

AKT203 FİNANSAL MATEMATİK

BÖLÜM 3 ANÜİTELER

Anüiteler

Eşit zaman aralıklarında ve genelde eşit tutarda yapılan ödemeler zincirleri **anüite** olarak adlandırılır. Kullanacağımız kavramlar aşağıda verilmiştir.

Ödeme Aralığı: İki ödeme arasındaki zaman. (Yıl, altı ay, ay, hafta veya herhangi sabit bir aralık olabilir.)

Anüite Dönemi: İlk ödeme aralığının başı ile son ödeme aralığının sonu arasındaki zaman.

Belirli Anüite: Anüite dönemi sabit olan anüitelerdir. (Ev kredisi ödemeleri vb.)

Belirsiz Anüite: Bazı belirsiz olaylara bağlı olarak anüite dönemi değişen anüitelerdir. (Sosyal güvenlik sigortası ödemeleri, hayat sigortası ödemeleri)

Anüiteler

Normal Anüite: Ödemelerin, ödeme aralığının sonunda yapıldığı anüitelerdir.

Peşin Anüite: Ödemelerin, ödeme aralığının başında yapıldığı anüitelerdir.

Ertelenmiş Anüite: İlk ödemesi geç yatan anüitelerdir.

Basit Anüite: Ödeme aralığı ile faiz işleme aralığının çakıştığı anüitelerdir.

Genel Anüite: Basit olmayan anüitelerdir.

Uyarı! Aksi belirtilmedikçe normal basit anüite kastedilecektir.

Anüiteler

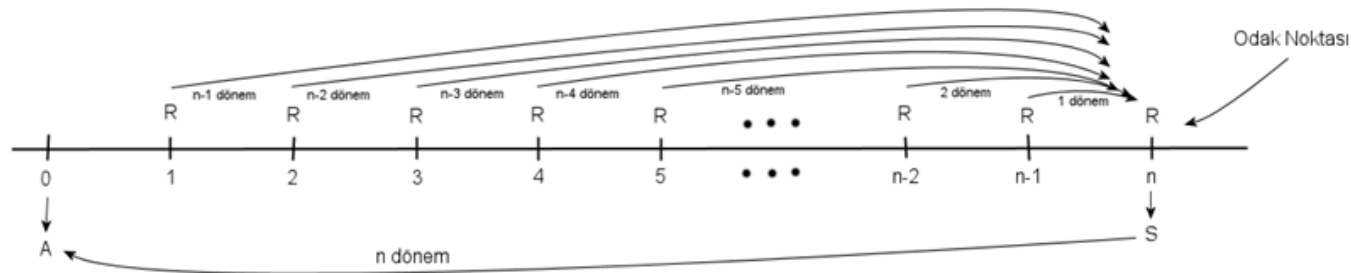
R : Periyodik olarak ödenen anüite ödemesi.

n : Anüite dönemi boyunca faiz işleyen dönem sayısı. (Basit anüitelerde ödeme sayısı)

i : Dönem başına faiz oranı, ($i = \frac{j_m}{m}$)

S : Anüitenin toplam değeri ya da birikmiş değeri.

A : Anüitenin iskontolu değeri ya da şimdiki değeri.



Normal Basit Anüitede Birikmiş Değer

Dönem sonlarında yapılan toplam n tane R ödemesi, dönem başına i faiz oranından aşağıdaki S toplamını verir:

$$S = R + R(1+i)^1 + R(1+i)^2 + \dots + R(1+i)^{n-2} + R(1+i)^{n-1} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Burada geometrik dizinin kısmi toplamı olan $1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1} = \frac{r^n - 1}{r - 1}$ eşitliği kullanılmıştır. Kısalık amacıyla $s_{\overline{n}|i} := \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ denirse, aşağıdaki formül elde edilir:

$$S = R \cdot s_{\overline{n}|i} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Normal Basit Anüitede İskontolu Değer

Dönem sonlarında yapılan toplam n tane R ödemesi, dönem başına i faiz oranından aşağıdaki A iskontolu değerini verir:

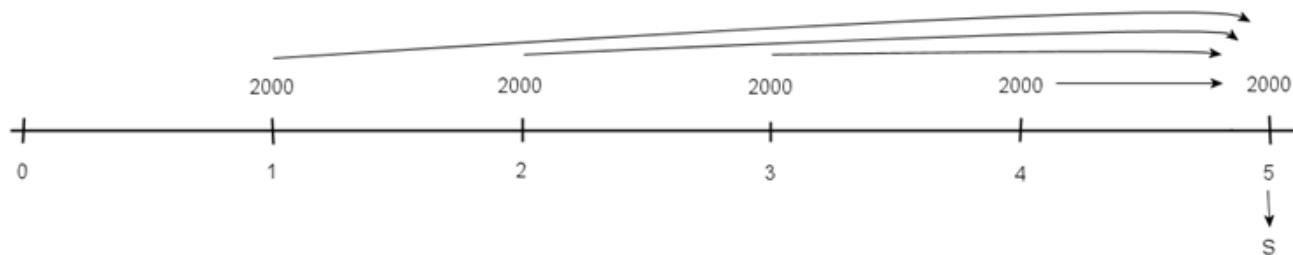
$$A = S(1+i)^{-n} \text{ olduğundan } A = S(1+i)^{-n} = R \cdot \frac{(1+i)^n}{i} + (1+i)^{-n} = R \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + (1+i)^{-n}$$

Yine kısalık amacıyla $a_{\overline{n}|i} := \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ denirse, aşağıdaki formül elde edilir:

$$A = R \cdot a_{\overline{n}|i} + (1+i)^{-n}$$

Anüiteler

Örnek 2.1. Her yıl 2000 TL ödenen 5 yıllık bir normal basit anüitenin toplam değerini yıllık bileşik %9 faiz oranı için hesaplayınız.

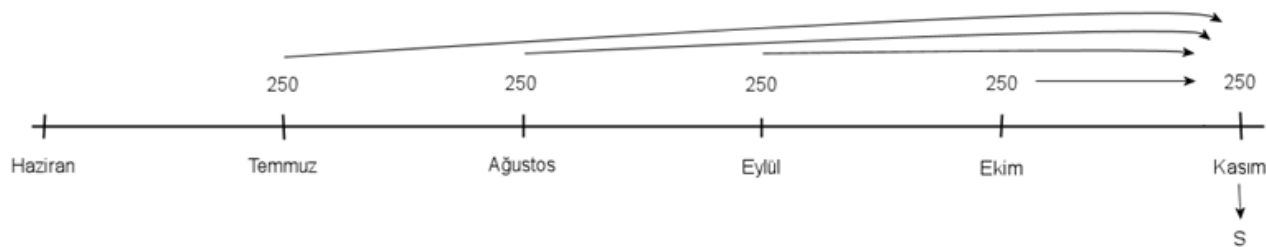


$$R = 2000, \quad j_1 = 0,09, \quad i = 0,09, \quad n = 5$$

$$S = R \cdot s_{\overline{n}|i} = 2000 \cdot s_{\overline{5}|0,09} \Rightarrow S = 2000 \cdot \frac{(1+0,09)^5 - 1}{0,09} = 11969,42 \text{ TL}$$

Anüiteler

Örnek 2.2. Bir kişi borcunu aylık 250 TL'lik ödemeler ile ödemektedir. Bu kişi Temmuz, Ağustos, Eylül ve Ekim aylarına ait borçlarını ödememiştir. Ödeme dengesinin sağlanması için borçlunun Kasım ayındaki taksidi ile birlikte ödemesi gereken miktar nedir? Paranın değeri $j_{12} = \%14,4$ olarak alınız.



$$R = 250, \quad j_{12} = 0,144, \quad i = \frac{0,144}{12} = 0,012, \quad n = 5$$
$$S = R \cdot s_{\overline{n}|i} = 250 \cdot s_{\overline{5}|0,012} = 250 \cdot \frac{(1+0,012)^5 - 1}{0,012} = 1280,36 \text{ TL}$$