AKT102 İSTATİSTİK

BÖLÜM 10
İKİ ÖRNEKLEM İÇİN HİPOTEZ TESTLERİ

§ 10.1

Ortalamamalar Arasındaki Farkın Test Edilmesi (Büyük Bağımsız Örneklemler)

İki Örneklem İçin Hipotez Testi

İki örneklemli hipotez testinde iki kitleden iki parametre karşılaştırılır.

İki örnekli hipotez testi için,

1) Sıfır hipotezi H_0, genellikle iki popülasyonun parametreleri arasında fark olmadığını belirten istatistiksel bir hipotezdir. Sıfır hipotez her zaman $\leq$, $=$, veya $\geq$ sembolünü içerir.
2) Alternatif hipotez H_a, H_0 yanlış olduğunda doğru olan istatistiksel bir hipotezdir. Alternatif hipotez her zaman $>$, $\neq$ veya $<$ sembolünü içerir.

İki Örneklemli Hipotez Testi

İki örneklemli hipotez testi için sıfır ve alternatif hipotez yazmak için, popülasyon parametreleriyle ilgili iddiaları sözlü ifadeden matematiksel ifadeye çevirin..

$$\begin{cases} H_0\colon \mu_1 = \mu_2 \\ H_a\colon \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_0\colon \mu_1 \leq \mu_2 \\ H_a\colon \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_0\colon \mu_1 \geq \mu_2 \\ H_a\colon \mu_1 < \mu_2 \end{cases}$$

Hangi hipotezlerin kullanıldığına bakılmaksızın, $\mu_1 = \mu_2$ daima doğru kabul edilir.

İki Örneklemli z-Testi

İki kitle ortalaması μ_1 ve μ_2 arasındaki fark için bir z testi yapmak için üç koşul gereklidir..

1. Örneklemler rasgele seçilmelidir.
2. Örneklemler bağımsız olmalıdır. Bir kitleden seçilen örneklem, ikinci kitleden seçilen örneklemle ilişkili değilse, iki örneklem bağımsızdır.
3. Her örneklem büyüklüğü en az 30 olmalıdır veya olmasa da her kitle bilinen bir standart sapma ile normal bir dağılıma sahip olmalıdır.

İki Örneklemli z-Testi

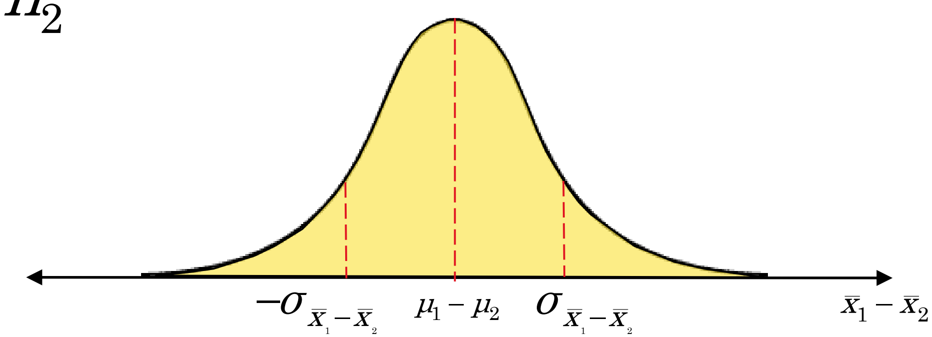
Bu gereksinimler karşılanırsa, $\overline{x}_1 - \overline{x}_2$ için örneklem dağılımı (örneklem ortalamalarının farkı) ortalama ve standart hata ile normal bir dağılımdır.

$$\mu_{\overline{x}_1 - \overline{x}_2} = \mu_{\overline{x}_1} - \mu_{\overline{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$$

ve

$$\sigma_{\overline{x}_1 - \overline{x}_2} = \sqrt{\sigma_{\overline{x}_1}^2 + \sigma_{\overline{x}_2}^2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}.$$

$\overline{x}_1 - \overline{x}_2$ için örneklem dağılımı



İki Örneklemli z-Testi

Ortalamalar Arasındaki Fark İçin İki Örnekli Z Testi

Her popülasyondan büyük bir örneklem (en az 30) rasgele seçildiğinde ve örneklemler bağımsız olduğunda, iki popülasyon ortalaması μ_1 ve μ_2 arasındaki farkı test etmek için iki örnekli bir z testi kullanılabilir. Test istatistiği $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ ve standartlaştırılmış test istatistiği

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} \qquad \sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}.$$

Örneklemler büyük olduğunda, s_1 ve s_2'yi σ_1 ve σ_2 yerine kullanabilirsiniz. Örneklemler büyük değilse, popülasyonların normal dağılması ve popülasyon standart sapmalarının bilinmesi koşuluyla iki örneklemli bir z testi kullanabilirsiniz.

Ortalama için İki Örneklemli z-testi

Ortalamalar Arasındaki Fark İçin İki Örnekli z Testi Kullanma (Büyük Bağımsız Örneklemler)

Açıklama	*Gösterim*
1. İddiayı matematiksel olarak belirtin. Sıfır ve alternatif hipotezleri tanımlayın.	H_0 H_a.
2. Önem düzeyini belirtin.	α.
3. Örneklem dağılımını çizin.	
4. Kritik değerleri belirleyin.	Tabloyu kullanın
5. Reddetme bölgelerini belirleyin.	

Ortalama için İki Örneklemli z-testi

Ortalamalar Arasındaki Fark İçin İki Örnekli z Testi Kullanma (Büyük Bağımsız Örneklemler)

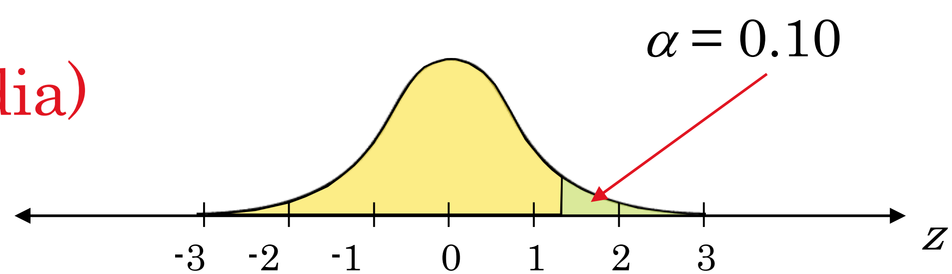
Açıklama	*Gösterim*
6. Standart test istatistiklerini bulun.	$z = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$
7. Boş hipotezi reddetme veya reddetme konusunda bir karar verin.	Eğer z ret bölgesindeyse H_0 reddedilir.
8. Kararı orijinal talep bağlamında yorumlayın.	

Ortalama için İki Örneklemli z-testi

Örnek:
Bir lise matematik öğretmeni, sınıfındaki öğrencilerin matematik sınavında üniversite öğrencilerinden daha yüksek puan alacağını iddia eder. Sınıfındaki 49 öğrencinin ortalama matematik puanı 22.1 ve standart sapma 4.8'dir. Üniversitelilerin 44'ünün ortalama matematik puanı 19,8 ve standart sapma 5,4'tür.
$\alpha = 0.10$'da, öğretmenin iddiası desteklenebilir mi?

H_0: $\mu_1 \leq \mu_2$

H_a: $\mu_1 > \mu_2$ (iddia)



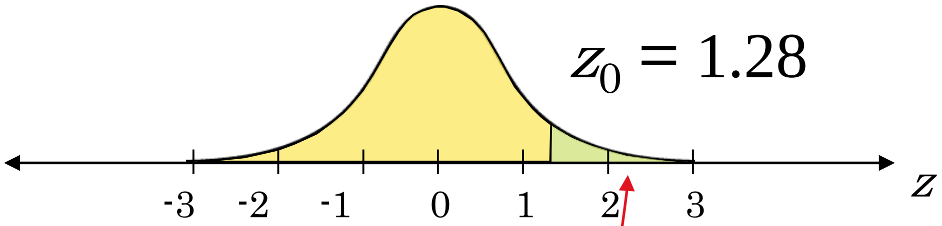
$z_0 = 1.28$

Ortalama için İki Örneklemli z-testi

Örneğin devamı:

H_0: $\mu_1 \le \mu_2$

H_a: $\mu_1 > \mu_2$ (iddia)



H_0 ret

Standart hata

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{4.8^2}{49} + \frac{5.4^2}{44}} \approx 1.0644.$$

Standartlaştırılmış test istatistiği

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{(22.1 - 19.8) - 0}{1.0644} \approx 2.161$$

Öğretmenin, öğrencilerinin üniversitelilerden daha iyi puan aldığı iddiasını desteklemek için% 10 düzeyinde yeterli kanıt vardır.

§ 10.2

Ortalamamalar Arasındaki Farkın Test Edilmesi (Küçük Bağımsız Örneklemler)

İki Örneklemli t-testi

Normal dağılıma sahip kitlelerden 30'dan küçük boyutta örneklemler alınırsa, kitle ortalamaları μ_1 ve μ_2 arasındaki farkı test etmek için t-testi kullanılabilir.

Küçük bağımsız örneklemler için t testi kullanmak için üç koşul gereklidir.

1. Örneklemler rasgele seçilmelidir.
2. Örneklemler bağımsız olmalıdır. Bir popülasyondan seçilen örneklem, ikinci popülasyondan seçilen örneklemle ilişkili değilse, iki örneklem bağımsızdır.
3. Her popülasyon normal bir dağılıma sahip olmalıdır.

İki Örneklemli t-testi

Ortalamalar Arasındaki Fark İçin İki Örnekli t Testi

Her kitleden bir örneklem rasgele seçildiğinde, iki kitle ortalaması μ_1 ve μ_2 arasındaki farkı test etmek için iki örneklemli bir t testi kullanılır. Bu testi yapmak, her kitlenin normal dağılmasını gerektirir ve örneklemler bağımsız olmalıdır. Standart test istatistiği,

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}.$$

Kitle varyansları eşitse, iki örneklemden elde edilen bilgiler standart sapmanın tahminini hesaplamak için birleştirilir.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

İki Örneklemli t-testi

İki Örneklemli t-testi(devamı)

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ örneklem dağılımının standart hatası

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \hat{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$ Varyanslar eşit

Ve s.d= $n_1 + n_2 - 2$.

Kitle varyansları eşit değilse standart hata,

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$ Varyanslar eşit değil

s.d= $n_1 - 1$ veya $n_2 - 1$ den daha küçük.

Normal ve *t*-Dağılımı?

Her iki örneklem boyutu en az 30 mu? — **Yes** → Z-testini kullan

No ↓

İki kitle de normal dağılıyor mu? — **No** → *z*-testini veya *t*-testini kullanamazsınız.

Yes ↓

İki kitlenin standart sapması biliniyor mu? — **No** → Kitle varyansları eşit mi?

- Kitle varyansları eşit mi? — **Yes** → *t*-testini kullanın

$$\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \hat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

s.d=$n_1 + n_2 - 2$.

- Kitle varyansları eşit mi? — **No** ↓ *t*-testini kullanın

$$\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

s.d= $n_1 - 1$ veya $n_2 - 1$ den küçük.

Yes ↓

Z-testini kullan

Ortalama için İki Örneklemli t-testi

Ortalamalar Arasındaki Fark İçin İki Örnekli t Testi Kullanma (Küçük Bağımsız Örneklemler)

Açıklama	*Gösterim*
1. İddiayı matematiksel olarak belirtin.Sıfır ve alternatif hipotezleri tanımlayın.	H_0 H_a
2. Önem düzeyini belirtin.	α.
3. Serbestlik derecelerini belirleyin ve örneklem dağılımını çizin.	s.d. = $n_1 + n_2 - 2$ or s.d. = $n_1 - 1$ veya $n_2 - 1$ den küçük.
4. Kritik değerleri belirleyin.	Tabloyu kullanın

Ortalama için İki Örneklemli t-testi

Ortalamalar Arasındaki Fark İçin İki Örnekli t Testi Kullanma (Küçük Bağımsız Örneklemler)

Açıklama | *Gösterim*

5. Reddetme bölgelerini belirleyin.

6. Standart test istatistiklerini bulun.

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

7. Sıfır hipotezi reddetme veya reddetme konusunda bir karar verin.

Eğer t ret bölgesindeyse H_0 reddedilir.

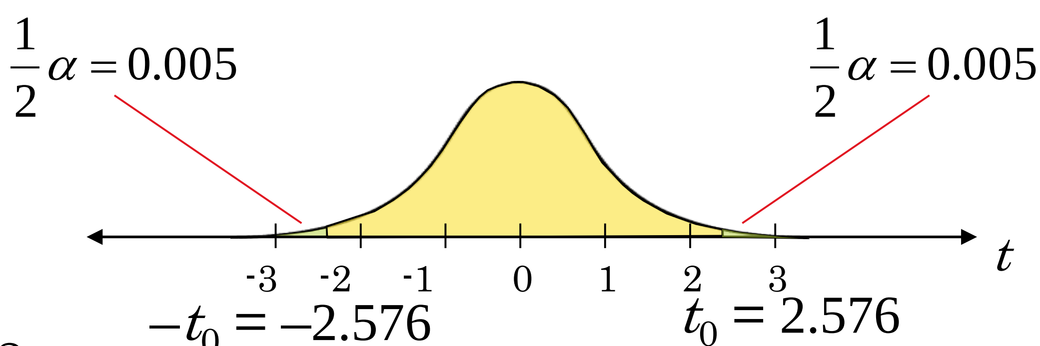
8. Kararı yorumlayın.

Ortalama için İki Örneklemli t-testi

Örnek:
Brownsville'de rasgele seçilen 17 polis memurunun yıllık ortalama geliri 35.800$ ve standart sapması 7.800$'dır. Greensville'de, 18 polis memurundan oluşan rasgele bir örneklemin yıllık ortalama geliri 35.100$ ve standart sapması 7.375$'dır. İki şehirdeki yıllık ortalama gelirlerin aynı olmadığını $\alpha = 0.01$ anlam düzeyinde test edin.Kitle varyanslarının eşit olduğunu varsayalım.

H_0: $\mu_1 = \mu_2$

H_a: $\mu_1 \neq \mu_2$ (İddia)



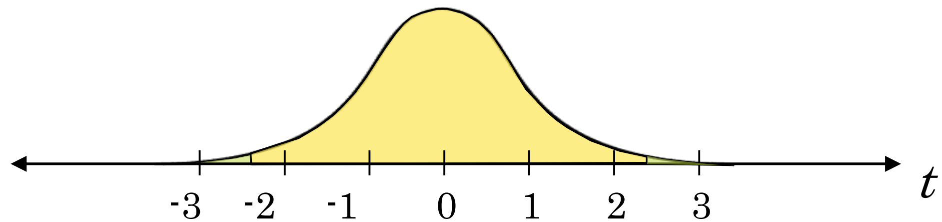
$$\text{d.f.} = n_1 + n_2 - 2$$
$$= 17 + 18 - 2 = 33$$

Ortalama için İki Örneklemli t-testi

Örneğin devamı:

H_0: $\mu_1 = \mu_2$

H_a: $\mu_1 \neq \mu_2$ (iddia)



$-t_0 = -2.576$ $\quad t_0 = 2.576$

Standart hata

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \hat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(17-1)7800^2 + (18-1)7375^2}{17+18-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{17} + \frac{1}{18}}$$

$$\approx 7584.0355(0.3382)$$

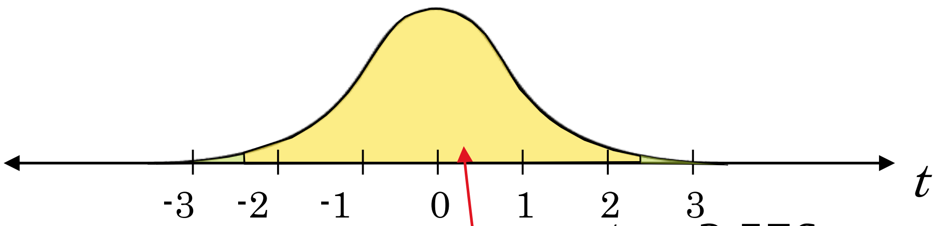
$$\approx 2564.92$$

Ortalama için İki Örneklemli t-testi

Örneğin devamı:

H_0: $\mu_1 = \mu_2$

H_a: $\mu_1 \neq \mu_2$ (iddia)



$-t_0 = -2.576$ $\quad t_0 = 2.576$

standartlaştırılmış test istatistiği

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{(35800 - 35100) - 0}{2564.92} \approx 0.273$$

H_0 reddedilemez

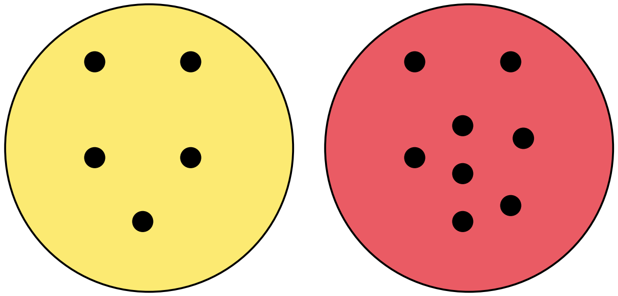
Ortalama yıllık gelirlerin farklılık gösterdiği iddiasını desteklemek için% 1 düzeyinde yeterli kanıt yoktur.

§ 10.3

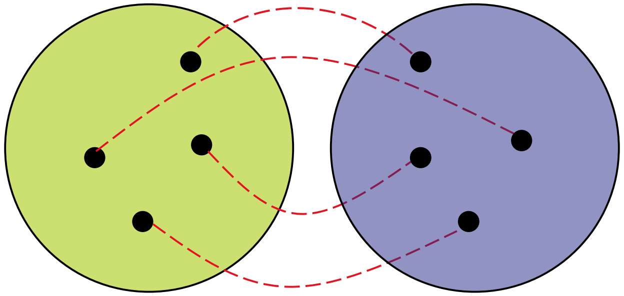
Ortalamalar Arasındaki Farkın Test Edilmesi (Bağımlı Örneklemler)

Bağımsız ve Bağımlı Örneklemler

Bir kitleden seçilen örneklem, ikinci kitleden seçilen örneklemle ilişkili değilse, iki örneklem bağımsızdır. Bir örneklemin her bir üyesi diğer örneklemin bir üyesine karşılık gelirse iki örneklem bağımlıdır. Bağımlı örneklemler ayrıca çiftli örneklemler veya eşleşmiş örneklemler olarak da adlandırılır.



Bağımsız örneklemler



Bağımlı örneklemler

Bağımsız ve Bağımlı Örneklemler

Örnek:
Her bir örneklem çiftini bağımsız veya bağımlı olarak sınıflandırın.
Örneklem 1: 1. sınıftaki 24 öğrencinin ağırlıkları
Örneklem 2: Aynı 24 öğrencinin boy uzunlukları

Bu örneklemler bağımlıdır, çünkü ağırlık ve boy her öğrenciye göre eşlenebilir.

Örneklem 1: 15 yeni kamyonun ortalama fiyatı
Örneklem 2: 20 kullanılmış sedanların ortalama fiyatı

Bu örneklemler bağımsızdır, çünkü yeni kamyonları kullanılan sedanlarla eşleştirmek mümkün değildir. Veriler, farklı araçların fiyatlarını temsil ediyor.

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

Bağımlı örneklemlerle iki örneklemli hipotez testi yapmak için her veri çifti arasındaki fark bulunur:

$$d = x_1 - x_2$$

Veri çifti için girişler arasındaki fark.

Test istatistiği, bu farklılıkların ortalamasıdır $\bar{d}$.

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n}.$$

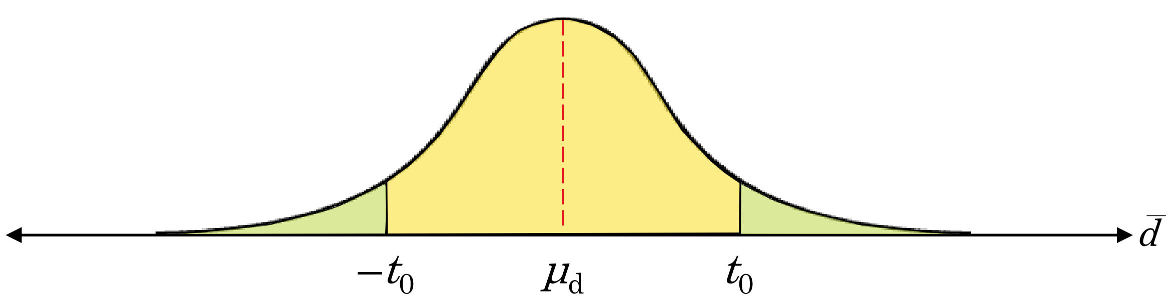
Bağımlı örneklerde eşleştirilmiş veri girişleri arasındaki farkın ortalaması.

Testi yapmak için üç koşul gereklidir.

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

1. Örneklemler rasgele seçilmelidir.
2. Örneklemler bağımlı olmalıdır (eşleştirilmiş).
3. Her iki kitle de normal dağılmalıdır.

Bu koşullar yerine getirilirse, $\bar{d}$ için örneklem dağılımına n - 1 serbestlik dereceli bir t-dağılımı yaklaşır, burada n, veri çiftlerinin sayısıdır.



Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

μ_d için t testinde aşağıdaki semboller kullanılmıştır.

Sembol	Tanım
n	Veri çiftlerinin sayısı
d	Veri çifti için girişler arasındaki fark, $d = x_1 - x_2$
μ_d	Eşleştirilen verilerin popülasyondaki farklılıklarının varsayımsal ortalaması
$\bar{d}$	Bağımlı örneklemlerde eşlenmiş veri girişleri arasındaki farkın ortalaması $\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$
s_d	Bağımlı örneklerde eşleştirilmiş veri girişleri arasındaki farkların standart sapması $s_d = \sqrt{\frac{n(\sum d^2) - (\sum d)^2}{n(n-1)}}$

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

Her popülasyondan rasgele bir örneklem seçildiğinde iki popülasyon ortalamasının farkını test etmek için bir t testi kullanılabilir. Testi yapmak için gerekenler, her popülasyonun normal olması ve birinci örneklemin her üyesinin, ikinci örneklemin bir üyesiyle eşleştirilmesi gerektiğidir.

Test istatistiği

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$$

ve standartlaştırılmış test istatistiği,

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}.$$

Serbestlik derecesi

$$\text{s.d} = n - 1.$$

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi(Bağımlı Örneklem)

Açıklama	*Gösterim*
1. İddiayı matematiksel olarak belirtin.Sıfır ve alternatif hipotezleri tanımlayın.	H_0 H_a
2. Önem düzeyini belirtin.	α.
3. Serbestlik derecelerini belirleyin ve örneklem dağılımını çizin.	s.d. $= n - 1$
4. Kritik değerleri belirleyin.	Tabloyu kullanın

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

Ortalamalar Arasındaki Fark için İki Örneklemli t-Testi(Küçük Bağımsız Örneklem)

Açıklama | *Sembol*

5. Reddetme bölgelerini belirleyin.

6. $\bar{d}$ ve s_d yi hesaplayın.

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$$

$$s_d = \sqrt{\frac{n(\sum d^2) - (\sum d)^2}{n(n-1)}}$$

7. Standart test istatistiklerini bulun.

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

Ortalamalar Arasındaki Fark için İki Örneklemli t-Testi(Küçük Bağımsız Örneklem)

Açıklama	*Gösterim*
8. Boş hipotezi reddetme veya reddetme konusunda bir karar verin.	Eğer t ret bölgesinde ise H_0 reddedilir.
9. Kararı yorumlayın.	

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

Örnek:

Bir okuma merkezi, öğrencilerin, merkezlerinin sunduğu okuma kursundan geçtikten sonra standart bir okuma testinde daha iyi performans göstereceğini iddia ediyor. Tabloda, kurs öncesi ve sonrasında 6 öğrencinin okuma puanları gösterilmektedir. $\alpha = 0{,}05$ düzeyinde, öğrencilerin dersten sonraki puanlarının dersten önceki puanlarından daha iyi olduğu sonucuna varmak için yeterli kanıt var mı?

öğrenci	1	2	3	4	5	6
puan (önce)	85	96	70	76	81	78
puan(sonra)	88	85	89	86	92	89

H_0: $\mu_d \leq 0$

H_a: $\mu_d > 0$ (iddia)

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

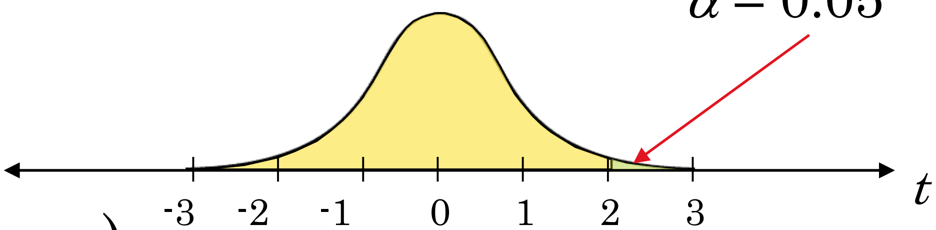
Örneğin devamı:

H_0: $\mu_d \le 0$

H_a: $\mu_d > 0$ (iddia)

s.d. = 6 – 1 = 5

$\alpha = 0.05$



$t_0 = 2.015$

d = (önceki puan) – (sonraki puan)

Student	1	2	3	4	5	6
Score (before)	85	96	70	76	81	78
Score (after)	88	85	89	86	92	89
d	–3	11	–19	–10	–11	–11
d^2	9	121	361	100	121	121

$\sum d = -43$

$\sum d^2 = 833$

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{-43}{6} \approx -7.167$$

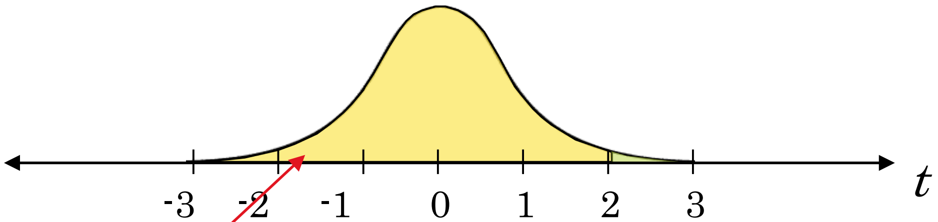
$$s_d = \sqrt{\frac{n(\sum d^2) - (\sum d)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{6(833) - 1849}{6(5)}} \approx \sqrt{104.967} \approx 10.245$$

Ortalamalar Arasındaki Fark için t-Testi

Örneğin devamı:

H_0: $\mu_\mathrm{d} \leq 0$

H_a: $\mu_\mathrm{d} > 0$ (iddia)



$t_0 = 2.015$

standartlaştırılmış test istatistiği

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{-7.167 - 0}{10.245 / \sqrt{6}} \approx -1.714.$$

H_0 reddedilemez

Öğrencilerin dersten sonraki puanlarının dersten önceki puanlardan daha iyi olduğu iddiasını desteklemek için% 5 düzeyinde yeterli kanıt yoktur.

§ 10.4

Oranlar Arasındaki Farkı Test Etme

Oranlar için İki Örneklemli z-testi

İki popülasyon oranı p_1 ve p_2 arasındaki farkı test etmek için bir z testi kullanılır.

Testi yapmak için üç koşul gereklidir.

1. Örneklemler rasgele seçilmelidir.
2. Örneklemler bağımsız olmalıdır.
3. Örneklemler normal örneklem dağılımını kullanacak kadar büyük olmalıdır. Yani,

$$n_1 p_1 \geq 5, \quad n_1 q_1 \geq 5,$$

$$n_2 p_2 \geq 5, \text{ ve } n_2 q_2 \geq 5.$$

Oranlar için İki Örneklemli z-testi

Bu koşullar yerine getirilirse, $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ örneklem dağılımı ortalama ile normal bir dağılımdır.

$$\mu_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = p_1 - p_2$$

Ve standart hata;

$$\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\overline{p}\,\overline{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n2_1}\right)}, \text{ where } \overline{q} = 1 - \overline{p}.$$

Kullanılarak p_1 ve p_2 ağırlıklı bir tahmin bulunabilir.

$$\overline{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}, \quad x_1 = n_1\hat{p}_1 \text{ and } x_2 = n_2\hat{p}_2.$$

Oranlar için İki Örneklemli z-testi

Oranlar Arasındaki Fark İçin İki Örneklemli z Testi

Her popülasyondan bir örneklem rasgele seçildiğinde, iki popülasyon oranı p_1 ve p_2 arasındaki farkı test etmek için iki örnek z testi kullanılır.

Test istatistiği

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_1$$

Standartlaştırılmış test istatistiği,

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\bar{p}\bar{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$\bar{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \text{ and } \bar{q} = 1 - \bar{p}.$$

Not:

$n_1\bar{p}$, $n_1\bar{q}$, $n_2\bar{p}$, ve $n_2\bar{q}$ en az 5 olmalı.

Oranlar için İki Örneklemli z-testi

Oranlar Arasındaki Fark İçin İki Örneklemli z Testi

Açıklama	*Gösterim*
1. İddiayı belirtin. Sıfır ve alternatif hipotezleri tanımlayın.	H_0 ve H_a
2. Önem düzeyini belirtin.	α.
3. Kritik değerleri belirleyin.	Tablo kullanının.
4. Reddetme bölgelerini belirleyin.	
5. p_1 ve p_2'nin ağırlıklı tahminini bulun.	$\bar{p} = \dfrac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$

Oranlar için İki Örneklemli z-testi

Oranlar Arasındaki Fark İçin İki Örneklemli z Testi

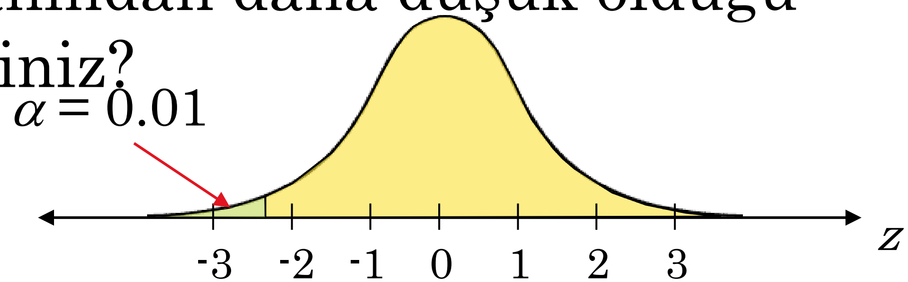
Açıklama	*Gösterim*
6. Standart test istatistiklerini bulun.	$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\overline{p}\,\overline{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$
7. Sıfır hipotezi reddetme veya reddetme konusunda bir karar verin.	z reddetme bölgesinde ise H_0 reddedilir.
8. Kararı yorumlayın.	

Oranlar için İki Örneklemli z-testi

Örnek:
Son zamanlarda yapılan bir araştırmada, erkek üniversite öğrencilerinin kız üniversite öğrencilerinden daha az sigara içtikleri belirtildi. 1245 erkek öğrenciden oluşan bir ankette 361, günde en az bir paket sigara içtiklerini söyledi. 1065 kız öğrenciden oluşan bir ankete 341 günde en az bir paket sigara içtiklerini söyledi. $\alpha = 0.01$ olarak, günde en az bir paket sigara içen erkek üniversite öğrencilerinin oranının, günde en az bir paket içen bayan üniversite öğrencilerinin oranından daha düşük olduğu iddiasını destekleyebilir misiniz?

H_0: $p_1 \geq p_2$

H_a: $p_1 < p_2$ (iddia)



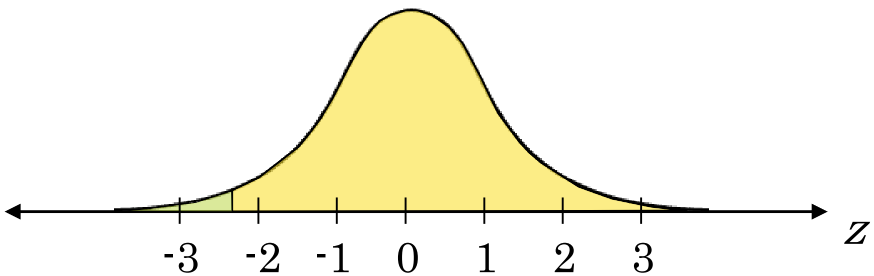
$-z_0 = -2.33$

Oranlar için İki Örneklemli z-testi

Örneğin devamı:

H_0: $p_1 \geq p_2$

H_a: $p_1 < p_2$ (iddia)



$-z_0 = -2.33$

$$\bar{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n_1 + n_2} = \frac{361 + 341}{1245 + 1065} = \frac{702}{2310} \approx 0.304$$

$$\bar{q} = 1 - \bar{p} = 1 - 0.304 = 0.696$$

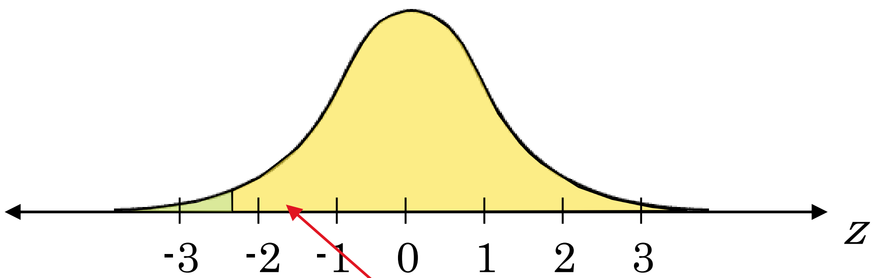
1245 (0.304), 1245 (0.696), 1065 (0.304) ve 1065 (0.696) hepsi en az 5 olduğundan, iki örnekli bir z testi kullanabiliriz.

Oranlar için İki Örneklemli z-testi

Örneğin devamı:

$H_0\colon p_1 \geq p_2$

$H_a\colon p_1 < p_2$ (iddia)



$-z_0 = -2.33$

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\bar{p}\bar{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(0.29 - 0.32) - 0}{\sqrt{(0.304)(0.696)\left(\frac{1}{1245} + \frac{1}{1065}\right)}} \approx -1.56$$

H_0 reddedilemez

Sigara içen erkek üniversite öğrencilerinin oranının sigara içen kız üniversite öğrencilerinin oranından daha düşük olduğu iddiasını desteklemek için% 1 düzeyinde yeterli kanıt yoktur.