5.2 Yaşam Anüitesinin Birikimli Değeri

Sigortacılıkta uygulamada yaşam anüitelerinin birikimli değeri, peşin değerden daha az kullanılır. Birikimli değer daha çok rezervlerin hesaplanmasında kullanılan bir araçtır.

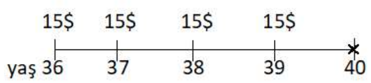
Tek ödeme olduğunda birikimli değer

$$\begin{pmatrix} Baslangıcta\ x\ yasında \\ olan\ birinin\ yasama \\ sartına\ bağlı\ olarak \\ n\ yıl\ sonra\ 1\$'ının \\ birikimli\ değeri \end{pmatrix} = 1\$ \left[\frac{l_x (i+1)^n}{l_{x+n}} \right]$$

Ödemeler serisi olduğunda birikimli değer

Burada sadece geçici yaşam anüitesinin birikimli değeri bulunacaktır, tüm yaşama anüitesi ve ertelenmiş yaşam anüitesinin pratikte uygulaması yoktur.

Örnek: Tablo II (bayan) ve %6 faiz oranını kullanarak 4yıl için yıllık 15$lık yaşam anüitesinde 40 yaşındaki birinin birikimli değerini hesaplayınız. İlk ödeme 36 yaşının başında yapılıyor.



$$\begin{aligned} BD &= 15\$ \left[\frac{l_{36}(1+i)^4 + l_{37}(1+i)^3 + l_{38}(1+i)^2 + l_{39}(1+i)}{l_{40}} \right] \\ &= 15\$ \left[\frac{\begin{array}{c}(9905571)(1.262477) + (9898657)(1.191016) \\ +(9891233)(1.123600) + (9883250)(1.060000)\end{array}}{9874662} \right] \\ &= 69.70\$ \end{aligned}$$

5.3 Komütasyon Fonksiyonları

Komütasyon fonksiyonları kullanılarak hesaplamalar kolaylaştırılabilir. Komütasyon fonksiyonları l ya da d (yaşam tablosundan) ve v (faiz oranı tablosundan) birleştirilerek elde edilir. Burada komütasyon fonksiyonları kullanılarak daha kolay bir şekilde peşin değer hesaplanacaktır.

Tek ödeme olduğunda

x yaşında olan birinin n yıllık dönem başı yaşama şartına bağlı ödemesinin peşin değeri $\frac{l_{x+n}v^n}{l_x}$ formülü kullanılarak bulunur. $\frac{l_{x+n}v^n}{l_x}$ ifadesi v^x ile çarpılıp bölünsün.

$$\frac{l_{x+n}v^n}{l_x}\frac{v^x}{v^x} = \frac{l_{x+n}v^{n+x}}{l_x v^x}$$

$l_x v^x \rightarrow D_x$ komütasyon fonksiyonu ile gösterilir. O halde

$$D_x = l_x v^x$$

şeklinde yazılır. Tablo II (1971 Bireysel Anüite Yaşam Tablosu) ve Tablo IV (1958 CSO) 'de D_x sütunu bulunmaktadır.
O halde *peşin değer* aşağıdaki formülle bulunur:

$$\begin{pmatrix} x\ yasındaki\ birinin \\ yasama\ sartına \\ bağlı\ olarak\ n\ yıllık \\ 1\$'ının\ pesin\ değeri \end{pmatrix} = 1\$\left(\frac{D_{x+n}}{D_x}\right)$$

Örnek: 35 yaşındaki birinin 60 yaşına geldiğinde yaşaması koşulu ile ödemesi gereken 100$'ın peşin değeri nedir?

$$PD = 100\$\left(\frac{D_{60}}{D_{35}}\right) = 100\$\left(\frac{26482}{1278916}\right) = 20.71\$$$

Birikimli değer ise

$$\begin{pmatrix} baslangıcta\ x\ yasında \\ olan\ birinin\ yasama \\ sartına\ bağlı\ olarak \\ n\ yıl\ sonra\ 1\$'ının \\ birikimli\ değeri \end{pmatrix} = 1\$\left(\frac{D_x}{D_{x+n}}\right)$$

formülüyle elde edilir.

Seri ödemeler olduğunda

x yaşında yıllık 1$lık dönem başı tüm yaşam anüitesinde peşin değer her bir ödemenin peşin değerinin toplamıdır.

$$
\begin{aligned}
PD &= 1\$ \left(\frac{D_x}{D_x}\right) + 1\$ \left(\frac{D_{x+1}}{D_x}\right) + 1\$ \left(\frac{D_{x+2}}{D_x}\right) + ... + yasam\ tablosunun\ sonuna\ kadar \\
&= 1\$ \left(\frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + ... + yasam\ tablosunun\ sonuna\ kadar}{D_x}\right)
\end{aligned}
$$

$D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + ... + yasam\ tablosunun\ sonuna\ kadar \rightarrow N_x$ komütasyon fonksiyonu ile gösterilir, yani

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + ... + yasam\ tablosunun\ sonuna\ kadar$$

olarak yazılır. Tablo II (1971 Bireysel Anüite Yaşam Tablosu) ve Tablo IV (1958 CSO) 'de N_x sütunu bulunmaktadır.

$$Genel\ sekli : \frac{N - N}{D}$$

İlk N ilk ödemenin yapıldığı yaş, ikinci N ödemenin yapılmadığı ilk yaş(son ödemenin yapıldığı yaştan 1 büyük), D iseanüitenin değerlendirme yaşını göstermektedir. Eğer ödemeler tüm yaşam için yapılırsa ikinci N görünmez.

Örnek: 25 yaşındaki birinin 3 yıl için yıllık 100$lık yaşam anüitesindeki peşin değeri hesaplayınız.(İlk ödeme 26 yaşın başında yapılıyor)

Çözüm:

$$
\begin{aligned}
PD &= 100\$ \left(\frac{D_{26} + D_{27} + D_{28}}{D_{25}}\right) \\
&= 100\$ \left(\frac{N_{26} - N_{29}}{D_{25}}\right) \\
&= 100\$ \left(\frac{108616223 - 95729800}{4573377}\right) \\
&= 281.77\$
\end{aligned}
$$

Örnek: Tablı II'yi kullanarak 40 yaşındaki birinin yıllık 1500$lık ertelenmiş geçici yaşam anüitesindeki peşin değeri hesaplayınız.(İlk ödeme 50 yaşında son ödeme 53 yaşında yapılıyor)

Çözüm:

$$\begin{aligned} PD &= 1500\$ \left(\frac{N_{50} - N_{54}}{D_{40}} \right) \\ &= 1500\$ \left(\frac{7003039 - 5127089}{949459} \right) \\ &= 2963.71\$ \end{aligned}$$