5 YAŞAM ANÜİTELERİ

Yaşam anüitelerinde ödemeler kişinin yaşamasına bağlıdır.

Garantili Anüite: Düzenli yapılan ödemelerdir. Kişi iser yaşasın ister yaşamasın düzenli ödeme yapılır.(Yaşama olasılığına bağlı değil)
Yaşam Anüitesi: Kişi yaşadığı müddetçe ödeme yapılır. (Yaşama şartına bağlıdır) Burada yaşam tabloları ve faiz oranları kullanılarak hesaplamalar yapılır.

Tek ödeme olduğunda

"Şuan 35 yaşında olan bir kişi 60 yaşında hayatta olması koşulu ile 100$ alabilmesi için ne kadar para yatırmalıdır?" ile "35 yaşındaki birinin 60 yaşında ödemesi gereken 100$'ının peşin değeri nedir? (yaşama şartına bağlı olarak)"
Bu soru daha önce olduğu gibi sadece faiz oranıyla çözülseydi,

$$A = Sv^n = 100v^{25}$$

olurdu, ancak şimdi yaşama şartı hesaplamaya katılmalı, çünkü kişinin ödemeyi alabilmesi için yaşaması gerekiyor, yani yaşama şartına bağlı olduğunda seçilmiş kişinin ödemenin yapıldığı zamanda hayatta olması gerekiyor.Buna durumda problemi çözmek için yaşam tablosu kullanılmalıdır (CSO 1958)

35 yaşında yaşayan kişi sayısı $l_{35} = 9829860$
60 yaşında yaşayan kişi sayısı $l_{60} = 8735824$

60 yaşında hala yaşayanlara 100$ verilecek. Bu insanlar 35 yaşındayken paranın değerinin olduğu bilmek isteniyor.

l_{60} kişiye 100$ ödeneceğinden, ödemenin toplam miktarı

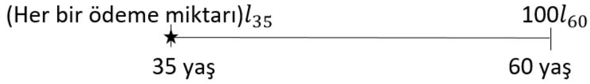
$$100l_{60} = 100(8735824) = 873582400\$$$

olur. 25 yıl önce l_{35} kişi para ödeyecektir. Buradaki soru "Her biri ne kadar ödeyecek?"

Toplam ödeme,

$$(Her\ bir\ ödeme\ miktarı)\,(l_{35}) = (Her\ bir\ ödeme\ miktarı)\,(9829860)$$

olur.



Para 25 yıl boyunca faiz kazanacak. Faiz oranı %6 olsun. Peşin değeri bulmak için

$$A = Sv^n = Sv^{25}, \%6$$

formülü kullanılır. O zaman peşin değer

$$\begin{aligned}
(Her\ bir\ ödeme\ miktarı)\,(l_{35}) &= 100l_{60}\left(v^{25}, \%6\right)\\
(Her\ bir\ ödeme\ miktarı)\,(9829860) &= 873582400(0.232999)\\
(Her\ bir\ ödeme\ miktarı)\,(9829860) &= 2003543826\\
(Her\ bir\ ödeme\ miktarı) &= 20.71\$
\end{aligned}$$

olarak bulunur. Eğer sadece faiz oranı kullanılarak peşin değer bulunsaydı,

$$\begin{aligned}
A &= Sv^n = 100(v^{25}, \%6)\\
&= 100(0.232999)\\
&= 23.30\$
\end{aligned}$$

olurdu.

Peşin Değer için Esitlik

35 yaşındaki bir kişinin, 60 yaşında hayatta olduğunda 100$ alabilmesi için gerekli peşin değer

$$Pesin\ Değer = 100\left(\frac{l_{60}}{l_{35}}\right)v^{25}$$

ya da

$$Pesin\ Değer = \frac{100l_{60}v^{25}}{l_{35}}$$

eşitliği ile bulunur. İlk eşitlikte $\frac{l_{60}}{l_{35}}$, 35 yaşındaki bir kişinin 60 yaşına kadar yaşaması olasılığını verir. $100\$'ı$ önce yaşama olasılığı sonra da iskontolama faktörü ile çarpılır. İkinci eşitlikte ise, 100$, l_{60} kişiye ödenir, 25 yıl için iskonto ile l_{35} kişiye paylaştırılır.

Genel eşitlik

$$\left(\begin{array}{c} x\ yasındaki\ bir\ kisinin \\ yasama\ sartına\ bağlı\ olarak \\ n\ yıl\ gectiğinde \\ 1\$'ın\ pesin\ değeri \end{array}\right) = 1\$\left(\frac{l_{x+n}v^n}{l_x}\right)$$

Örnek: Faiz oranı %3 ve CSO 1958 tablosunu kullanarak, 20 yaşındaki birinin 15 yıl geçtiğinde eğer hala hayatta ise 400$'ının peşin değerini bulunuz. Aynı miktar için 25 yıl geçtiği zaman ki peşin değeri bulunuz.

Çözüm: 15 yıl geçtiğinde peşin değer

$$\begin{aligned} Pesin\ Değer &= 400\$\left(\frac{l_{35}v^{15}}{l_{20}}\right) \\ &= 400\left[\frac{(9373807)\,(0.641862)}{9664994}\right] \\ &= 249.01\$ \end{aligned}$$

25 yıl geçtiğinde peşin değer

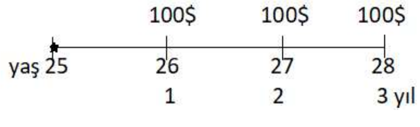
$$\begin{aligned} Pesin\ Değer &= 400\$\left(\frac{l_{45}v^{35}}{l_{20}}\right) \\ &= 400\left[\frac{(9048999)\,(0.477606)}{9664994}\right] \\ &= 178.87\$ \end{aligned}$$

olarak bulunur. Yıl sayısı arttıkça peşin değerin azaldığı görülmektedir.

5.1 Yaşam Anüitesinin Peşin Değeri

Seri ödemeler olduğu durum göz önüne alınsın.

Örneğin 25 yaşındaki birinin, 3 yıl için yıllık 100$lık yaşam anüitesi düşünülsün. (ilk ödeme 26 yaşında yapılıyor). Peşin değeri hesaplayınız.



26 yaşına geldiğinde ödeme,

$$PD = 100\$ \left(\frac{l_{26}v}{l_{25}} \right)$$

27 yaşına geldiğinde ödeme,

$$PD = 100\$ \left(\frac{l_{27}v^2}{l_{25}} \right)$$

28 yaşına geldiğinde ödeme,

$$PD = 100\$ \left(\frac{l_{28}v^3}{l_{25}} \right)$$

olarak yazılır. O halde peşin değer,

$$PD = 100\$ \left(\frac{l_{26}v + l_{27}v^2 + l_{28}v^3}{l_{25}} \right)$$

%3 faiz oranı ve CSO 1958 kullanılırsa,

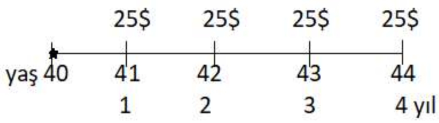
$$\begin{aligned} PD &= 100\$ \left[\frac{(9557155)\,(0.9708474) + (9538423)(0.942596)^2 + (9519442)(0.91514)^3}{9575636} \right] \\ &= 281.77\$ \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Sağlaması yapılırsa aşağıdaki tabloya ulaşılır:

(1) Yıl	(2) Yılın başındaki fon	(3) Bir yıl için faiz $(2)*0.03$	(4) Yıl sonundaki toplam fon $(2)+(3)$	(5) Yaşayanlara anüite ödemeleri	(6) Ödemeden sonra fonda kalan $(4)-(5)$
1	2698126955.72	80943808.67	2779070764.39	955715500	1823355264.39
2	1823355264.39	54700657.93	1878055922.32	953842300	924213622.32
3	924213622.32	27726408.67	951940030.99	951944200	-4169.01

Örnek: Tablo II (female) ve %6 faiz oranını kullanarak 40 yaşındaki bir kişinin 4 yıl için yıllık 25$lık yaşam anüitesinin peşin değerinini hesaplayınız.(İlk ödeme 41 yaşında yapılıyor).

Çözüm:



$$
\begin{aligned}
PD &= 25\$ \left(\frac{l_{41}v + l_{42}v^2 + l_{43}v^3 + l_{44}v^4}{l_{40}} \right) \\
&= 25\$ \left[\frac{\begin{array}{c}(9865399)(0.943396) \\ +(9855406)(0.889996) \\ +(9844624)(0.839619) \\ +(9832948)(0.792094)\end{array}}{9874662} \right] \\
&= 86.41\$
\end{aligned}
$$