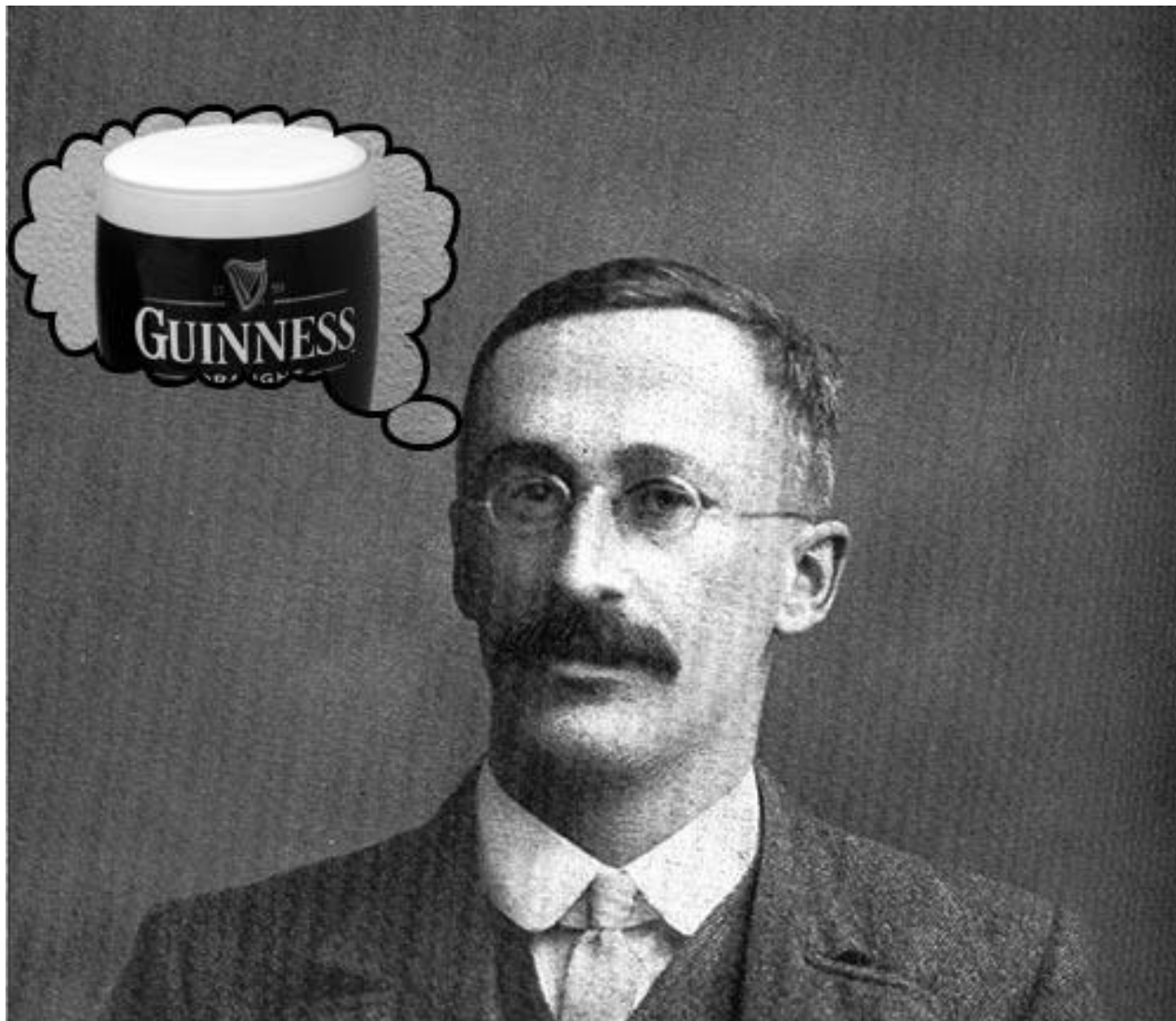


# T TESTİ: ORTALAMALAR ARASI FARKLARIN TEST EDİLMESİ

Yrd. Doç. Dr. C. Deha DOĞAN



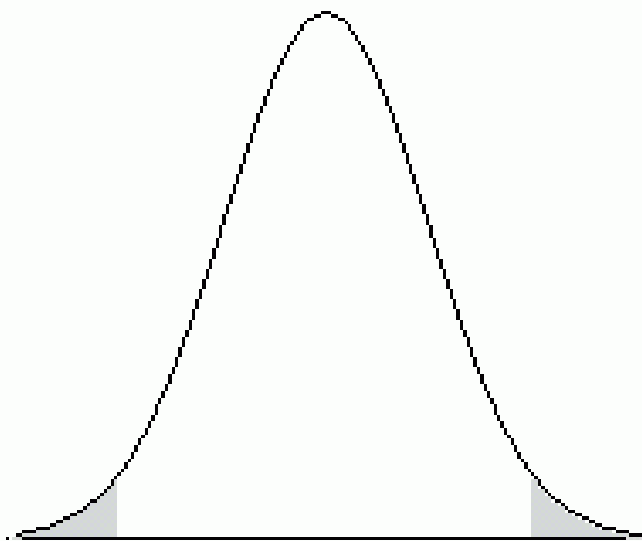


- Gruplara ait ortalamalar elde edildiğinde , farklı olup olmadıkları ilk bakışta belirlenemez.
- Ortalamalar arasında bulunan 3 puanlık bir fark bazı durumlarda istatistiksel olarak anlamlı bulunurken bazı durumlarda bulunmayabilir.

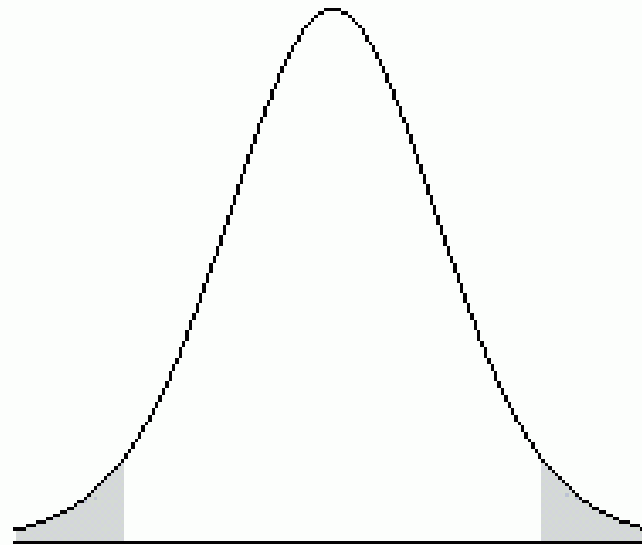
**Normal Distribution**

**T-Distribution**

**$N = 15$**



**5%**



**7.4%**

# T Dağılımının özellikleri

- t ortalaması 0 olan bir dağılımdır.
- t ortalamaya göre simetrik dağılır
- t varyansı 1'den büyük olan bir dağılımdır; ancak örneklem büyüklüğü arttıkça, varyans 1'e yaklaşır.

# T-TESTİ

1. Tek örneklem için t testi
2. Bağımsız örneklem için t testi
3. Bağımlı örneklem için t testi

# Tek örneklem t testi için hipotezler

- Tek örneklem t testinde hipotezler, örneklemden elde edilen ortalama ile evren ortalaması arasında fark olup olmamasına göre oluşturulur.

$$H_0 : \mu - \bar{X} = 0 \qquad H_1 : \mu - \bar{X} \neq 0$$

$\mu$  sembolü evrene ait ortalamayı ifade eder.

$\bar{X}$  sembolü örnekleme ait ortalamayı ifade eder



# Tek örneklem T testi

- Örneklem ortalamasının anlamlılığını test etmek üzere kullanılan parametrik bir tekniktir. 2 varsayımı mevcuttur;
  - Bağımlı değişkene ait puanlar eşit aralıklı ya da eşit oranlı ölçek düzeyindedir.
  - Bağımlı değişkene ait puanlar evrende normal dağılım gösterir

EVREN

A Fakültesindeki öğrenciler

N:1000

Üniversite olanaklarından memnuniyet  
düzeyi ortalaması ( $\mu$ ) :75



Bu gruptan  
seçkisiz (yansız)  
olarak 50 kişi  
seçilir.



ÖRNEKLEM

Seçkisiz seçilen 50 kişi.  
Üniversiteden memnuniyet  
düzey ortalaması: 80  
Standart sapması:5,6



Acaba örneklem ve  
evren  
ortalamalarında  
meydana gelen fark  
gerçekte var mı?  
Yoksa şansla mı  
oluşmuş?

$$H_0 : \mu_{memnuniyet} - \bar{X}_{memnuniyet} = 0$$

Evren ortalaması ya da örneklem ortalaması arasında fark yoktur ya da bu fark tesadüfen oluşmuştur ve sıfır kabul edilebilir.

$$H_1 : \mu_{memnuniyet} - \bar{X}_{memnuniyet} \neq 0$$

Evren ortalaması ya da örneklem ortalaması arasındaki fark tesadüfen oluşmamıştır, gerçekte vardır ve sıfır kabul edilemez.

# Tek Örneklem T-Testi Formülü

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$



Ortalamanın Tahmini  
Standart Hatası

$\mu$  evrene ait ortalama

$\overline{X}$  örnekleme ait ortalama

**S:** Örnekleme ait standart sapma

# ÖRNEK

- X üniversitesindeki öğrencilerin IQ (zeka) puan ortalaması 100'dür.



Yeni geliştirdiğim bu sıvıyı içen öğrencilerin zeka seviyelerinde bir farklılık oluşacaktır.



Daha sonra iksir içen öğrencilerden 30'u yansız olarak seçiliyor ve zeka düzeyleri ölçülüyor. Ölçümler sonucunda örneklem ortalaması: 110 ve standart sapması 20 olarak hesaplanıyor



Copyright © Ron Leishman \* <http://TeenClips.com/11546>

Evren ortalaması ve örneklem ortalaması arasındaki bu farkın gerçekten var olduğunu nerden bilebilirim? Ya bu fark şans eseri ortaya çıkmışsa? Bana bunu kanıtlamalısın!




Bunun için tek örneklem t testi hesaplamalıyım. Ama öncelikle hipotezlerimi ve kabul edeceğim alfa düzeyini belirlemeliyim

$$H_0 : \mu = 100$$


$$H_1 : \mu > 100$$

Alfa değeri: 0,05

A cartoon scientist with spiky brown hair, wearing a white lab coat over a red shirt and blue pants, is sitting on the ground. He is holding a small white beaker in his left hand and a test tube in his right hand, with a green flame coming out of the test tube. He has a friendly expression.

Bunun için ihtiyacım olan bilgiler şunlar:

Evren ortalaması: 100  
Örneklem Ortalaması: 110  
Örneklem standart sapması: 20  
n: 30

A cartoon scientist with spiky brown hair, wearing a white lab coat over a red shirt and blue pants, is sitting on the ground. He is holding a small white beaker in his left hand and a test tube in his right hand, with a green flame coming out of the test tube. He has a friendly expression.
$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Serbestlik derecesi: 30-1= 29

$$t = \frac{110 - 100}{\frac{20}{\sqrt{30}}}$$

$$t = \frac{10}{3,651} = 2,738$$



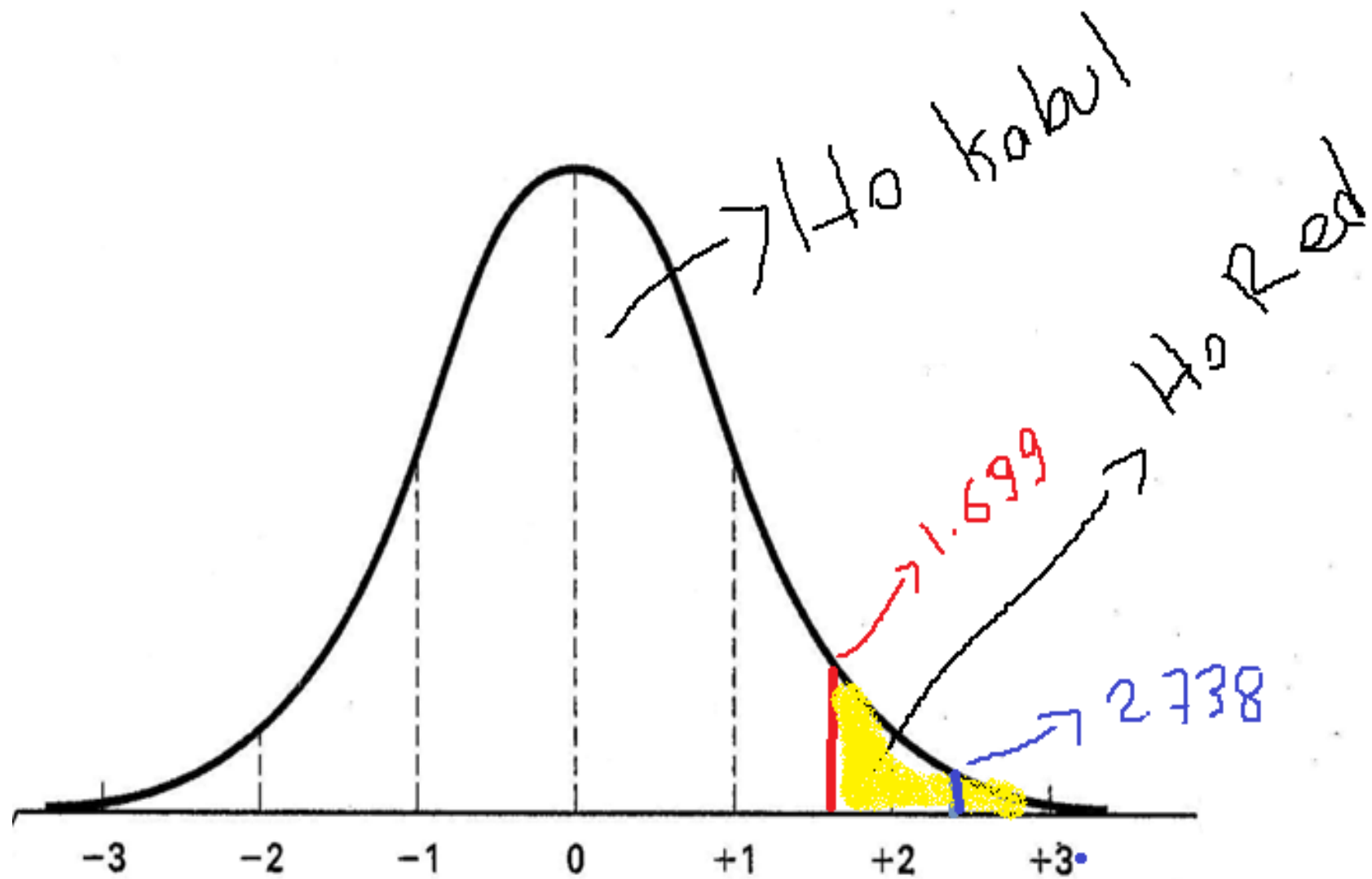


29 serbestlik derecesi için 0,05 düzeyinde kritik değer ne acaba? T tablosundan bakmalıyım

$$1,699 < 2,738$$

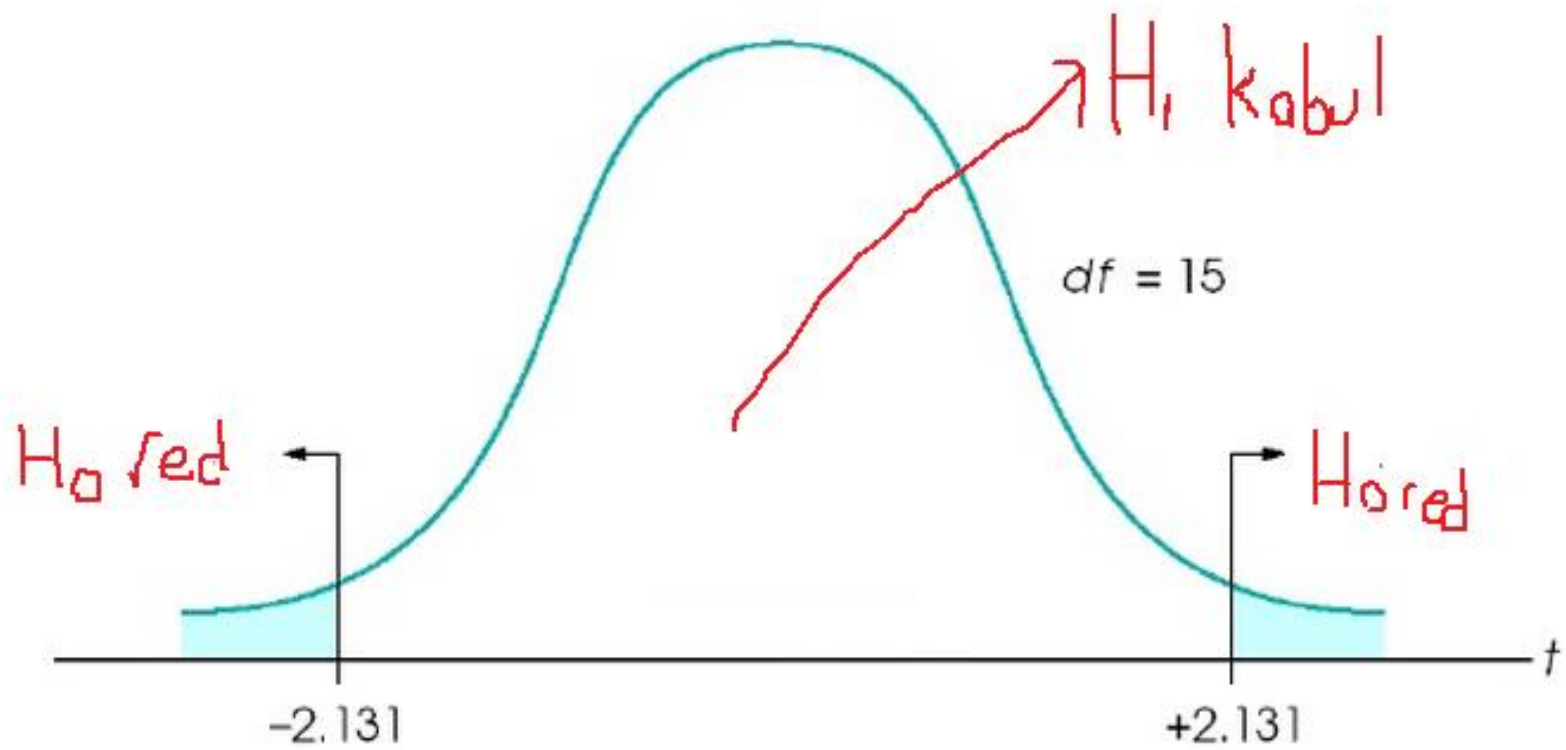


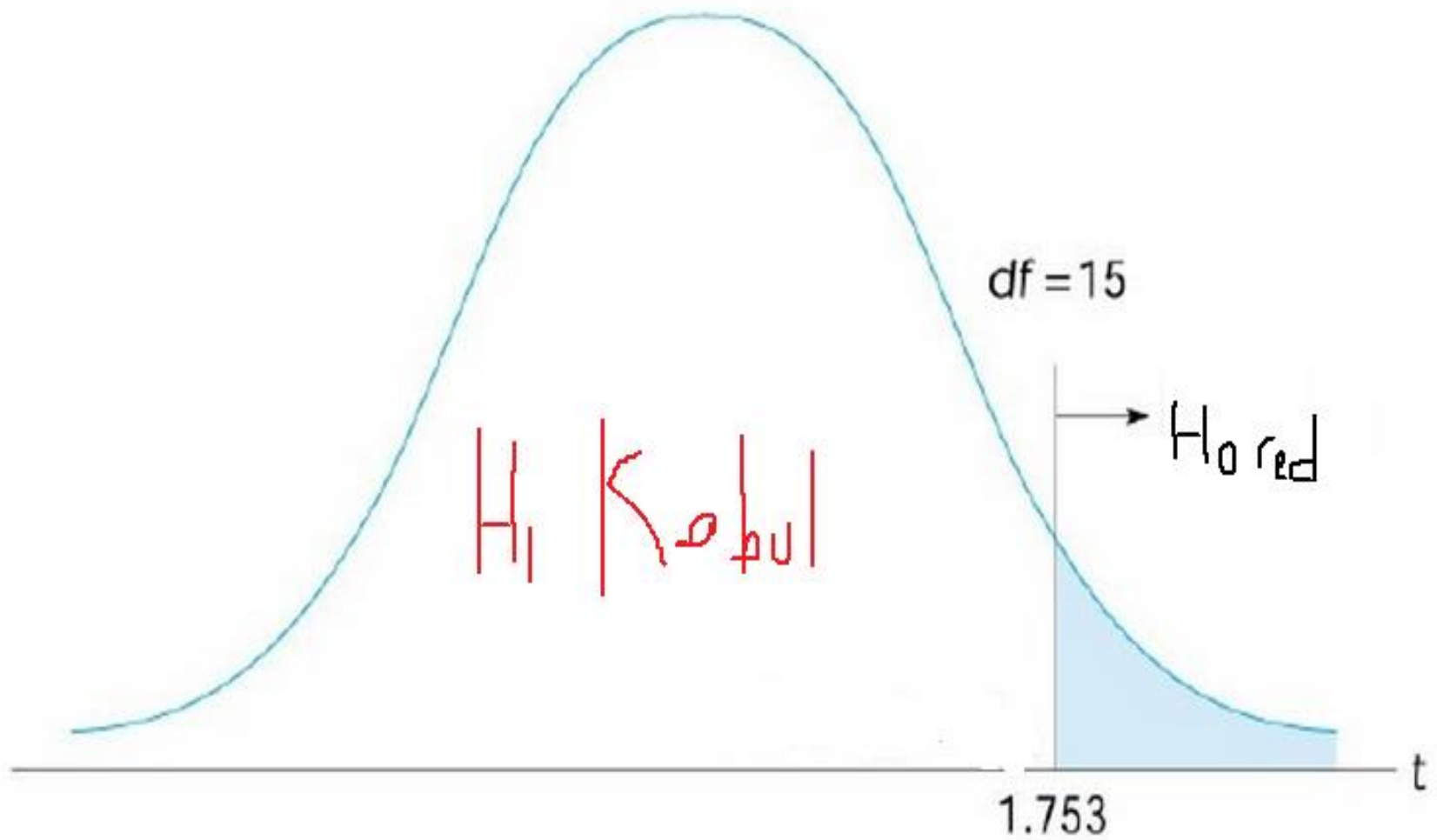
Bulduğumuz t değeri tablo değerinden yüksek olduğu için  $H_0$  hipotezini reddeder yani örneklemin ortalamasının grup ortalamasından farklı olduğunu belirtiriz.



## Student t Dağılımı

sd	Tek Yönlü Test				
	.05	.025	.01	.005	.0005
	Çift Yönlü Test				
	.10	.05	.02	.01	.001
1	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291





ÖĞRENCİ	NOT ORTALAMASI	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	5	0	0
2	5,5	0,5	0,25
3	4,5	-0,5	0,25
4	5	0	0
5	5	0	0
6	6	1	1
7	5	0	0
8	5	0	0
9	4,5	-0,5	0,25
10	5	0	0
11	5	0	0
12	4,5	-0,5	0,25
13	4,5	-0,5	0,25
14	5,5	0,5	0,25
15	4	-1	1
16	5	0	0
17	5	0	0
18	5,5	0,5	0,25
19	4,5	-0,5	0,25
20	5,5	0,5	0,25
21	5	0	0
22	5,5	0,5	0,25

$$\mu = 4,7 \quad \bar{X} = 5,0$$

$$N = 22$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{4,5}{21}}$$

$$S = 0,46$$

# Hipotezler

$$H_0 : \mu = 4,7$$

$$H_1 : \mu > 4,7$$



$$\mu = 4,7$$

$$\bar{X} = 5,0$$

$$N = 22$$

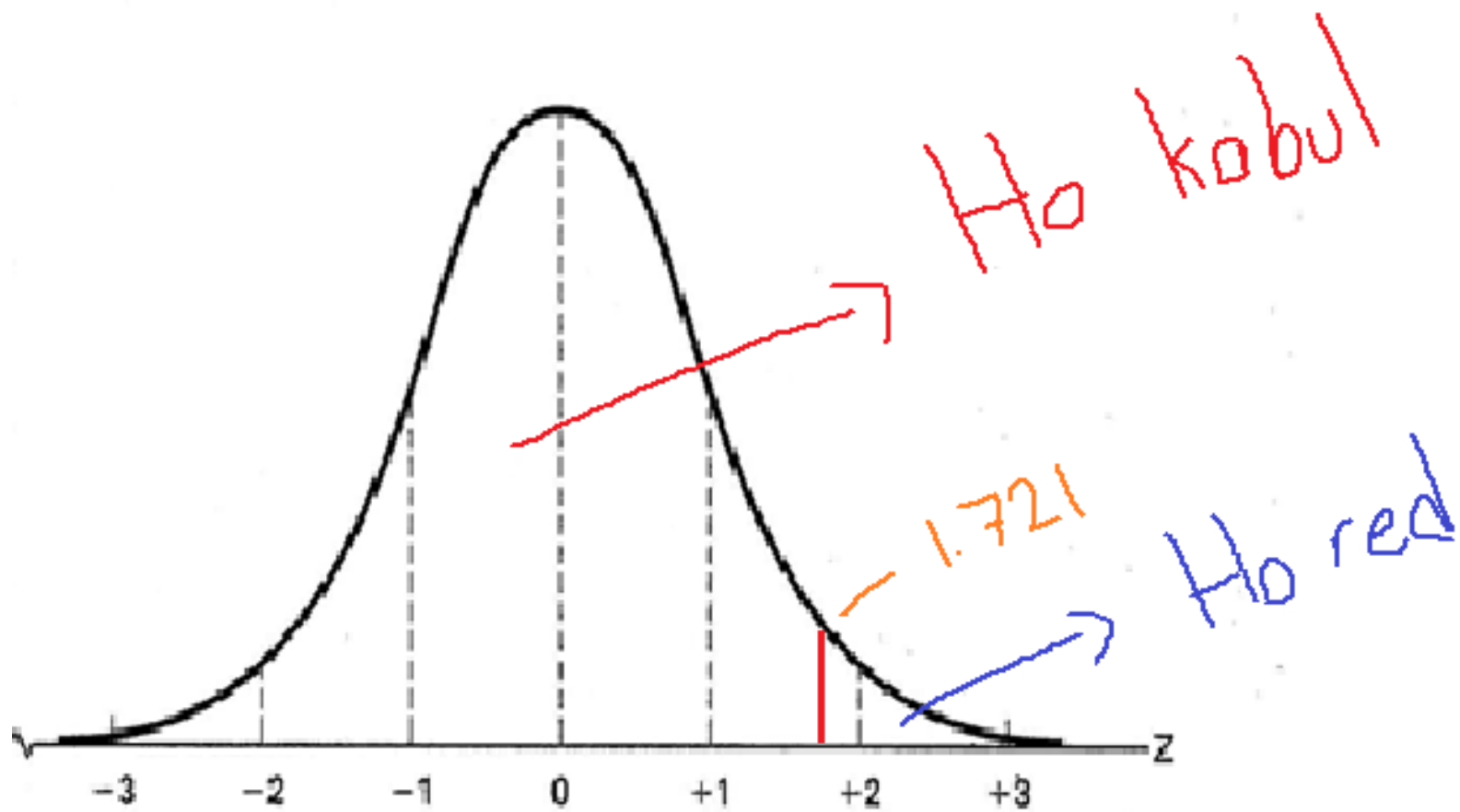
$$SD = 21$$

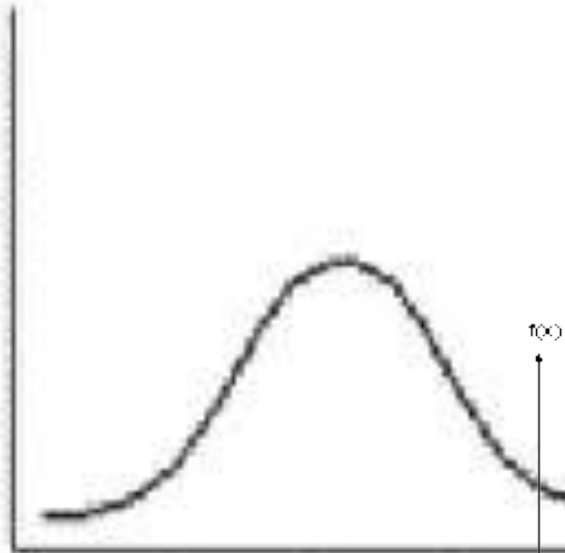
$$S = 0,46$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

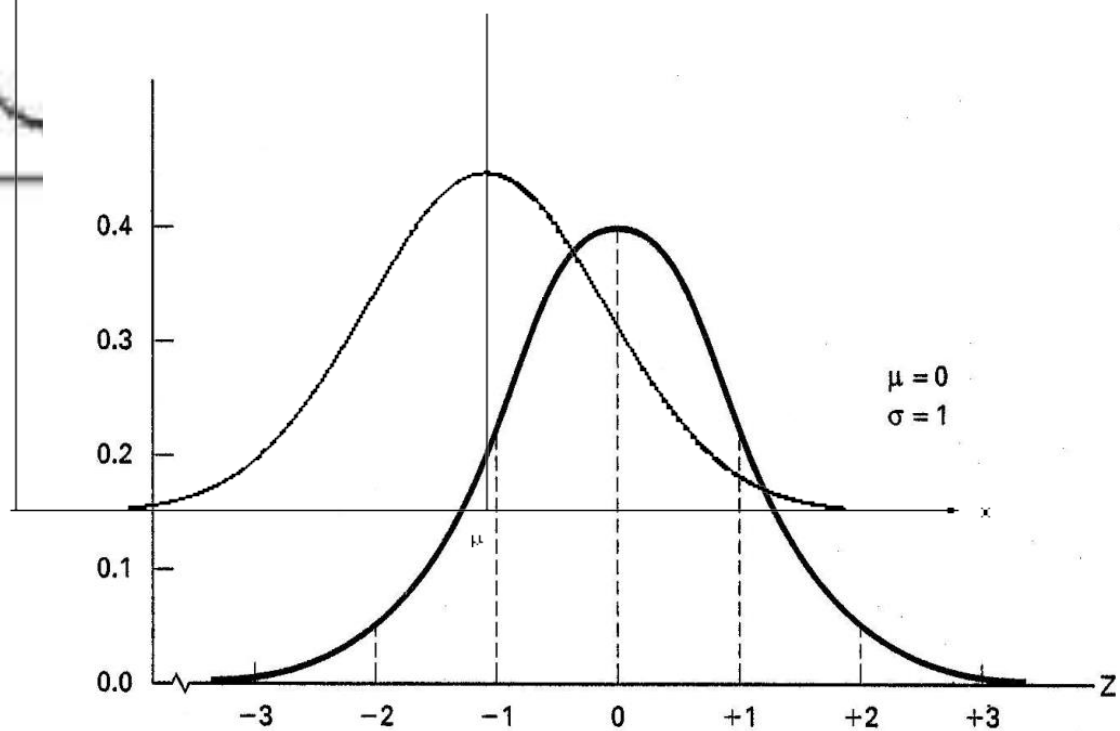
$$t = \frac{5,0 - 4,7}{\frac{0,46}{\sqrt{22}}}$$

$$t = \frac{0,3}{0,098} = 3,058 > 1,721$$





The Normal Distribution



# ÖRNEKLER

- Şimdi Ziraat Bankası gibi 24.000 kişinin çalıştığı büyük bir kuruluşta anket çalışması yapmak istediğinizi düşünün. Herkese anket uygulamanız maliyetli olacaktır. Bunun için kaçınılmaz olarak örnekleme yaptınız ve rastgele 400 kişi seçtiniz. Ancak içinize bir kurt düştü ve bu seçtiğiniz örneklemin ana kütlemin özelliklerini yansıtıp yansıtmadığını test etmek istiyorsunuz. İşte Tek Örneklem t – Testi burada yardımınıza yetişiyor.
- Bunun yanında bir konuya ilişkin tahminlerinizin doğru olup olmadığını da Tek Örneklem t – Testini kullanarak test edebilirsiniz. Örneğin bir şehirdeki insanların yaş ortalamasının 40 olarak tahmin ediyorsunuz. Daha sonra rastgele 100 kişi seçtiniz ve bunların yaş ortalamasını hesapladınız. Fakat örnekleminizin ortalaması 42 çıktı. Tahmininiz hatalı mıydı? Tek Örneklem t – Testini kullanmadan böyle bir sonuca gidemezsiniz. Çünkü hata örneklemden de kaynaklanabilir. Diğer bir ifade ile başka bir 100'lük grup seçerseniz bu grubun yaş ortalaması 38 çıkabilir. En sağlamı herkesi hesaplamaya dahi ederek bu tartışmayı bitirmek gibi gözüküyor. Ancak buna ne zaman ne kaynak yetmez. Ayrıca pratikte herkese de ulaşamazsınız. İşte bu yüzden istatistik hesaplamaları yapıyoruz.





Kızların zeka  
puan  
ortalaması

$$\bar{X} = 80$$

Ortalama Puanlar  
arsındaki fark  
gerçekten var mı?

Erkeklerin zeka  
puan  
ortalaması

$$\bar{X} = 75$$

Hipnoz yöntemi hafıza üzerinde etkili mi?

Hafif hipnoz  
uygulanan  
grup  
(20 kişi)



Ortalama  
hatırlanan  
detay sayısı

Her iki gruba 25  
önemli detay içeren  
bir hikaye  
dinlettirilir.

Ağır hipnoz  
uygulanan  
grup  
(20 kişi)



Ortalama  
hatırlanan  
detay sayısı

Gruplar arasında  
gözüküp fark anlamlı  
mı?