

Matematik I

Doç. Dr.
Türkmen
Göksel

Karakteristik
Kökler

Matematik I

Doç. Dr. Türkmen Göksel

AÜ SBF İktisat Bölümü

Matematik I

Matematik I

Doç. Dr.
Türkmen
Göksel

Karakteristik
Kökler

1 Karakteristik Kökler

Karakteristik Kökler

Matematik I

Doç. Dr.
Türkmen
Göksel

Karakteristik
Kökler

Karakteristik Köklerin Hesaplanması:

■

$$Ax = \lambda x \Rightarrow Ax - \lambda x = 0 \Rightarrow (A - \lambda I)x = 0$$

A matrisinin karakteristik denklemi

- $x \neq 0$ olduğundan $\overbrace{|A - \lambda I|} = 0$ olmalıdır.
- $|A - \lambda I| = 0$ karakteristik denklemini sağlayan λ 'lar A matrisinin karakteristik köklerini oluşturur.
- **Örnek:** $Q(x, y, z) = 3x^2 + 3y^2 + 5z^2 - 2xy$ denkleminin karakteristik köklerini bulunuz.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow |A - \lambda I| = \begin{vmatrix} 3 - \lambda & -1 & 0 \\ -1 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 5 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \text{ olmalıdır.}$$

- 3. satıra göre açarsak:

$$0 + 0 + (-1)^{3+3}(5 - \lambda)(9 + \lambda^2 - 6\lambda - 1) = (5 - \lambda)(\lambda - 2)(\lambda - 4) = 0 \Rightarrow \lambda = 2, 4, 5.$$

Önerme: Q gibi bir karesel (quadratic) form olsun:

- $P.D. \iff \lambda_i > 0 \quad \forall i = 1, \dots, n.$
- $N.D. \iff \lambda_i < 0 \quad \forall i = 1, \dots, n.$
- $P.S.D. \iff \lambda_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n.$
- $N.S.D. \iff \lambda_i \leq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n.$
- Belirsiz \iff bazıları negatif, bazıları pozitif ise.

Bazı Özellikler:

- $\det(A) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n$
- Eğer $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ A matrisinin karakteristik kökleri ise $\lambda_1^{-1}, \dots, \lambda_n^{-1}$ A^{-1} matrisinin karakteristik köklerini oluşturur.
- Simetrik bir matrisin rankı, 0 olmayan karakteristik kök sayısına eşittir.