

ANALİTİK FONKSİYONLAR

- S kompleks sayılar kümesi olsun. S üzerinde tanımlı $f(z)$ fonksiyonu S içinde her bir z noktası bir w kompleks sayısına karşılık gelecek şekilde tanımlanır.

$$w = f(z) \quad (S \text{ tanım kümesi})$$

- $f(z) = z^2 \Rightarrow$

$$f(x + iy) = (x + iy)^2 = x^2 + 2xyi - y^2$$

$$u(x, y) = x^2 - y^2 \quad v(x, y) = 2xy$$

$$f(z) = u(x, y) + i v(x, y)$$

$u(x, y)$ ve $v(x, y)$ reel sayılarının her biri, x ve y reel değişkenlerine bağlıdır.

- (x,y) yerine (r,θ) kutupsal (polar) koordinatları kullanılırsa

$$f(z) = z^2 \quad z = r e^{i\theta}$$

$$f(re^{i\theta}) = (re^{i\theta})^2 = r^2 e^{2i\theta} = r^2 \{ \cos(2\theta) + i \sin(2\theta) \}$$

- Polinom: Toplam sonlu sayıda terime sahiptir ve tanım bölgesi tüm z düzlemidir.

$$P(z) = p_0 + p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

- $\frac{p(z)}{q(z)}$ Polinom oranına rasyonel fonksiyonlar denir ve her bir z noktasında tanımlıdır.

- z 'nin her bir değerine yalnızca bir tek w değeri karşı geliyorsa w 'ya z 'nin **tek değerli fonksiyonu** denir. Eđer her bir z değerine birden fazla w değeri karşı geliyorsa, o zaman w 'ya z 'nin **çok değerli veya çoklu değerli fonksiyonu** denir.
- $w = z^{1/2}$ w 'nin her bir z değerine karşı gelen iki farklı değeri vardır. w , z 'nin çok değerli fonksiyonudur.
- Örneęin $w = z^2$: her bir z değerine karşı gelen tek bir w fonksiyonu vardır. Tek değerli fonksiyondur.

GÖRÜNTÜ (TASVİR, MAPPINGS)

- $w=f(z)$ tanımında z kompleks olduğunda, fonksiyonun grafiksel gösterimi uygun değildir. Çünkü z ve w sayılarının her biri, bir çizgiden daha çok bir düzlem üzerinde bulunurlar.

Ancak $w = (u, v)$ ve $z = (x, y)$ noktalarına karşı gelen çiftlerin gösterimi fonksiyon hakkında bilgi verebilir. Genellikle z ve w düzlemlerini ayrı ayrı çizmek gereklidir.

- Tanımlı S bölgesinde (domain) z noktasının görüntüsü $w = f(z)$ noktasıdır. S içinde bulunan T kümesindeki tüm noktaların görüntü kümesi, T 'nin görüntüsü olarak adlandırılır.
- Tanımlı S bölgesinin tamamının görüntüsü fonksiyonun aralığı (*range*) olarak adlandırılır. w noktasının ters görüntüsü, görüntü olarak w 'nin sahip olduğu fonksiyonun tanım bölgesindeki (domain) tüm z noktalarının kümesidir. Noktanın ters görüntüsü, tek bir nokta veya pek çok nokta içerir veya hiç nokta içermez.

- Nokta olmadığı durumda, w , S bölgesinde değildir demektir.
- Öteleme, dönme ve yansıma terimleri belli görüntü özelliklerini ifade etmek için kullanılır.

Öteleme:

$$w = z + 1 = (x + iy) + 1 = (x + 1) + iy$$

Dönme:

$$w = iz = r \exp\left\{i\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right\} \quad z = r e^{i\theta} \quad i = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

Yansıma:

$$w = z^* \Rightarrow w = x - iy$$

KAYNAKLAR

- Complex Variables and Applications, J.W. Brown and R.V. Churchill, 1990.
- Kısmi Diferansiyel Denklemler, Schaum's Outlines, P. Duchateu ve D.W. Zachmann, 2000.
- Complex Analysis, Theodore W. Gamelin, 2001.