IV. İki-Boyutta Hareket

- Düzlemde veya iki-boyutta hareket eden cismin kinematiği incelenecek.
- Bu harekete örnek: mermi hareketi, uydu hareketi, düzgün elektrik alan içindeki yüklü parçacıkların hareketi.

Yerdeğiştirme, Hız ve İvme vektörler:

- Parçacık $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında hareket ederken konum vektörü $\vec{r}_i$'den $\vec{r}_s$'ye değişir.
- Parçacığın Δt zaman aralığı boyunca ortalama hızı, yerdeğiştirmenin bu zaman aralığına oranı olarak tanımlanır:

$$\bar{v} \equiv \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

- Ortalama hız $\Delta \vec{r}$ boyunca yönelen bir vektörel niceliktir, gidilen yoldan bağımsızdır.

IV. İki-Boyutta Hareket

- Ani hız: $\vec{v}$ ani hızı, Δt sıfıra yaklaşırken $\Delta\vec{r}/\Delta t$ ortalama hızının limiti olarak tanımlanır,

$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

- Parçacığın ortalama ivmesi, ani hız vektöründeki değişmenin $(\Delta\vec{v})$, geçen zamana (Δt), aranı olarak tanımlanır,

$$\bar{a} \equiv \frac{\vec{v}_s - \vec{v}_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

- Ortalama ivme $\Delta\vec{v}$ ile aynı doğrultuda olan vektörel bir niceliktir.

- $\vec{a}$ ani ivmesi Δt sıfıra yaklaşırken $\Delta\vec{v}/\Delta t$ oranının limit değeri olarak tanımlanır

$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

IV. İki-Boyutta Hareket

- Bir parçacığın ivmelenme nedenleri:

i. Hız vektörünün büyüklüğü bir boyutlu hareketteki gibi zamanla değişebilir,

ii. Hız vektörünün doğrultusu, büyüklüğü sabit olsa bile zamanla değiştiğinden parçacık ivme kazanır,

iii. İvme, hız vektörünün hem büyüklüğü hem de doğrultusunun değişmesinden kaynaklanabilir.

❑ İki-boyutta Sabit İvmeli Haraket:

- Parçacığın sabit ivmeyle iki-boyuttaki hareketini göz önüne alalım.
- xy-düzleminde hareket eden bir parçacık için konum vektörü

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

IV. İki-Boyutta Hareket

- Konum vektörü bilinirse parçacığın hızı,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j}$$
$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

- $\vec{a}$' nın sabit olması nedeniyle, a_x ve a_y bileşenleri de sabittir.
- Kinematik denklemleri hız vektörünün hem x hem de y bileşenlerine uygulanabilir,

$$v_x = v_{x0} + a_x t$$
$$v_y = v_{y0} + a_y t$$
$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$
$$\Rightarrow \vec{v} = (v_{x0} + a_x t)\hat{i} + (v_{y0} + a_y t)\hat{j}$$
$$\Rightarrow \vec{v} = (v_{x0}\hat{i} + v_{y0}\hat{j}) + (a_x\hat{i} + a_y\hat{j})t \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

IV. İki-Boyutta Hareket

- Aynı şekilde kinematikten, sabit ivmeyle hareket eden bir parçacığın x ve y koordinatları,

$$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{r} = (x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2)\hat{i} + (y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2)\hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{r} = (x_0\hat{i} + y_0\hat{j}) + (v_{x0}t\hat{i} + v_{y0}t\hat{j}) + (\frac{1}{2}a_x t^2\hat{i} + \frac{1}{2}a_y t^2\hat{j})$$

$$\Rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

IV. İki-Boyutta Hareket

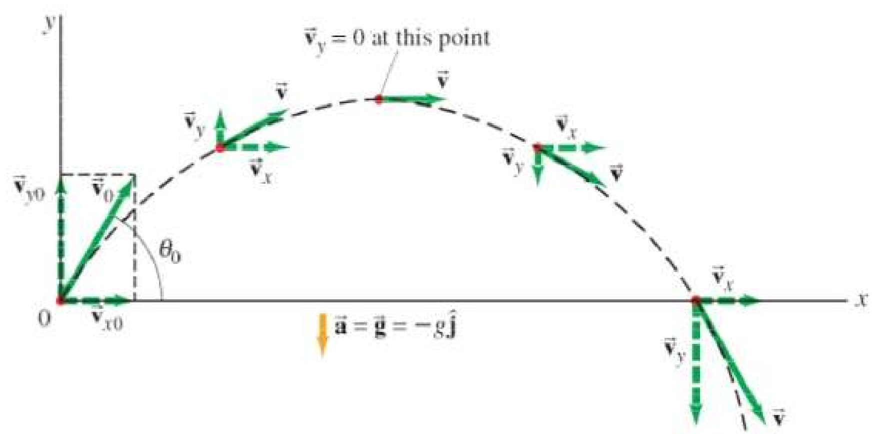
Eğik Atış Hareketi:

- Bir beyzbol topunun hareketi: İlk hızla rastgele yönlü olarak atılan bir top, bir eğri boyunca hareket eder.

i. $\vec{g}$ yerçekimi ivmesi hareket süresince sabit ve aşağı yöndedir.

ii. Hava direnci ihmal edilmektedir.

- Eğik olarak atılan bir cismin yörüngesi bir paraboldür.



IV. İki-Boyutta Hareket

$$v_{x0} = v_0 \cos\theta_0$$

$$v_{y0} = v_0 \sin\theta_0$$

$$\Rightarrow v_x = v_{x0} = v_0 \cos\theta_0$$ (yatay hız bileşeni)

$$\Rightarrow v_y = v_{y0} - gt = v_0 \sin\theta_0 - gt$$ (düşey hız bileşeni)

$$\Rightarrow x = v_{x0} t = v_0 \cos\theta_0 t$$ (yatay konum bileşeni)

$$\Rightarrow y = v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$ (düşey konum bileşeni)

- Eğik olarak atılan bir cismin yörüngesi:

$$x = v_0 \cos\theta_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0}$$

$$\Rightarrow y = v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 \sin\theta_0 \left(\frac{x}{v_0 \cos\theta_0} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\theta_0} \right)^2$$

$$\Rightarrow y = \tan\theta_0 x - \left(\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta} \right) x^2 \qquad 0 < \theta_0 < \pi / 2$$ (Parabol denklemi)

IV. İki-Boyutta Hareket

- Eğik atışta cismin menzili ve maksimum yüksekliği:
- R: Eğik atılan cismin menzili

  h: maksimum yüksekliği
- Tepe noktasında v_y sıfırdır ve cisim maksimum h yüksekliğine ulaşır.
- Tepe noktasına ulaşması için geçen süre t_{maks},

$$0 = v_{y0} - gt = v_0 \sin\theta_0 - gt$$

$$\Rightarrow t_{maks} = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$$

$$\Rightarrow y = v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 \sin\theta_0 \left(\frac{v_0 \sin\theta_0}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin\theta_0}{g} \right)^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}$$ (eğik olarak atılan cismin maksimum yüksekliği)

IV. İki-Boyutta Hareket

•Menzil (R), tepe noktasına ulaşmak için geçen zamanın iki katına yani $2t_{maks}$ zamanı içinde alınan yatay uzaklıktır,

$$x = v_{x0}t = v_0\cos\theta_0 t$$

$$\Rightarrow R = v_0\cos\theta_0\left(\frac{2v_0\sin\theta_0}{g}\right)$$

$$\Rightarrow R = \frac{2v_0^2\cos\theta_0\sin\theta_0}{g}$$

$$\Rightarrow R = \frac{v_0^2\sin2\theta_0}{g}$$ (eğik olarak atılan cismin menzili)

Maksimum değerine $\theta_0 = 45^{\circ}$'de ulaşır.