4 YAŞAM TABLOSU

Doğuşları aynı zamana rastlayan bir kuşağın yaşlar ilerlerken, ölümler yoluyla nasıl azaldığını gösteren bir tablodur. Doğumları aynı zaman rastlayan bu kuşak bireyleri yaşadıkları müddetçe bütün yaşlara aynı anda girece ve aynı anda bitireceklerdir. Ele alınan kuşak bireylerinin her yaşta hangi olasılıkla öldüğünü gösteren bu tablo, kuşak bireylerinin aynı anda doğması ile başlar ve kuşağın son birey, ölünceye kadar devam eder.

İki türlü yaşam tablosu bulunmaktadır:

1. Kısaltılmış Yaşam Tablosu: Yaş aralığı geniş tutularak oluşturulmuş yaşam tablosudur
2. Tam Yaşam Tablosu: Her yaşı içeren yaşam tablosudur.

Buradaki örnekler için "Commissioners 1958 Standart Ordinary Military Table (CSO 1958)" kullanılmaktadır.

4.1 Yaşam Tablosunu Oluşturan Göstergeler

1. q_x : x ile $x+1$ yaş arasında ölme olasılığı
2. p_x : x ile $x+1$ yaş arasında yaşama olasılığı
3. l_x : x yaşında yaşayanların sayısı
4. d_x : x ile $x+1$ yaş arasında ölenlerin sayısı

Göstergeler arası ilişkiler için eşitliker

$$l_{x+1} = l_x - d_x$$

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}$$

$$p_x = 1 - q_x$$

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

Örnek: $l_0 = 100000$, $d_0 = 317$ ise $l_1 = ?$

Çözüm:

$$\begin{aligned} l_{x+1} &= l_x - d_x \\ l_1 &= l_0 - d_0 \\ &= 100000 - 317 \\ &= 99683 \end{aligned}$$

Örnek: $l_{97} = 37787$, $q_{97} = 0.48842$ ise $d_{97} =?$

Çözüm:

$$\begin{aligned} d_x &= l_x q_x \\ d_{97} &= l_{97} q_{97} \\ &= (37787)(0.48842) \\ &= 18456 \end{aligned}$$

4.2 Yaşam Tablosunun Oluşturulması

Adım 1. Bir l_x başlangıç değeri varsayılır(bu tablodaki en genç kişi için). Bu genellikle oldukça büyük bir sayı olmaktadır. Örneğin 1 milyon ya da 10 milyon gibi)
Adım 2. x yaşı ile bir sonraki $x + 1$ yaş arasındaki ölümlerin sayısı hesaplanır.

$$d_x = l_x q_x$$

Adım 3. $x + 1$ yaşında yaşayan kişi sayısı hesaplanır.

$$l_{x+1} = l_x - d_x$$

Adım 4. En büyük yaşa gelene kadar 2. ve 3. adımlar tekralanır.

Örneğin

$$l_0 = 10000000$$

$$d_0 = l_0 q_0 = (10000000)(0.00708) = 70800$$

$$\begin{aligned} l_{x+1} &= l_x - d_x \\ l_1 &= l_0 - d_0 \\ &= 10000000 - 70800 \\ &= 9929200 \end{aligned}$$

$$d_1 = l_1 q_1 = (9929200)(0.00176) = 17475$$

$$
\begin{aligned}
l_{x+1} &= l_x - d_x \\
l_2 &= l_1 - d_1 \\
&= 9929200 - 17475 \\
&= 9911725
\end{aligned}
$$

Örnek: Eğer belirli bir yaşta ölüm olasılığı 0.00742, o yaşta yaşayan kişi saysı 107412 ise, bir yıl içinde kaç kişinin ölmesi beklenir?

Çözüm:
$q_x = 0.00742$,
$l_x = 107412$

$$
\begin{aligned}
d_x &= l_x q_x \\
&= (107412)\,(0.00742) \\
&= 796.9970 \cong 797
\end{aligned}
$$

Örnek: CSO 1958' kullanarak 79 yaşındaki bir kişinin 80 yaşına kadar yaşaması olasılığı nedir?

Çözüm: CSO 1958 tablosundan
$d_{79} = 295683$,
$l_{79} = 2922055$

değerleri bulunur. İstenen olasılık

$$q_{79} = \frac{d_{79}}{l_{79}} = \frac{295683}{2922055} = 0.1012$$

$$p_{79} = 1 - q_{79} = 1 - 0.1012 = 0.8988$$

olur.

Kullanılan formüller n yıl için genişletilebilir:

${}_np_x$: $x$yaşındaki bir bireyin $x+n$ yaşına kadar yaşaması olasılığı

$${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

${}_nq_x$: $x$yaşındaki bir bireyin $x+n$ yaşına gelmeden ölmesi olasılığı

$$ {}_nq_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} $$

$$ {}_np_x +_n q_x = 1 $$

Örnek:

x	l_x	d_x
40	80935	455
41	80480	481
42	799991	511
43	79488	546
44	78942	585
45	78357	626
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
50	74794	844

a) 40 yaşındaki birinin 41 yaşına kadar hayatta kalması olasılığı nedir?

$$ p_{40} = \frac{l_{41}}{l_{40}} = \frac{80480}{80935} = 0.9944 $$

b) 40 yaşındaki birinin 41 yaşından önce ölmesi olasılığı nedir?

$$ \begin{aligned} q_{40} &= 1 - p_{40} = 1 - 0.9944 = 0.0056 \\ ya\ da \quad q_{40} &= \frac{d_{40}}{l_{40}} = \frac{455}{80935} = 0.0056 \end{aligned} $$

c) 40 yaşındaki birinin 45 yaşına kadar hayatta kalması olasılığı nedir?

$$ {}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \Rightarrow {}_5p_{40} = \frac{l_{45}}{l_{40}} = \frac{78357}{80935} = 0.9681 $$

d) 40 yaşındaki birinin 5 yıl içinde ölmesi olasılığı nedir?

$$ {}_nq_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \Rightarrow {}_5q_{40} = \frac{l_{40} - l_{45}}{l_{40}} = \frac{80935 - 78357}{80935} = 0.0319 $$