

LİMİT

- $f(z)$ fonksiyonu z 'nin bazı ihmal edilen komşuluklarındaki tüm z noktalarında tanımlanmış olsun. z, z_0 'a yaklaşırken, $f(z)$ ' nin limiti :

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = w_0$$

$$|f(z) - w_0| < \epsilon \quad 0 < |z - z_0| < \delta$$

olacak şekilde pozitif δ sayısının vardır.

- $f(z)$, $g(z)$ kompleks fonksiyonlar olsun.

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = w_0 \qquad \lim_{z \rightarrow z_0} g(z) = W_0$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} [f(z) + g(z)] = w_0 + W_0$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} [f(z) g(z)] = w_0 W_0$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \left[\frac{f(z)}{g(z)} \right] = \frac{w_0}{W_0} \quad , \quad W_0 \neq 0$$

- $\lim_{z \rightarrow z_0} c = c$ c bir sabit...

- $\lim_{z \rightarrow z_0} z^n = z_0^n$

SÜREKLİLİK

- Aşağıdaki üç koşul sağlanırsa, $f(z)$ fonksiyonu, z_0 noktasında **süreklidir** denir.

$$\left. \begin{array}{l} 1 - \lim_{z \rightarrow z_0} f(z) \\ 2 - f(z_0) \\ 3 - \lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = f(z_0) \end{array} \right\} \text{varsa}$$

3 durumu, 1 ve 2 durumlarını kapsar.

- Her bir pozitif ϵ sayısı için

$$|f(z) - f(z_0)| < \epsilon, \quad |z - z_0| < \delta \quad \text{olan}$$

pozitif bir δ sayısı vardır. Kompleks değişken fonksiyon bir R bölgesinde her noktada sürekli ise, R bölgesinde süreklidir denir.

TÜREV

- $f(z)$, z_0 noktasında bir komşuluk içeren tanım bölgesinde bir fonksiyon olsun. $f(z)$ 'nin z_0 'daki türevi, $f'(z)$, aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$f'(z_0) = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z) - f(z_0)}{z - z_0}$$

bu denklem limitin varlığını sağlar. Fonksiyon z_0 'da türevelenebilir ve türevlenebilir denir.

$$\Delta z = z - z_0 \Rightarrow f'(z_0) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z_0 + \Delta z) - f(z_0)}{\Delta z}$$

$$\Delta w = f(z_0 + \Delta z) - f(z)$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta z} = \frac{dw}{dz}$$

- $f(z)$ fonksiyonunun sürekliliği:

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} f(z) = f(z_0)$$

- $f'(z) \equiv \frac{d f(z)}{dz}$

- $\frac{d}{dz}(z) = 1$

- c bir sabit olmak üzere

$$\frac{d}{dz}(c) = 0$$

- c bir sabit olmak üzere

$$\frac{d}{dz}\{c f(z)\} = c f'(z)$$

- $\frac{d}{dz}(z^n) = n z^{n-1}$

- $f(z)$ ve $g(z)$ fonksiyonlarının z noktasında türevi varsa:

$$\frac{d}{dz} \{f(z) + g(z)\} = f'(z) + g'(z)$$

$$\frac{d}{dz} \{f(z) g(z)\} = f(z) g'(z) + f'(z) g(z)$$

$$\frac{d}{dz} \left\{ \frac{f(z)}{g(z)} \right\} = \frac{f(z) g'(z) - f'(z) g(z)}{|g(z)|^2}$$

$$g(z) \neq 0$$

KAYNAKLAR

- Complex Variables and Applications, J.W. Brown and R.V. Churchill, 1990.
- Kısmi Diferansiyel Denklemler, Schaum's Outlines, P. Duchateu ve D.W. Zachmann, 2000.
- Complex Analysis, Theodore W. Gamelin, 2001.