

AKT102 İSTATİSTİK

BÖLÜM 9
ORANLAR İÇİN HİPOTEZ TESTİ

Kitle Oranı için z-testi

Kitle için z testi, bir kitle oranı için istatistiksel bir testtir. z-testi, $np \geq 5$ ve $nq \geq 5$ olacak şekilde binom dağıldığında kullanılabilir.

Test istatistiği örneklem oranı \hat{p} ve standartlaştırılmış test istatistiği z'dir.

$$z = \frac{\hat{p} - \mu_{\hat{p}}}{\sigma_{\hat{p}}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}}$$

Oran için Hipotez Testi

p -oranı için Hipotez Testi

$np \geq 5$ ve $nq \geq 5$ olduğunu doğrulayın.

Açıklama

1. İddiayı matematiksel ve sözlü olarak belirtin. Sıfır ve alternatif hipotezleri tanımlayın.
2. Önem düzeyini belirtin.
3. Örneklem dağılımını çizin.
4. Herhangi bir kritik değeri belirleyin.

Gösterim

H_0 H_a .

α .

Tablo kullanın

Oran için Hipotez Testi

p -oranı için Hipotez Testi

$np \geq 5$ ve $nq \geq 5$ olduğunu doğrulayın.

Açıklama

5. Reddetme bölgelerini belirleyin.
6. Standart test istatistiklerini bulun.
7. Sıfır hipotezi reddetme veya reddetme konusunda bir karar verin.
8. Kararı yorumlayın.

Gösterim

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}}$$

Eğer z ret bölgesindeyse H_0 reddedilir.

Oran için Hipotez Testi

Örneklem:

Statesville College, mezunlarının % 94'ünden fazlasının mezuniyetten sonraki altı ay içinde iş bulduğunu iddia ediyor. Rasgele seçilen 500 mezundan 475 kişi iş bulmuştur. Üniversitenin iddiasını % 1 anlamlılık düzeyinde destekleyecek yeterli kanıt var mı?

np ve nq nun en az 5 olduğunu doğrulayın.

$$np = (500)(0.94) = 470 \quad \text{and} \quad nq = (500)(0.06) = 30$$

$$H_0: p \leq 0.94$$

$$H_a: p > 0.94 \quad (\text{iddia})$$

Oran için Hipotez Testi

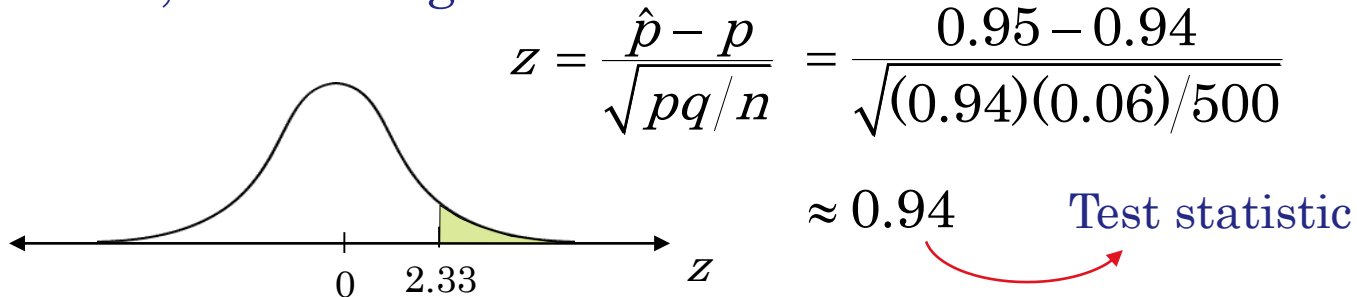
Örneğin devamı:

Statesville College, mezunlarının % 94'ünden fazlasının mezuniyetten sonraki altı ay içinde iş bulduğunu iddia ediyor. Rasgele seçilen 500 mezundan 475 kişi iş bulmuştur. Üniversitenin iddiasını % 1 anlamlılık düzeyinde destekleyecek yeterli kanıt var mı?

$$H_0: p \leq 0.94$$

$$H_a: p > 0.94 \quad (\text{iddia})$$

Test doğru kuyruklu bir test olduğundan ve $\alpha = 0.01$ olduğundan, kritik değer 2.33'tür.



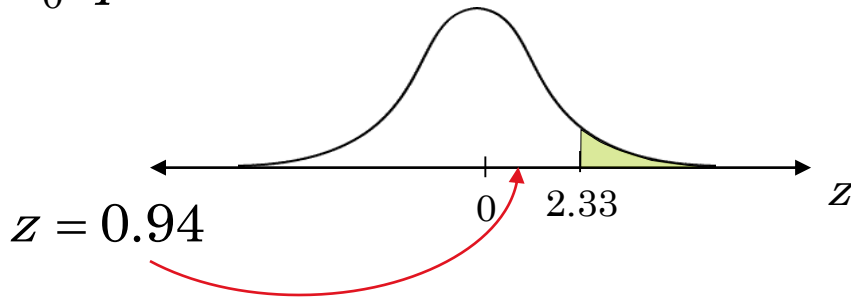
Oran için Hipotez Testi

Örneğin devamı:

Statesville College, mezunlarının % 94'ünden fazlasının mezuniyetten sonraki altı ay içinde iş bulduğunu iddia ediyor. Rasgele seçilen 500 mezundan 475 kişi iş bulmuştur. Üniversitenin iddiasını % 1 anlamlılık düzeyinde destekleyecek yeterli kanıt var mı?

$$H_0: p \leq 0.94$$

$$H_a: p > 0.94 \quad (\text{iddia})$$



Test istatistiği re-
bölgesine düşmemekte
bu yüzden H_0
reddedilemez.

% 1 önem düzeyinde, üniversitenin iddiasını desteklemek için yeterli kanıt yoktur.

Oran için Hipotez Testi

Örnek:

Bir sigara üreticisi ABD yetişkin nüfusunun sekizde birinin sigara içtiğini iddia ediyor. 100 yetiştirilenden oluşan rasgele örneklemede 5 kişi sigara içicisidir. Üreticinin iddiasını $\alpha = 0,05$ 'ta test edin.

np ve nq nun en az 5 olduğunu doğrulayın.

$$np = (100)(0.125) = 12.5 \quad \text{ve} \quad nq = (100)(0.875) = 87.5$$

$$H_0: p = 0.125 \quad (\text{iddia}) \quad H_a: p \neq 0.125$$

Test iki kuyruklu bir test ve $\alpha = 0.05$ olduğundan, kritik değerler ± 1.96 'dır.

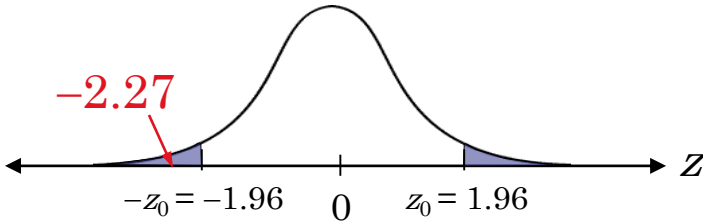
Oran için Hipotez Testi

Örneğin devamı:

Bir sigara üreticisi ABD yetişkin nüfusunun sekizde birinin sigara içtiğini iddia ediyor. 100 yetişkinden oluşan rasgele örnekleme 5 kişi sigara içicisidir. Üreticinin iddiasını $\alpha = 0,05$ 'ta test edin.

$$H_0: p = 0.125 \text{ (iddia)}$$

$$H_a: p \neq 0.125$$



test istatistiği

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}} = \frac{0.05 - 0.125}{\sqrt{(0.125)(0.875)/100}} \approx -2.27 \quad H_0 \text{ ret}$$

% 5 anlamlılık düzeyinde, nüfusun sekizde birinin sigara içtiği iddiasını reddetmek için yeterli kanıt vardır.

Varyans ve Standart Sapma için Hipotez Testi

χ^2 -Testi için Kritik Değer

χ^2 -Dağılımı için Kritik Değer Bulma

1. α anlam düzeyini belirleyin.
2. Serbestlik derecesini belirleyin s.d. = $n - 1$.
3. χ^2 -dağılımı için kritik değerleri tablodan bulun. Kritik değerleri bulmak için,
 - a. sağa kuyruklu testte, s.d. ve α ya karşılık gelen değeri kullanın.
 - b. sola kuyruklu testte, s.d. ve $1 - \alpha$ ya karşılık gelen değeri kullanın
 - c. İki yönlü testte, s.d. ve $\frac{1}{2}\alpha$ ve $1 - \frac{1}{2}\alpha$ ya karşılık gelen değerleri kullanın

χ^2 -Testi için Kritik Değer Bulma

Örnek:

Sol kuyruklu test için $n = 19$ ve $\alpha = 0,05$ için kritik değeri bulun.

18 s.d. Kritik değerlerin sağındaki alan $1 - \alpha = 1 - 0.05 = 0.95$.

Tablodan kritik değer $\chi^2_0 = 9.390$.

Örnek:

İki kuyruklu bir test için $n = 26$ ve $\alpha = 0.01$ için kritik değeri bulun.

Serbestlik derecesi 25. Kritik değerlerin sağındaki alan $\frac{1}{2} \alpha = 0.005$ ve $1 - \frac{1}{2} \alpha = 0.995$.

Tablodan kritik değerler $\chi^2_L = 10.520$ ve $\chi^2_R = 46.928$.

Ki-Kare Testi

Bir varyans veya standart sapma için χ^2 testi, bir popülasyon varyansı veya standart sapması için istatistiksel bir testtir. Kitle normal dağıldığında χ^2 testi kullanılabilir.

Test istatistiği s^2 ve standart test istatistiğidir

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

$n - 1$ s.d. ile ki-kare dağılım gösterir.

Ki-Kare Testi

Varyans ve Standart Sapma için χ^2 -Testi

Açıklama

1. İddiayı matematiksel ve sözlü olarak belirtin. Sıfır ve alternatif hipotezleri tanımlayın.
2. Anlam düzeyini belirtin.
3. Serbestlik derecelerini belirleyin ve örneklem dağılımını çizin.
4. Herhangi bir kritik değeri belirleyin.

Gösterim

H_0 H_a .

α .

s.d= $n - 1$

Tablo kullanın

Ki-Kare Testi

Varyans ve Standart Sapma için χ^2 -Testi

Açıklama

5. Reddetme bölgelerini belirleyin.
6. Standart test istatistiklerini bulun.
7. Boş hipotezi reddetme veya reddetme konusunda bir karar verin.
8. Kararı yorumlayın.

Gösterim

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

Eğer χ^2 ret bölgesindeyse H_0 reddedilir..

Standart Sapma için Hipotez Testi

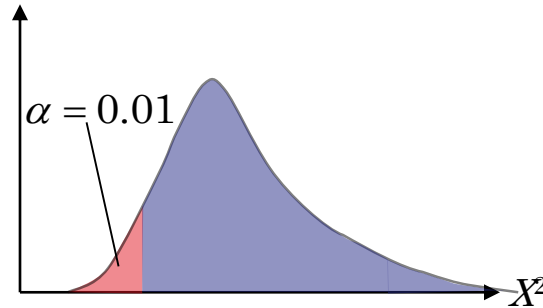
Örnek:

Bir üniversite profesörü, istatistik sınavına giren öğrenciler için sınav puanlarının standart sapmasının 30'dan az olduğunu iddia eder. 10 kişinin sınavı rasgele seçilir ve standart sapma 28.8 olarak bulunur. Bu profesörün iddiasını $\alpha = 0,01$ düzeyinde test edin.

$$H_0: \sigma \geq 30$$

$$H_a: \sigma < 30 \quad (\text{iddia})$$

Bu, d.f. = 9 ve $\alpha = 0.01$ olan sol kuyruklu bir testtir.



Standart Sapma için Hipotez Testi

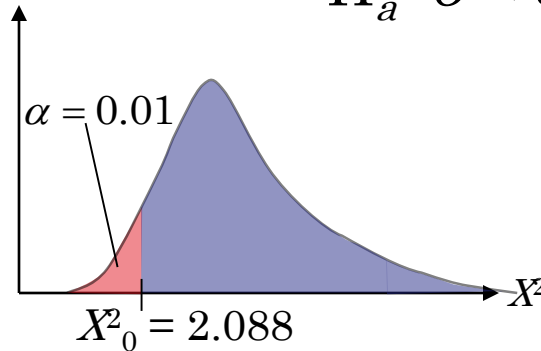
Örneğin devamı:

Bir üniversite profesörü, istatistik sınavına giren öğrenciler için sınav puanlarının standart sapmasının 30'dan az olduğunu iddia eder. 10 kişinin sınavı rasgele seçilir ve standart sapma 28.8 olarak bulunur. Bu profesörün iddiasını $\alpha = 0,01$ düzeyinde test edin.

$$H_0: \sigma \geq 30$$

$$H_a: \sigma < 30 \quad (\text{iddia})$$

$$\chi^2_0 = 2.088$$



$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{(10-1)(28.8)^2}{30^2} \approx 8.29$$

H_0 reddedilemez

% 1 anlamlılık düzeyinde, profesörün iddiasını desteklemek için yeterli kanıt yoktur.

Varyans için Hipotez Testi

Örnek:

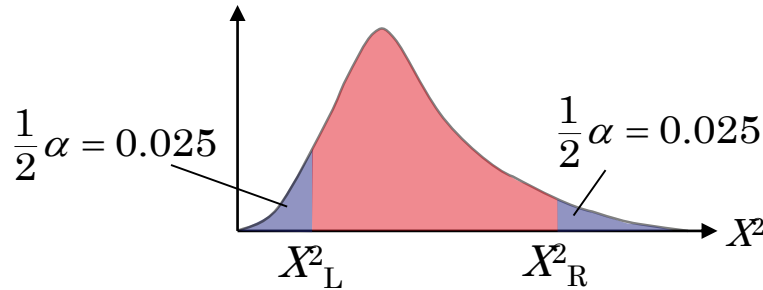
Bir balon şirketi, helyum balonlarının ayakta kalma süresinin varyansının 5 saat olduğunu iddia ediyor.

Hoşnutsuz bir müşteri bu iddiayı test etmek istiyor. Rasgele 23 müşteri seçiliyor ve örneklemin varyansının 4.5 saniye olduğu tespit ediliyor. $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde, şirketin iddiasını reddetmek için yeterli kanıtı var mı?

$$H_0: \sigma^2 = 5 \text{ (iddia)}$$

$$H_a: \sigma^2 \neq 5$$

Bu, s.d. = 22 ve $\alpha = 0.05$ olan iki kuyruklu bir testtir.



Varyans için Hipotez Testi

Örneğin devamı:

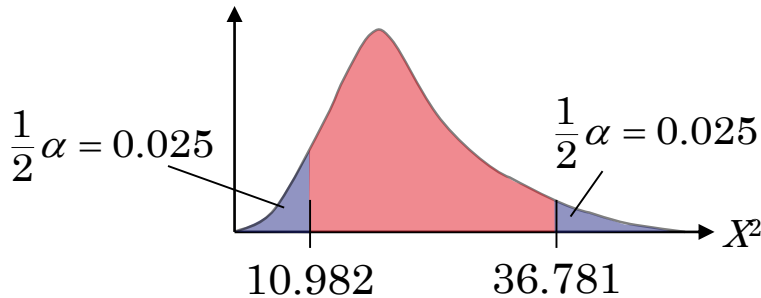
Bir balon şirketi, helyum balonlarının ayakta kalma süresinin varyansının 5 saat olduğunu iddia ediyor.

Hoşnutsuz bir müşteri bu iddiayı test etmek istiyor. Rasgele 23 müşteri seçiliyor ve örneklemin varyansının 4.5 saniye olduğu tespit ediliyor. $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde, şirketin iddiasını reddetmek için yeterli kanıtı var mı?

$$H_0: \sigma^2 = 5 \text{ (iddia)}$$

$$H_a: \sigma^2 \neq 5$$

Kritik değerler $\chi^2_L = 10.982$ ve $\chi^2_R = 36.781$.



Varyans için Hipotez Testi

Örneğin devamı:

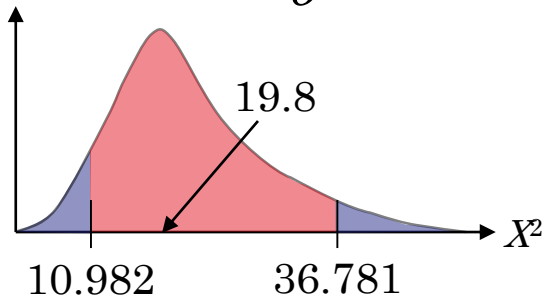
Bir balon şirketi, helyum balonlarının ayakta kalma süresinin varyansının 5 saat olduğunu iddia ediyor.

Hoşnutsuz bir müşteri bu iddiayı test etmek istiyor. Rasgele 23 müşteri seçiliyor ve örneklemin varyansının 4.5 saat olduğu tespit ediliyor. $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde, şirketin iddiasını reddetmek için yeterli kanıtı var mı?

$$H_0: \sigma^2 = 5 \text{ (iddia)}$$

$$H_a: \sigma^2 \neq 5$$

$$X^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{(23-1)(4.5)}{5} = 19.8 \quad H_0 \text{ reddedilemez}$$



$\alpha = 0.05$, 'te, uçma süresindeki varyansın 5 saat olduğu iddiasını reddetmek için yeterli kanıt yoktur..