

Yaşam Tablosu ile İlgili Örnekler

Örnek: Aşağıda kısaltılmış bir yaşam tablosunun ölüm olasılıkları ve başlangıç sayısı verilmiştir.

Kısaltılmış Yaşam Tablosu Örneği							
Yaş	nq_x	np_x	l_x	nd_x	nL_x	T_x	e_x
0	0.00842	0.99158	100000	842	99411	7233571	72.34
1	0.00168	0.99832	99158	167	396198	7134160	71.95
5	0.00122	0.99878	98991	121	494653	6737963	68.07
10	0.00118	0.99882	98870	117	494058	6243310	63.15
15	0.00318	0.99682	98753	314	492980	5749253	58.22
20	0.00469	0.99531	98439	462	491040	5256273	53.40
25	0.00540	0.99460	97977	529	488563	4765233	48.64
30	0.00743	0.99257	97448	724	485430	4276670	43.89
35	0.01016	0.98984	96724	983	481163	3791240	39.20
40	0.01470	0.98530	95741	1407	475188	3310078	34.57
45	0.02179	0.97821	94334	2056	466530	2834890	30.05
50	0.03462	0.96538	92278	3195	453403	2368360	25.67
55	0.06008	0.93992	89083	5352	432035	1914958	21.50
60	0.09319	0.90681	83731	7803	399148	1482923	17.71
65	0.14631	0.85369	75928	11109	351868	1083775	14.27
70	0.22100	0.77900	64819	14325	288283	731907.5	11.29
75	0.31835	0.68165	50494	16075	212283	443625	8.79
80	0.43865	0.56135	34419	15098	134350	231342.5	6.72
85	0.59919	0.40081	19321	11577	67663	96992.5	5.02
90	0.74251	0.25749	7744	5750	24345	29330	3.79
95	1.00000	0.00000	1994	1994	4985	4985	2.50

Buna göre tablo aşağıdaki gibi tamamlanır:

$$\begin{aligned}d_0 &= l_0 q_0 = 100000(0.00842) = 842 \\l_1 &= l_0 - d_0 = 100000 - 842 = 99158 \\d_1 &= l_1 q_1 = 99158(0.00168) = 166.58544 \cong 167 \\l_2 &= l_1 - d_1 = 99158 - 167 = 98991\end{aligned}$$

şekinde devam ederek tablodaki l_x ve d_x sütunları doldurulur.

$$L_0 = 0.3l_0 + 0.7l_1 = 99411$$

$${}_4L_1 = 2(0.7l_x + 1.3l_5) = 369198$$

${}_5L_x = \frac{n}{2}(l_x + l_{x+5})$ formülüyle geriye kalan ${}_5L_x$ 'ler bulunur.

T_x sütunu için $T_x = \sum_{u=x}^w nL_u$ formülü kullanılır. Buna göre,

$$T_0 = \sum_0^{95} {}_5L_x = 7233571$$

$$T_1 = \sum_1^{95} {}_5L_x = 7134160$$

$$T_5 = \sum_5^{95} {}_5L_x = 6737963$$

biçiminde devam ederek T_x sütunu tamamlanır.

Son olarak kalan ortalama ömür sütunu için $e_x = \frac{T_x}{l_x}$ formülü kullanılır. Buna göre,

$$e_0 = \frac{T_0}{l_0} = \frac{7233571}{100000} = 73.34$$

$$e_1 = \frac{T_1}{l_1} = 71.95$$

olur. Bu şekilde devam edilerek e_x sütunu tamamlanır.

- 20 yaşında beklenen ömür nedir?

$$e_{20} = \frac{T_{20}}{l_{20}} = 53.40$$

- 20 yaşından 40 yaşına kadar yaşama olasılığı nedir?

$${}_{20}p_{20} = \frac{l_{40}}{l_{20}} = \frac{95741}{98439} = 0.9726$$

ya da

$${}_{20}q_{20} = \frac{{}_{20}d_{20}}{l_{20}} = \frac{{}_5d_{20} + {}_5d_{25} + {}_5d_{30} + {}_5d_{35}}{l_{20}} = \frac{2698}{98439} = 0.0274$$

$${}_{20}p_{20} = 1 - {}_{20}q_{20} = 0.9726$$

- Yeni doğan birinin 5 yaşına kadar yaşaması olasılığı nedir?

$${}_5p_0 = \frac{l_5}{l_0} = \frac{98991}{100000} = 0.9899$$

- 10 yaşındaki birinin 40 yaşından önce ölme olasılığı nedir?

$${}_{30}q_{10} = \frac{l_{10} - l_{40}}{l_{10}} = \frac{98870 - 95741}{98870} = 0.0316$$

ya da

$${}_{30}q_{10} = \frac{{}_{30}d_{10}}{l_{10}} = \frac{{}_5d_{10} + {}_5d_{15} + {}_5d_{20} + {}_5d_{25} + {}_5d_{30} + {}_5d_{35}}{l_{10}} = \frac{3129}{98870} = 0.0316$$

Örnek: Bir firma her yıl 20 yaşında belirli sayıda işçi alıyor ve 60 yaşında bu işçiler emekli oluyor.

- a) Her işçinin ortalama olarak şirkete kaç yıllık katkısı bulunmaktadır?

Kişi şirkete 20 yaşında giriyor ve 60 yaşında ayrılıyor. Hiç ölmeseler 40 yıllık katkısı olacak ancak ölümler söz konusu olduğu için 40 yıldan daha az katkısı olanlar oluyor.

${}_{40}L_{20}$: 20 yaşından 60 yaşına kadar toplam yaşanan birey yıl

O halde, her işçinin ortalama yıllık katkısı

$$\frac{{}_4L_{20}}{l_{20}} = \frac{T_{20} - T_{60}}{l_{20}}$$

olur.

- b) 50 yaşından büyük işçilerin toplam işçi sayısına oranı nedir?

Toplam işçi sayısı $T_{20} - T_{60}$ ya da ${}_5L_{20} + {}_5L_{25} + \dots + {}_5L_{55}$ ile bulunur.

O halde soruda istenen oran,

$$\frac{T_{50} - T_{60}}{T_{20} - T_{60}} = \frac{{}_5L_{50} + {}_5L_{55}}{{}_5L_{20} + {}_5L_{25} + \dots + {}_5L_{55}}$$

olur.

- c) Emekli olanların çalışanlara oranı nedir?

$$\frac{T_{60}}{T_{20} - T_{60}}$$

Örnek: 10-14 yaş aralığında yaşayan kişilerin 5-9 yaş aralığında yaşayan kişilere oranı nedir?

$$\frac{{}_5L_{10}}{{}_5L_5}$$

Kaynaklar

1. Bařar, E. (2010). Demografiye Giriř. *Gazi Kitabevi, Ankara*.
2. Yusuf, F., Martins, J. M., Swanson, D. A., Martins, J. M., & Swanson, D. A. (2014). *Methods of demographic analysis*. Dordrecht: Springer.
3. Shryock, H. S., Siegel, J. S., & Larmon, E. A. (1975). *The methods and materials of demography* (Vol. 2). US Department of Commerce, Bureau of the Census.