

## 7.2 İki Katlı İntegraller

$x \circ y$  düzleminde bir  $B$  bölgesi ve bu bölge üzerinde tanımlı  $f$  fonksiyonu verilmiş olsun.  $f$  fonksiyonunun  $B$  üzerindeki integralini tanımlamak için bazı kavramlara ihtiyaç vardır. Şimdi bu kavramları vermeye çalışalım.

**Tanım 7.2.1**  $B$  bölgesi  $xOy$  düzleminde kapalı ve sınırlı bir bölge olsun.

$$d(B) = maks \{|PQ| : P, Q \in B\}$$

sayısına  $B$  bölgesinin **çapı** denir.

**Tanım 7.2.2**  $xOy$  düzleminde verilen bir  $B$  bölgesini  $B_1, B_2, \dots, B_n$  gibi alt bölgelere ayıralım.

$$P = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$$

kütmesine  $B$  bölgesinin bir **parçalanması** denir.

$$\|P\| = maks \{d(B_1), d(B_2), \dots, d(B_n)\}$$

sayısına  $P$  parçalanmasının **normu** veya **maksimal çapı** adı verilir. Burada,  $d(B_k)$ ,  $B_k$  bölgesinin çapını göstermektedir.

**Tanım 7.2.3**  $B$  kapalı ve sınırlı bir bölge ve  $f$  bu bölge üzerinde tanımlı bir fonksiyon olsun.  $B$  bölgesinin bir  $P = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$  parçalanması verildiğinde  $\Delta A_k$ ,  $B_k$  bölgesinin alanını,  $(x_k, y_k)$  da  $B_k$  bölgesinin herhangi bir noktasını göstermek üzere

$$R(f, P) = \sum_{k=1}^n f(x_k, y_k) \Delta A_k$$

ifadesine  $f$  fonksiyonunun  $P$  parçalanmasına karşılık gelen **Riemann toplamı** veya **integral toplamı** adı verilir.

**Tanım 7.2.4** Eğer,

$$\lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(x_k, y_k) \Delta A_k$$

limiti varsa, bu limite  $f$  fonksiyonunun  $B$  üzerindeki **iki katlı integrali** denir.

$$\iint_B f(x_k, y_k) dA$$

ile gösterilir.  $f(x, y)$  ifadesine **integrand**,  $B$  bölgesine de **integrasyon bölgesi** adı verilir.