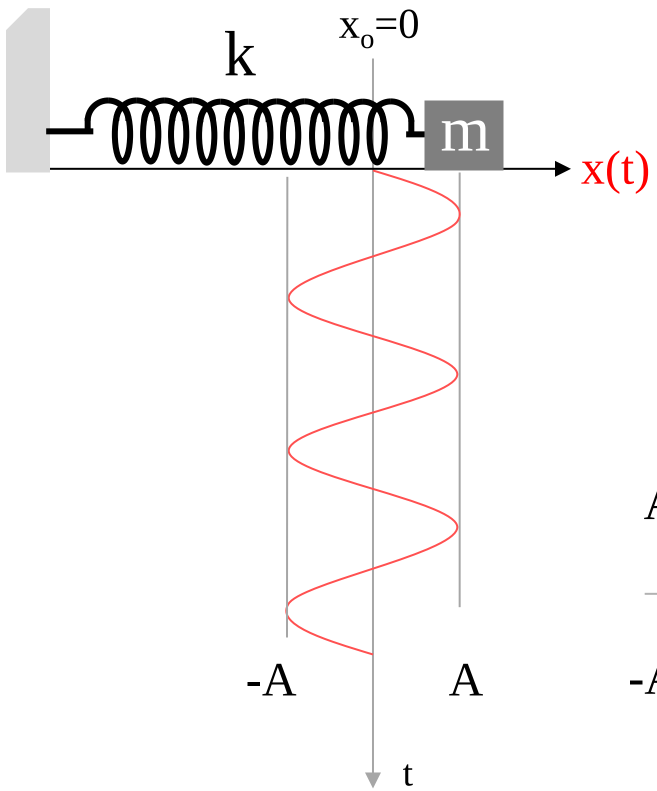
$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi)$$

A = Genlik (maksimum yer değiştirme)

ω_o= Açısal frekans (rad/s)

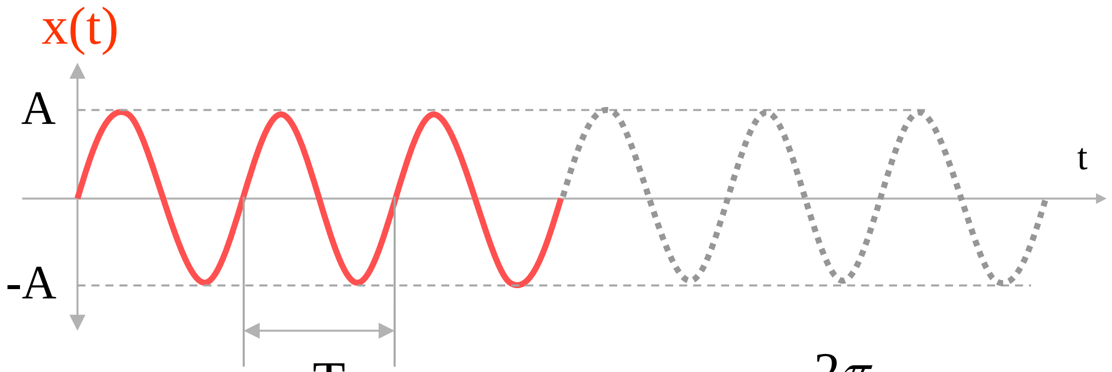
ϕ = Faz sabiti (veya faz kayması) (rad)

Basit Harmonik Hareke-Periyot



$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi)$$

ω_o= Açısal frekans (rad/s) $\quad \omega_o \equiv \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2}$



$$\omega_o = 2\pi\nu_o = \frac{2\pi}{T}$$

Periyot, bir salınım için geçen süre,
kütle ve yay sabitine bağlıdır:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Frekans ve Açısal Frekans

Frekans ile **Açısal frekans** bazen birbirlerinin yerine kullanılsalar da aynı fiziksel nicelikler değildir; ama iki nicelik ilişkilidir.

Frekans (ν), Salınım yapan bir cismin **birim zamanda kaç (kez) salınım** yaptığının ölçüsüdür: boyutu [1/T]; birimi ise 1/saniye veya Hertz (Hz) dir.

Açısal Frekans (ω) ise **birim zamanda ne kadar açı** (radyan) süpürüldüğünün göstergesidir boyutu [1/T], birimi ise (rad/s) dir.

$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi)$$

$$u(t) = A\cos(k_o x + \phi)$$

(Zamansal) Açısal Frekans

$\omega_o = 2\pi\nu$

ω_o=açısal frekans (rad/s)

ν=frekans(1/s)

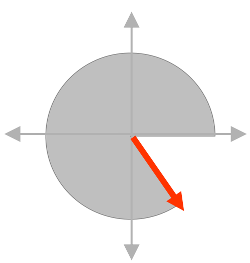
(Uzaysal) Açısal Frekans

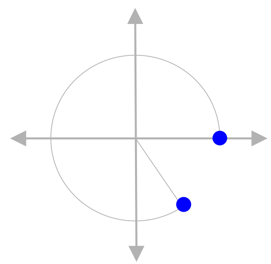
$k_o = 2\pi\lambda^{-1}$

T=1/4 (s)

ν=1/T=4 (1/s) veya (Hz)

$\omega = 2\pi/(1/4) = 8\pi$ (rad/s)





$$\omega_o = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

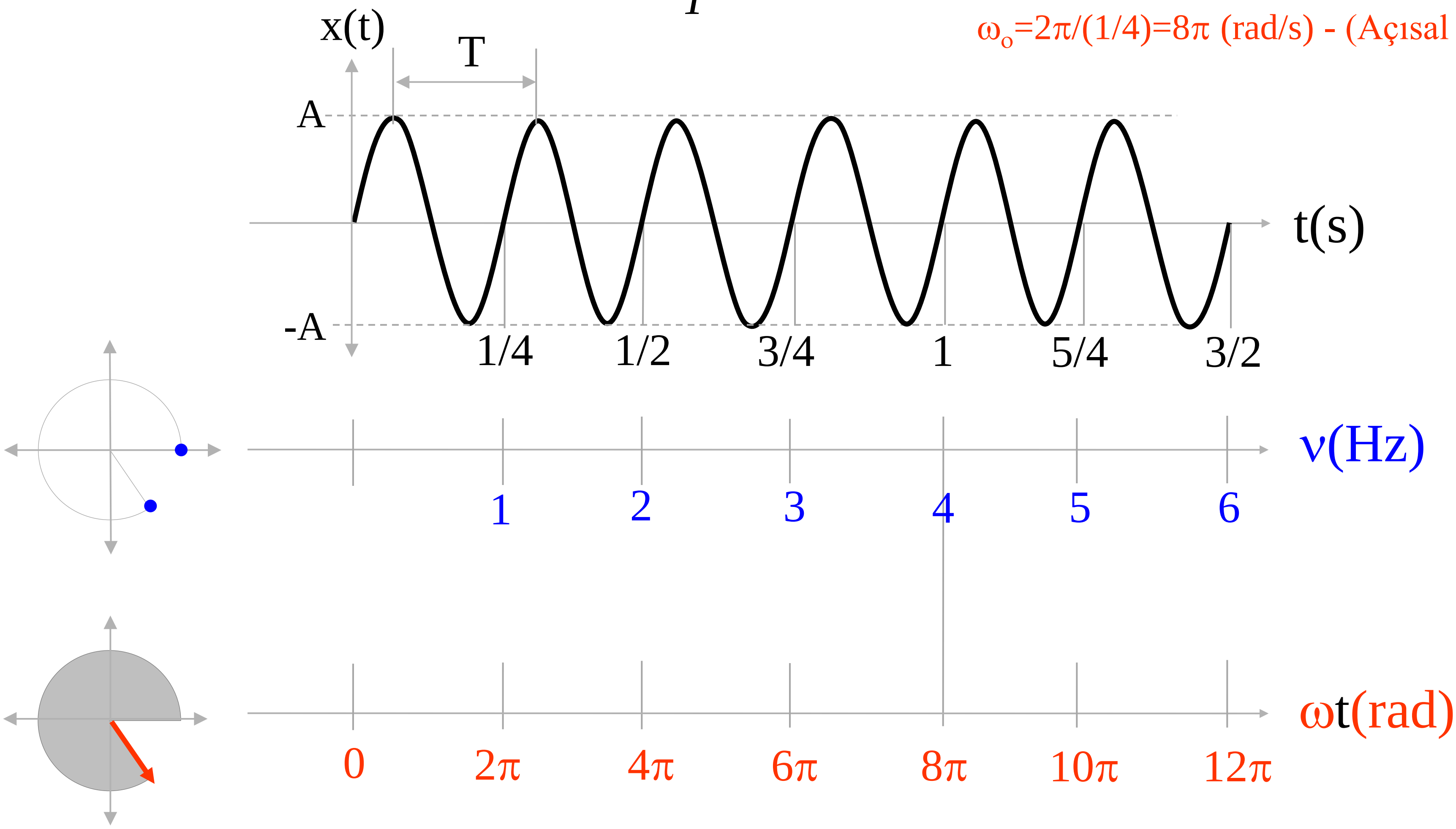
Frekans ve Açısal Frekans

$$\omega_o = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

T=1/4 (s) - (Periyod)

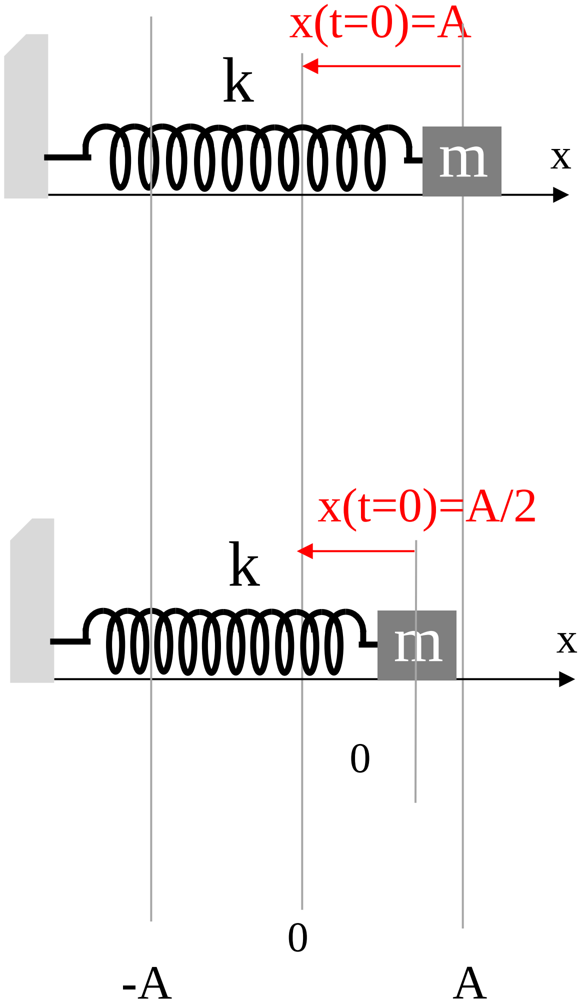
ν=1/T=4 (1/s) veya (Hz) - (Frekans)

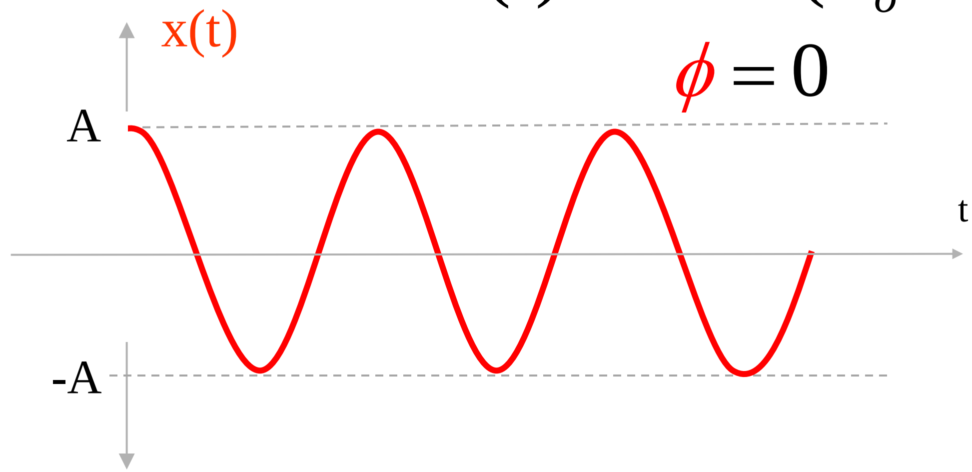
ω_o=2π/(1/4)=8π (rad/s) - (Açısal Frekans)



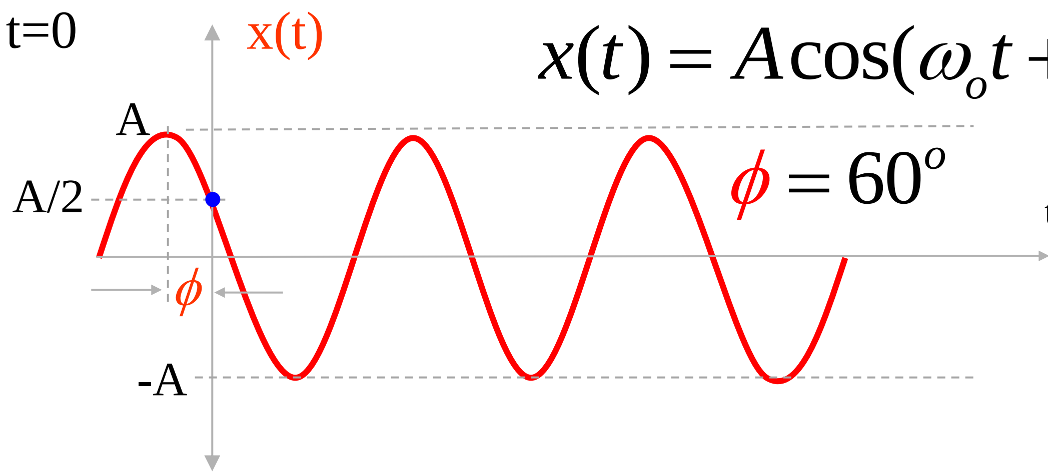
Basit Harmonik Hareke-Faz Sabiti

$$x(t) = A\cos(\omega_o t + 0)$$





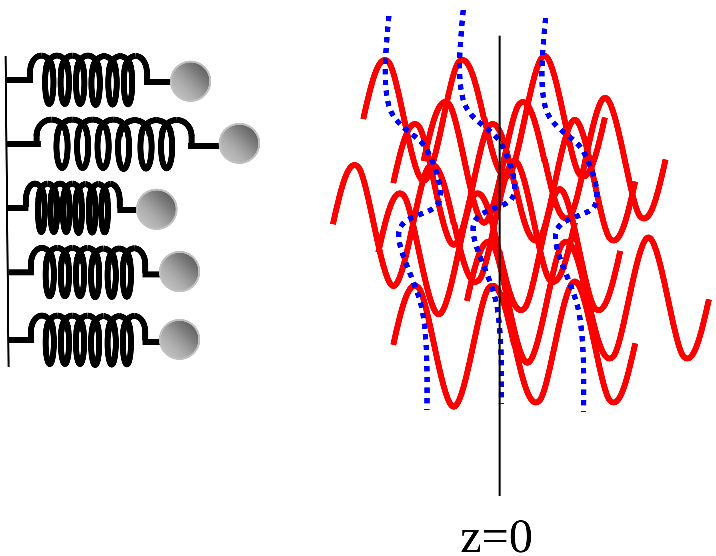
$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi)$$



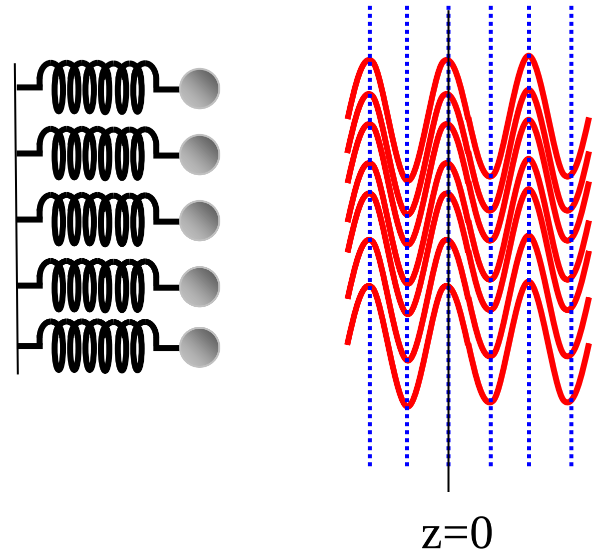
$$\frac{A}{2} = A\cos(\omega_o 0 + \phi) \Rightarrow \frac{1}{2} = \cos(\phi) \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{3} = 60^o$$

Faz Sabitinin Önemi

$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi)$$



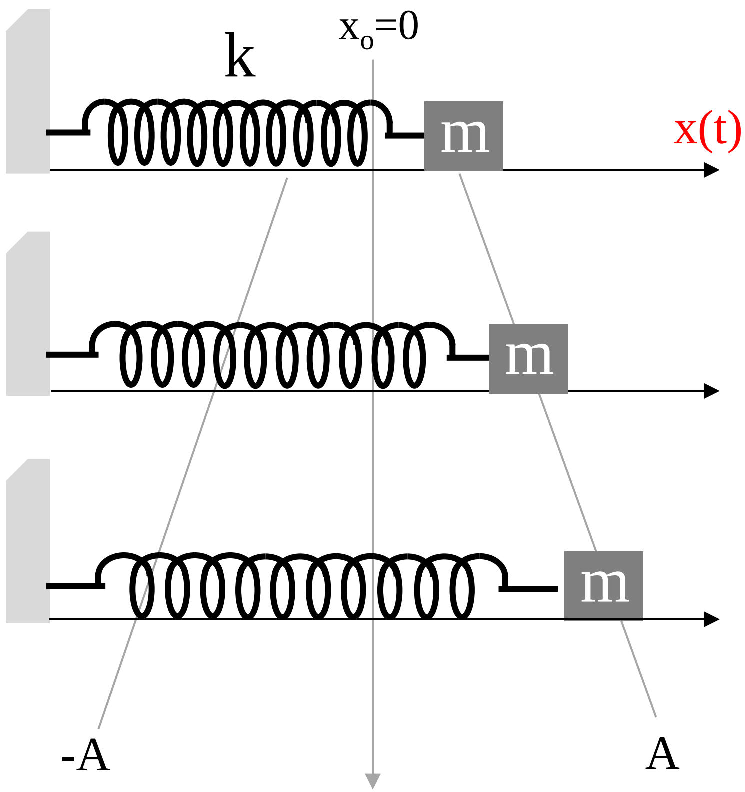
Farklı fazlı (uyumsuz-inkoherent) dalgalar



Aynı (Eş) fazlı (uyumlu-koherent) dalgalar

Basit Harmonik Hareket-Açısal Frekans

Açısal frekans (ω_o) genliğe bağlı mıdır?



ω_o= Açısal frekans (rad/s)

$$\omega_o \equiv \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2}$$

$$\omega_o = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

A (Genlik) büyük olunca salınımın kendini tekrar etmesi için daha uzun zaman geçmesi öngörülebilir?

Veya genlik artınca etki eden kuvvet daha büyük olacağından hareket daha hızılı, dolayısıyla kendini tekrar etmesi daha kısa sürede tamamlayacağı öngörünebilir?

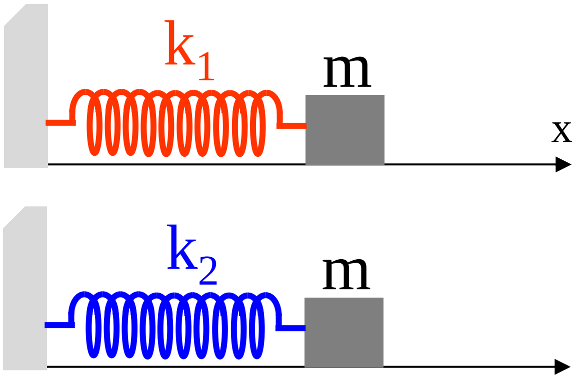
Aslında bu iki ters etki birbirini götürür ve açısal frekans ifadesinde görüldüğü gibi periyod genlikten bağımsız, sadece k ve m'ye bağlıdır.

Basit Harmonik Hareke-Açısal Frekans

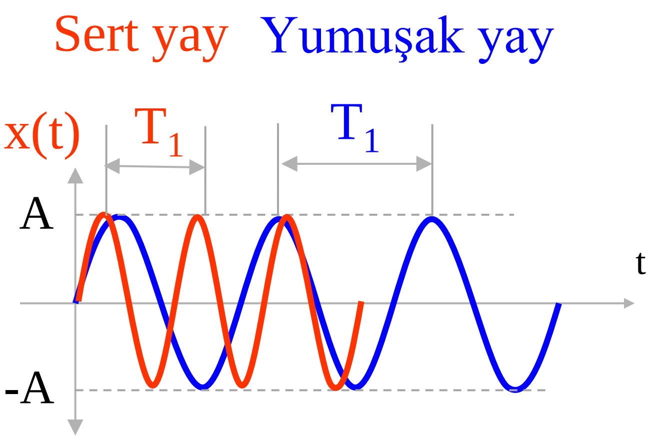
$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Periyod, bir salınım için geçen süre, kütle ve yay sabitine bağlıdır. Sert bir yay (yüksek yay sabiti) küçük periyod, yumuşak bir yay (küçük yay sabiti) büyük periyod.

$k_1 > k_2$



$T_1 < T_2$



$T_1 < T_2$

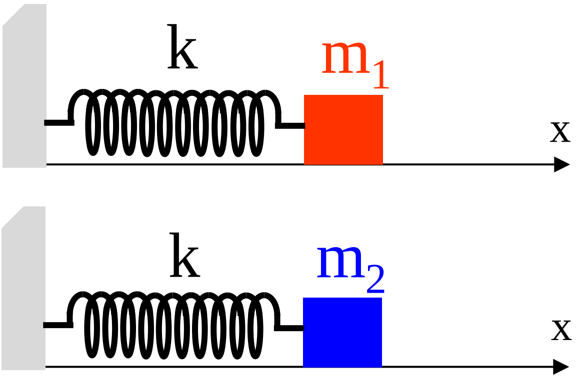
Ödev-6: Yay sabiti x olan bir yaya ne kadarlık bir kütle bağlanırsa periyodu bir saniye olur?

Basit Harmonik Hareke-Açısal Frekans

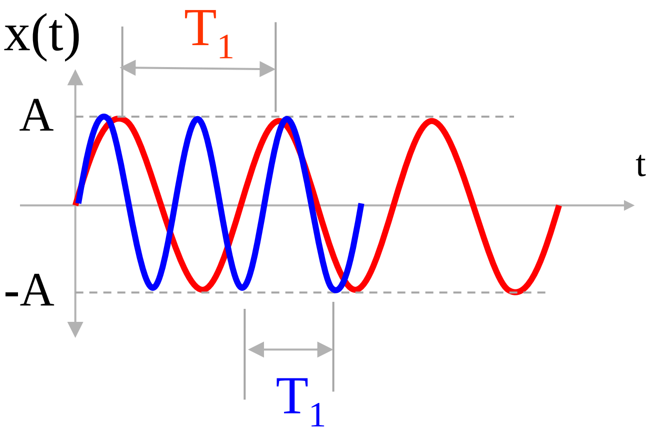
$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Periyod, bir salınım için geçen süre, kütle ve yay sabitine bağlıdır. Aynı yaya bağlı büyük kütlenin periyodu büyük, küçük kütlenin ise periyodu küçüktür

$m_1 > m_2$



$T_1 > T_2$



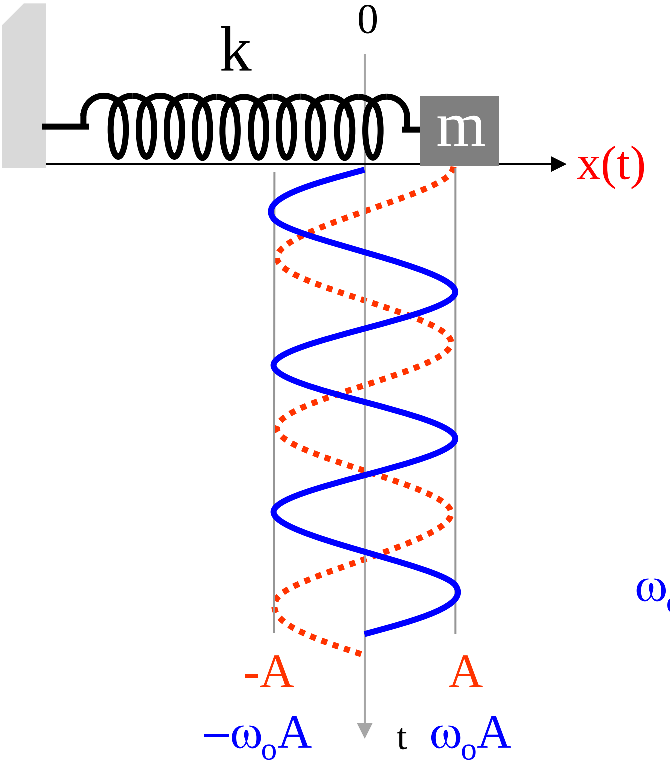
$T_1 > T_2$

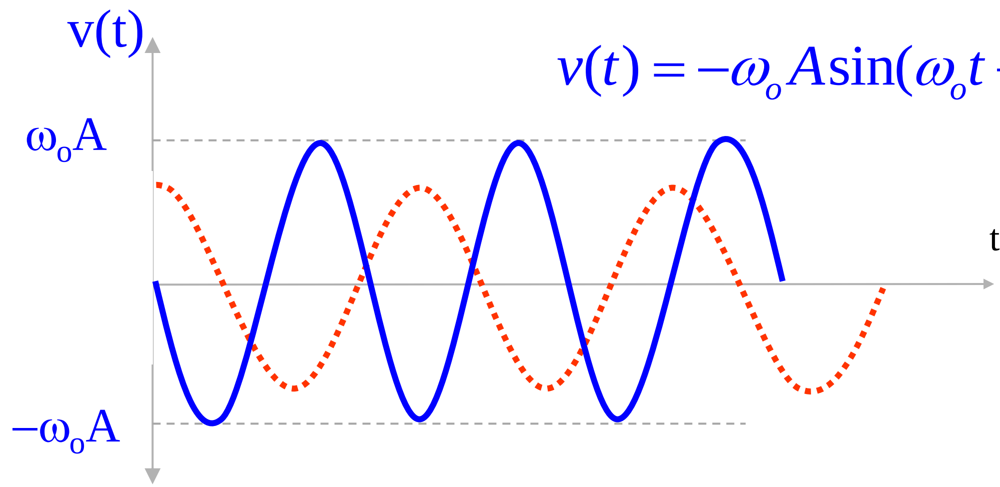
Basit Harmonik Hareke-Hız

$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi)$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -\omega_o A\sin(\omega_o t + \phi)$$

$$[\omega_o A] = \left[\left[\frac{1}{T}\right][L]\right] = \left[\frac{L}{T}\right]$$





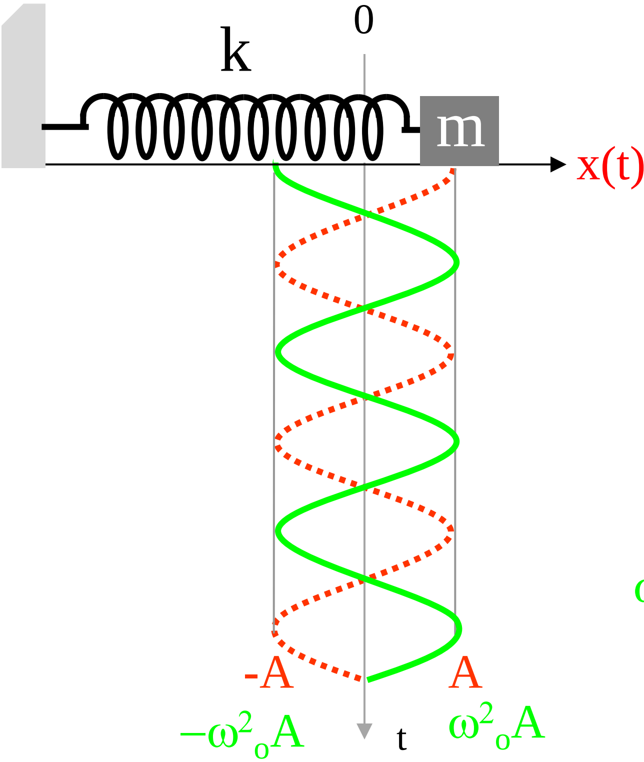
$$v(t) = -\omega_o A\sin(\omega_o t + \phi) = +\omega_o A\cos(\omega_o t + \phi + \frac{\pi}{2})$$

Hız, yerdeğiştirmenin 90^o önünde.

Basit Harmonik Hareke-İvme

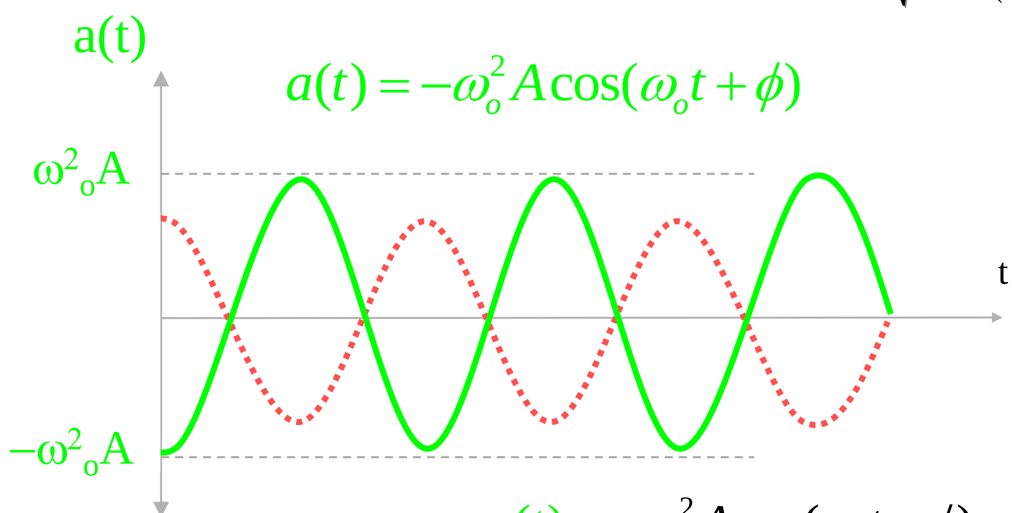
$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi)$$

$$v(t) = -\omega_o A\sin(\omega_o t + \phi)$$



$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega_o^2 A\cos(\omega_o t + \phi)$$

$$A = \sqrt{x_o^2 + (v_o/\omega_o)^2}$$

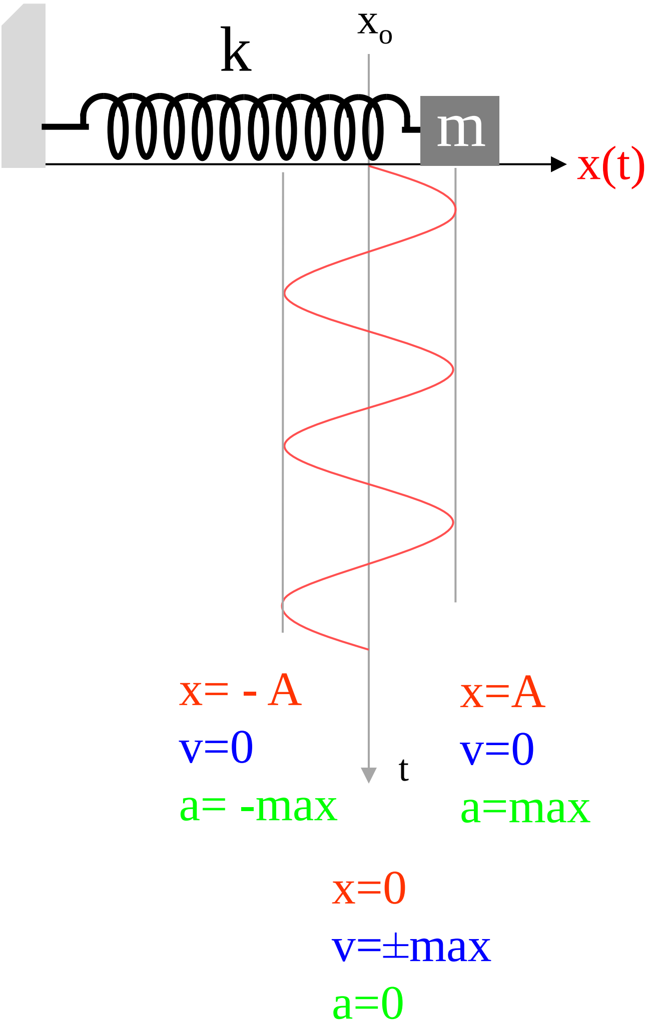


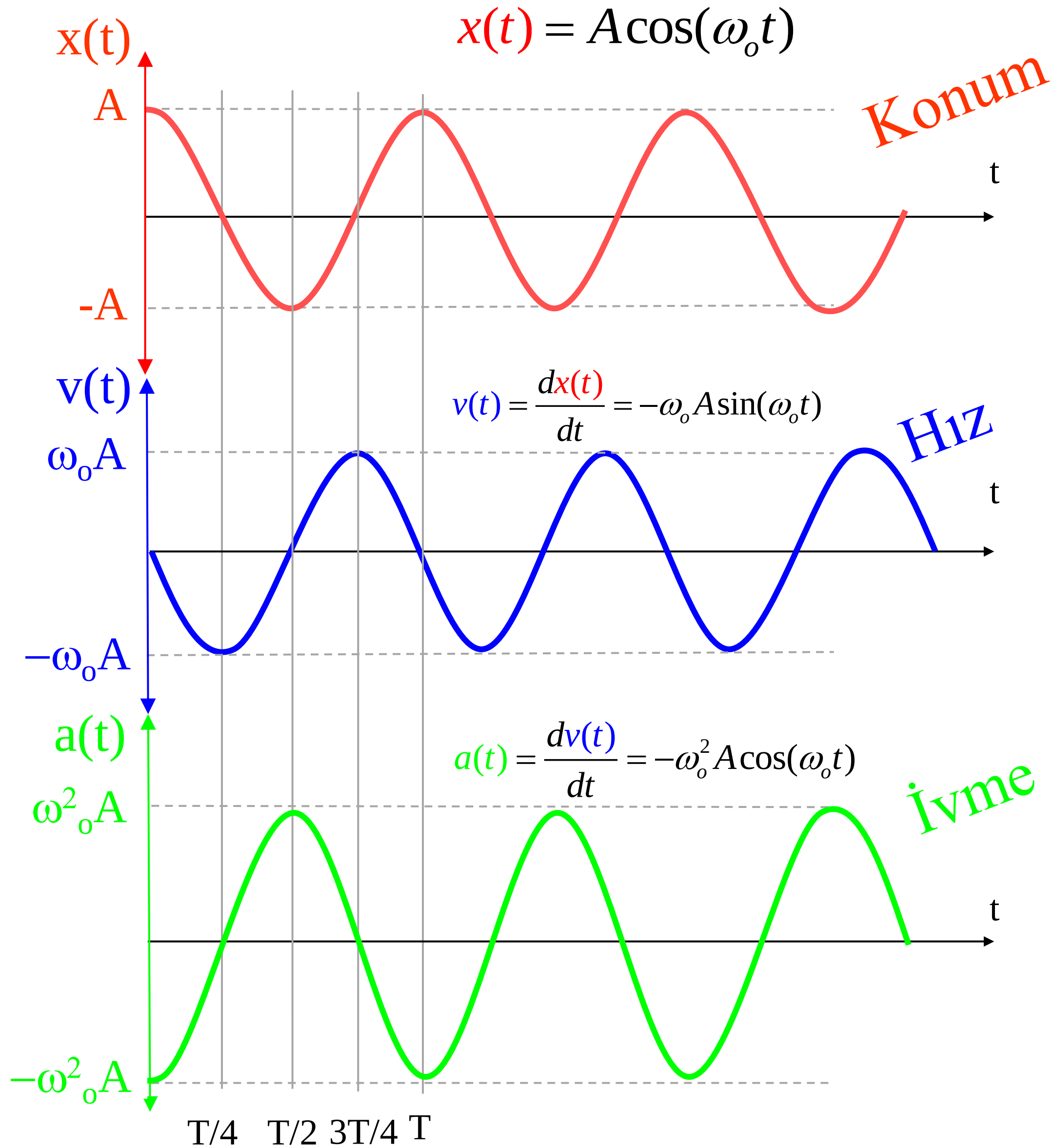
$$a(t) = -\omega_o^2 \underbrace{A\cos(\omega_o t + \phi)}_{x(t)} = -\omega_o^2 x(t)$$

$$a(t) = -\omega_o^2 A\cos(\omega_o t + \phi) = +\omega_o^2 A\cos(\omega_o t + \phi + \pi)$$

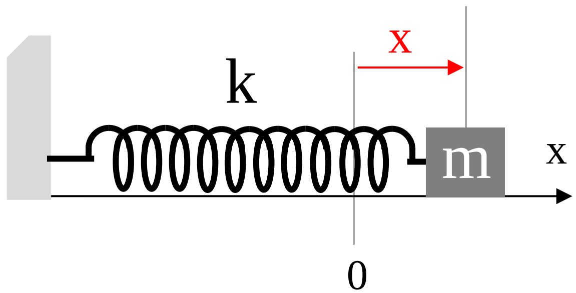
İvme, hızın 90°, konumun ise 180° önündedir.

Basit Harmonik Hareket-Yerdeğiştirme, Hız ve İvme





Basit Harmonik Hareket-Potansiyel Enerji



Ortamda sürtünmenin olmadığını varsaydığımız için, F (yay) kuvveti korunumlu (yapılan iş, ilk ve son noktaya bağlı, aradaki yoldan bağımsız) bir kuvvettir.

Yay kuvveti: $F = -kx$

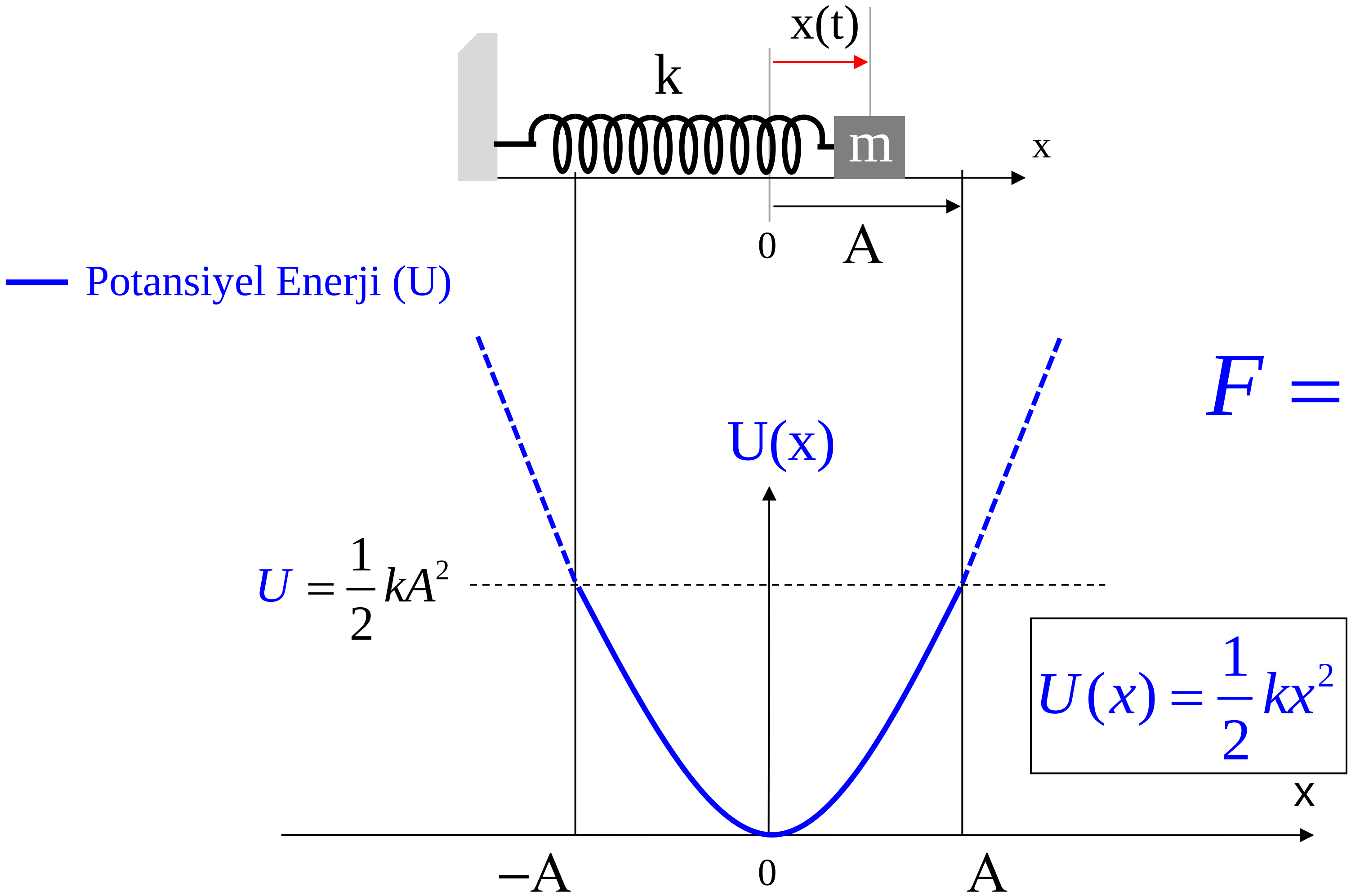
Yay kuvvetinin yaptığı diferansiyel iş: $dW = F.dx = (-kx)\,dx$

$$\int dW = \int_{x_1}^{x_2} (-kx)\,dx \Rightarrow W = \frac{1}{2}kx^2\Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$

x_1=0 ref olarak alınırsa x kadar yerdeğiştirmeyle yapılan iş: $W = \frac{1}{2}kx^2$

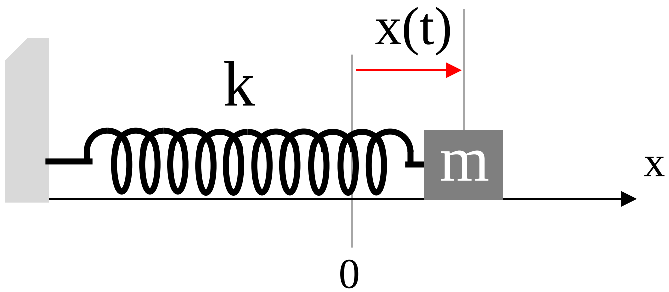
Yapılan bu iş istemde potansiyel enerji (U) olarak depo edilir: $\boxed{U(x) = \frac{1}{2}kx^2}$ Potansiyel enerji

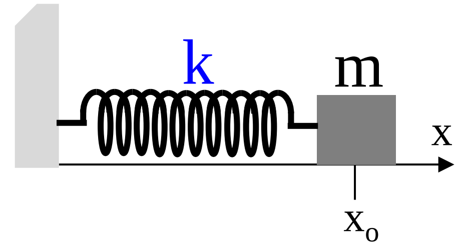
Basit Harmonik Hareket-Potansiyel Enerji



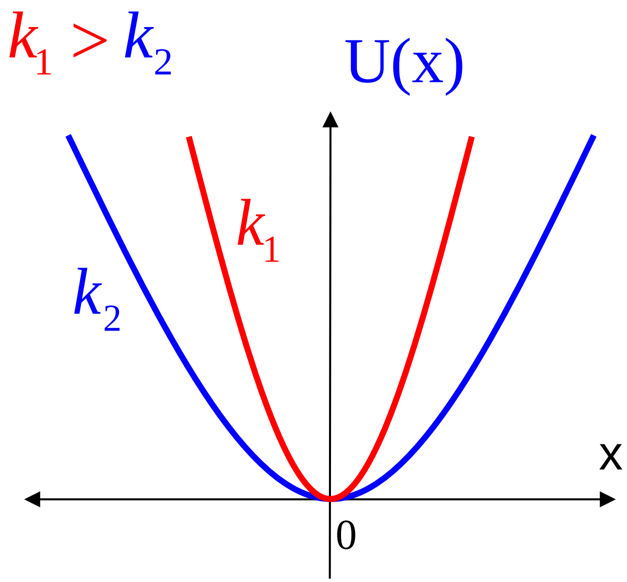
$$F = -kx$$

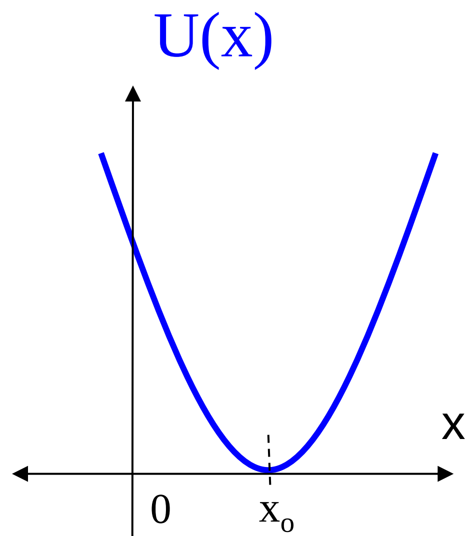
$$\boxed{U(x) = \frac{1}{2}kx^2}$$

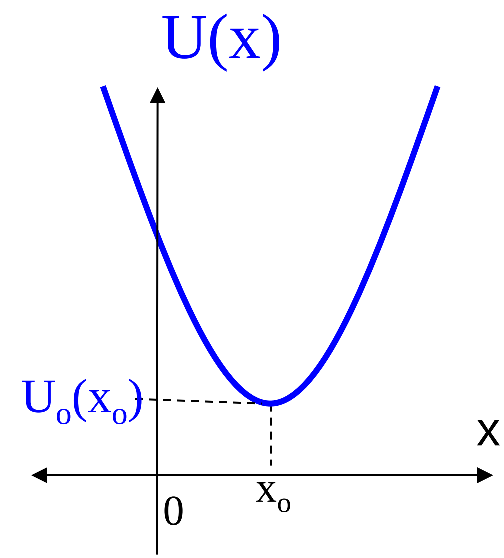




$$F = -k(x - x_o)$$







$$U(x) = \frac{1}{2} k_1 x^2$$

$$U(x) = \frac{1}{2} k_2 x^2$$

$$x_o = 0$$

$$U_o(x_o) = 0$$

$$U(x) = \frac{1}{2} k(x - x_o)^2$$

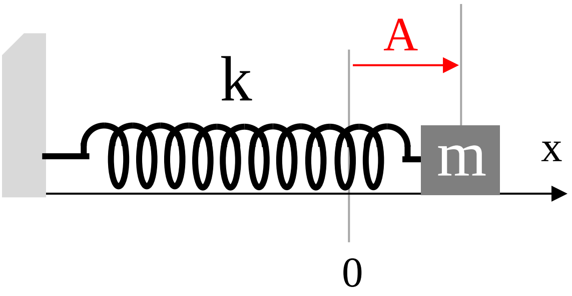
$$x_o \neq 0$$

$$U(x) = U_o(x_o) + \frac{1}{2} k(x - x_o)^2$$

$$x_o \neq 0$$

$$U_o(x_o) \neq 0$$

Basit Harmonik Hareket-Kinetik Enerji



Yayın başlangıçta denge noktasından A kadar uzakta olduğunu düşünelim (ilk hız sıfır olsun)

$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi)$$ konum

Hız: $$v(t) = -\omega_o A\sin(\omega_o t + \phi)$$

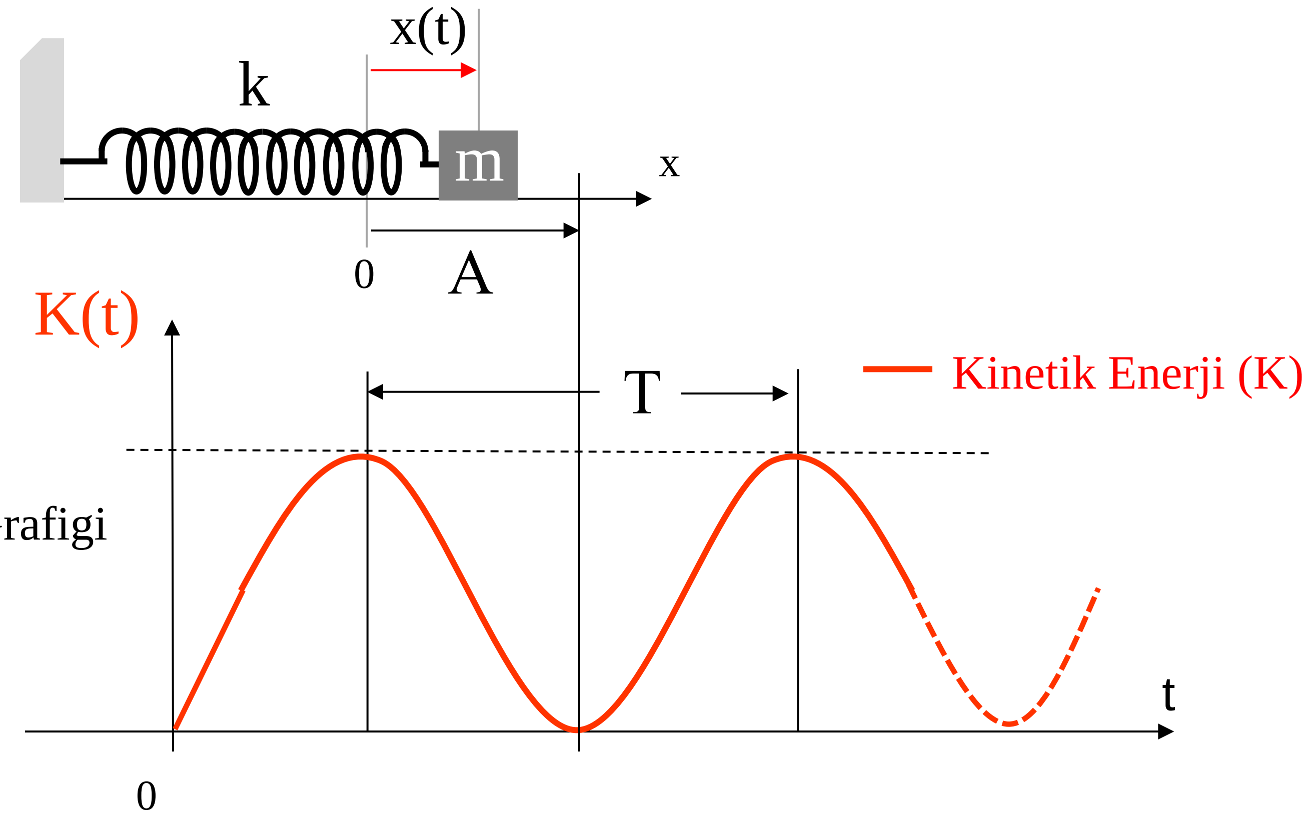
$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-\omega_o A)^2 \sin^2(\omega_o t + \phi)$$

$$\omega_o^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m\omega_o^2 = k$$

$$\boxed{K = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega_o t + \phi)}$$

Kütle-yay sisteminde kinetik enerji

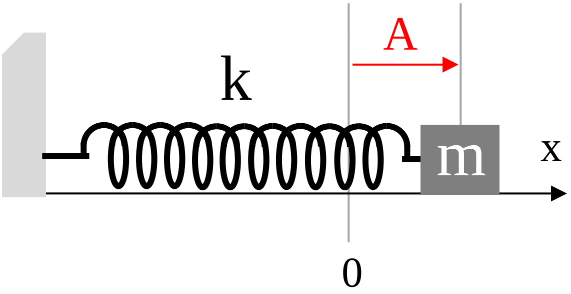
Basit Harmonik Hareket-Kinetik Enerji



Kinetk Enerji-Zaman Grafigi
E(t)-t

$$K(t) = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega_o t + \phi)$$

Basit Harmonik Hareket-Toplam Enerji



$$x(t) = A\cos(\omega_o t + \phi) \qquad v(t) = -\omega_o A\sin(\omega_o t + \phi)$$

$$K(t) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega_o t + \phi)$$ Kinetik Enerji (K)

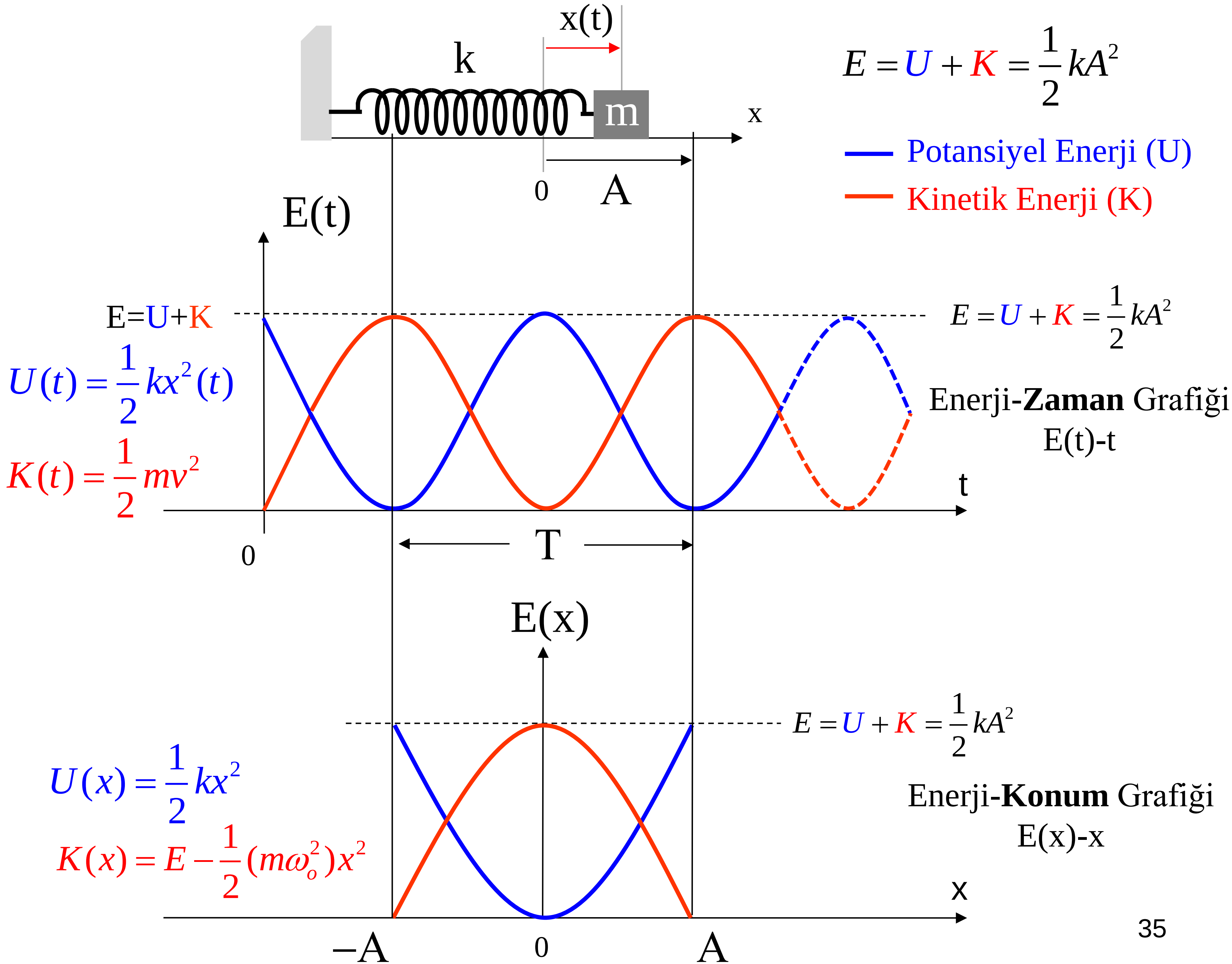
$$U(t) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega_o t + \phi)$$ Potansiyel Enerji (K)

Toplam (Mekanik) Enerji: $E(t) = U + K = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega_o t + \phi) + \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega_o t + \phi)$

$$E(t) = \frac{1}{2}kA^2\left[\sin^2(\omega_o t + \phi) + \cos^2(\omega_o t + \phi)\right] = \frac{1}{2}kA^2$$

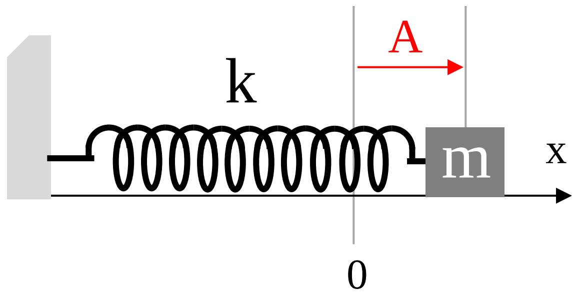
Toplam (Mekanik) Enerji zamandan bağımsızdır ve sabittir (zamanla değişmez)

$$\boxed{E = \frac{1}{2}kA^2}$$



x(t)
k
m
x
0
A
$E = U + K = \frac{1}{2}kA^2$
Potansiyel Enerji (U)
Kinetik Enerji (K)
E(t)
E=U+K
$U(t) = \frac{1}{2}kx^2(t)$
$K(t) = \frac{1}{2}mv^2$
$E = U + K = \frac{1}{2}kA^2$
Enerji-**Zaman** Grafiği
E(t)-t
t
0
T
E(x)
$E = U + K = \frac{1}{2}kA^2$
$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$
$K(x) = E - \frac{1}{2}(m\omega_o^2)x^2$
Enerji-**Konum** Grafiği
E(x)-x
x
−A
0
A

Basit Harmonik Hareket-Toplam Enerji



$$E(t) = \frac{1}{2}kA^2$$

Yayın başlangıçta denge noktasından A kadar uzakta ve ilk hızının sıfır olduğunu düşünelim.

Potansiyel enerji: $U(t=0) = \frac{1}{2}kA^2$ $\quad U(t) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega_o t + \phi)$

Kinetik enerji: $K(t=0) = 0$ $\quad v(t=0) = -\omega_o A\sin(\omega_o t) = 0$

Görüldüğü gibi toplam enerji E, t=0 potansiyel enerjiye eşittir:

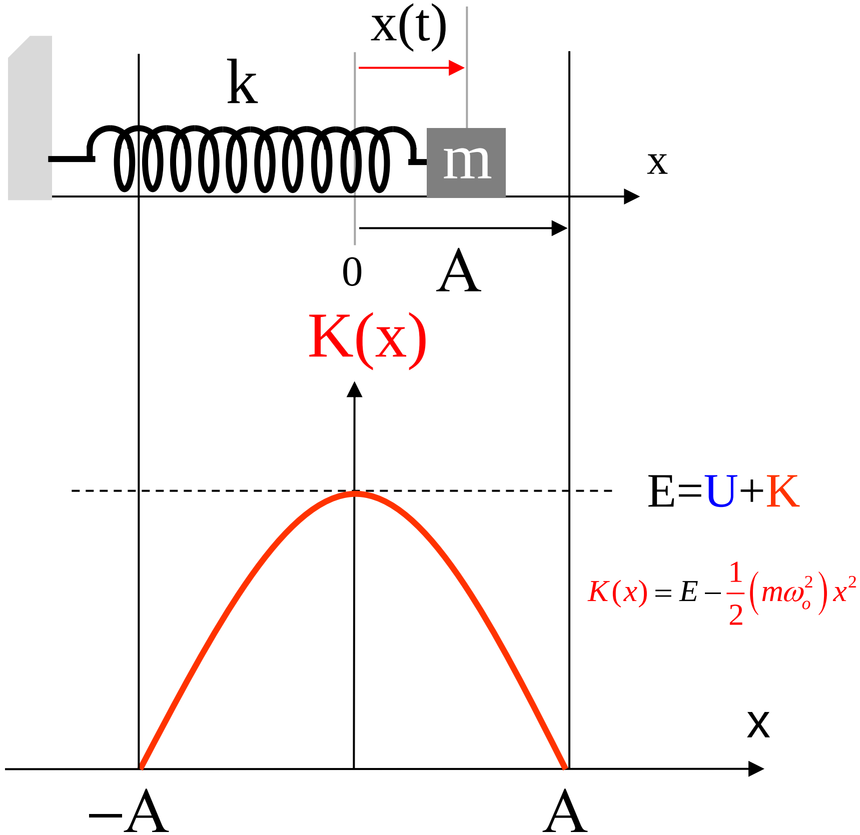
$$E(t=0) = U + K = \frac{1}{2}kA^2$$

x=0 noktasındaki kinetik enerji:

$$U(x=0) = \frac{1}{2}kx^2 = 0$$

$$K(x=0) = E - \frac{1}{2}(m\omega_o^2)x^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Kinetik Enerjinin Konuma Bağlılığı



Kinetik Enerji-Konum Grafigi
K(x)-x

$$\omega_o^2=\frac{k}{m}\Rightarrow m\omega_o^2=k \qquad E=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}m\omega_o^2A^2$$

$$K(x)=\frac{1}{2}mv^2$$

Hızın konuma bağlılığı nasıldır?

$$x(t)=A\cos(\omega_o t+\phi)$$

$$a(t)=-\omega_o^2A\cos(\omega_o t+\phi)=-\omega_o^2x(t)$$

$$a=\frac{dv}{dt}\Rightarrow a=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}$$

$$vdv=adx\Rightarrow\int vdv=\int(-\omega_o^2x)dx$$

$$\left.\frac{1}{2}v^2\right|_{v_o}^{v}=-\left.\frac{1}{2}\omega_o^2x^2\right|_{A}^{x}$$

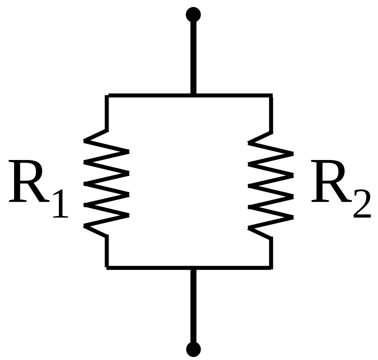
$$v^2-v_o^2=\omega_o^2A^2-\omega_o^2x^2$$

$$v^2=\omega_o^2A^2-\omega_o^2x^2 \qquad v_o=0$$

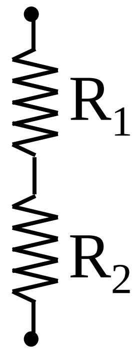
$$K(x)=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(\omega_o^2A^2\right)-\frac{1}{2}m(\omega_o^2x^2)$$

$$K(x)=E-\frac{1}{2}(m\omega_o^2)x^2$$

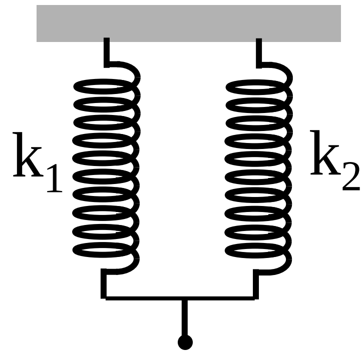
Yayların Değişik Bağlantıları



$$\frac{1}{R_{es\deg er}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



$$R_{es\deg er} = R_1 + R_2$$

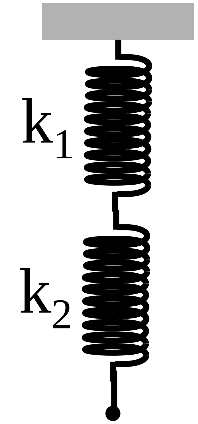


$$k_{es\deg er} = k_1 + k_2$$

$$x = x_1 = x_2$$

$$F = F_1 + F_2$$

$$E = E_1 + E_2$$

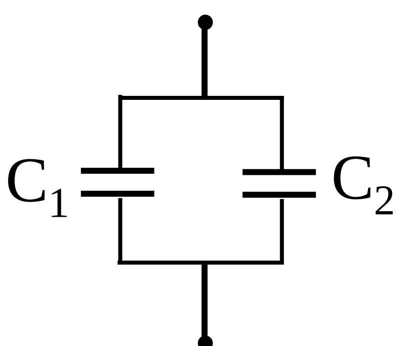


$$x = x_1 + x_2$$

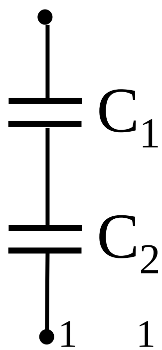
$$F = F_1 = F_2$$

$$E = E_1 + E_2$$

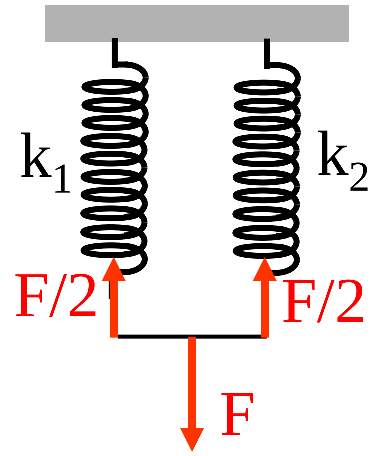
$$\frac{1}{k_{es\deg er}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$



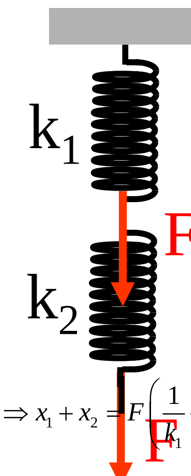
$$C_{es\deg er} = C_1 + C_2$$



$$\frac{1}{C_{es\deg er}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



$$\frac{F}{2} + \frac{F}{2} = -k_1 x + k_2 x \Rightarrow F = -(k_1 + k_2)x$$



$$x_1 + x_2 = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \Rightarrow x_1 + x_2 = F\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$$

$$F\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)}(x_1 + x_2) = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)^{-1} x$$

Ödev-7: Kütle yay sistemi düşey konumda olması durumunda hareket denklemin elde ediniz.