



GGY 112

İSTATİSTİK

Doç. Dr. Furkan BAŞER
Ankara Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Fakültesi



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



6. HAFTA

ÖRNEKLEME İSTATİSTİKLERİNİN DAĞILIMI



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



ÖRNEK ORTALAMASI

Elemanların her birine sayısal değer bağlanmış bir yığın göz önüne alınsın.
Örneğin, yığın belirli bir toplumdaki yetişkinlerden oluşuyor olabilir ve her bir yetişkine bağlanan onun yıllık geliri, boyunun uzunluğu, yaşı vs. olabilir.



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL

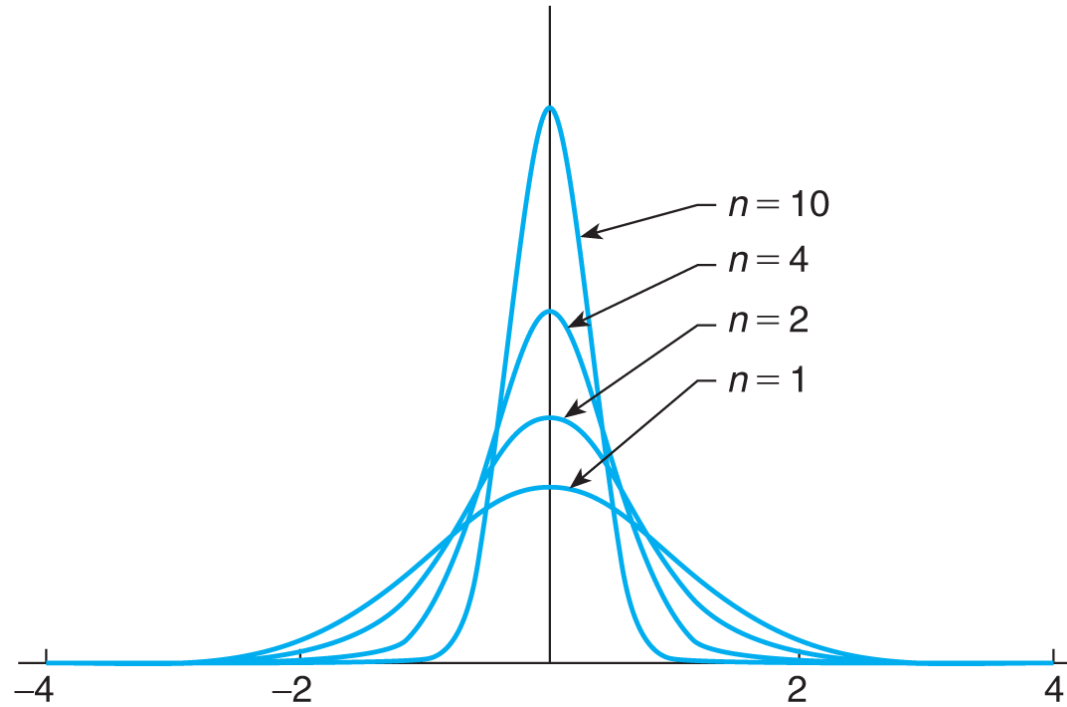


RICS



ÖRNEK ORTALAMASI

Standart normal yığından alınan örnek ortalamalarının yoğunlukları



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



MERKEZÎ LİMİT TEOREMİ

Bu bölümde olasılıkta en dikkate değer sonuçlardan birini, yani *merkezî limit teoremini* ele alacağız.



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



MERKEZÎ LİMİT TEOREMİ

Teorem 6.3.1 Merkezî Limit Teoremi

X_1, X_2, \dots, X_n 'ler her biri μ ortalama ve σ^2 varyansına sahip bağımsız ve aynı dağılmış rastgele değişkenlerin bir dizisi olsun. O zaman büyük n 'ler için,

$$X_1 + \dots + X_n$$

ortalaması $n\mu$ ve varyansı $n\sigma^2$ ile yaklaşık olarak normal dağılır.

Merkezî limit teoreminden,

$$\frac{X_1 + \dots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$$

rastgele değişkeninin yaklaşık olarak standart normal dağılıma sahip olduğu görülür; böylece büyük n 'ler için, Z standart normal rastgele değişken olmak üzere

$$P \left\{ \frac{X_1 + \dots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} < x \right\} \approx P\{Z < x\}$$

olur.



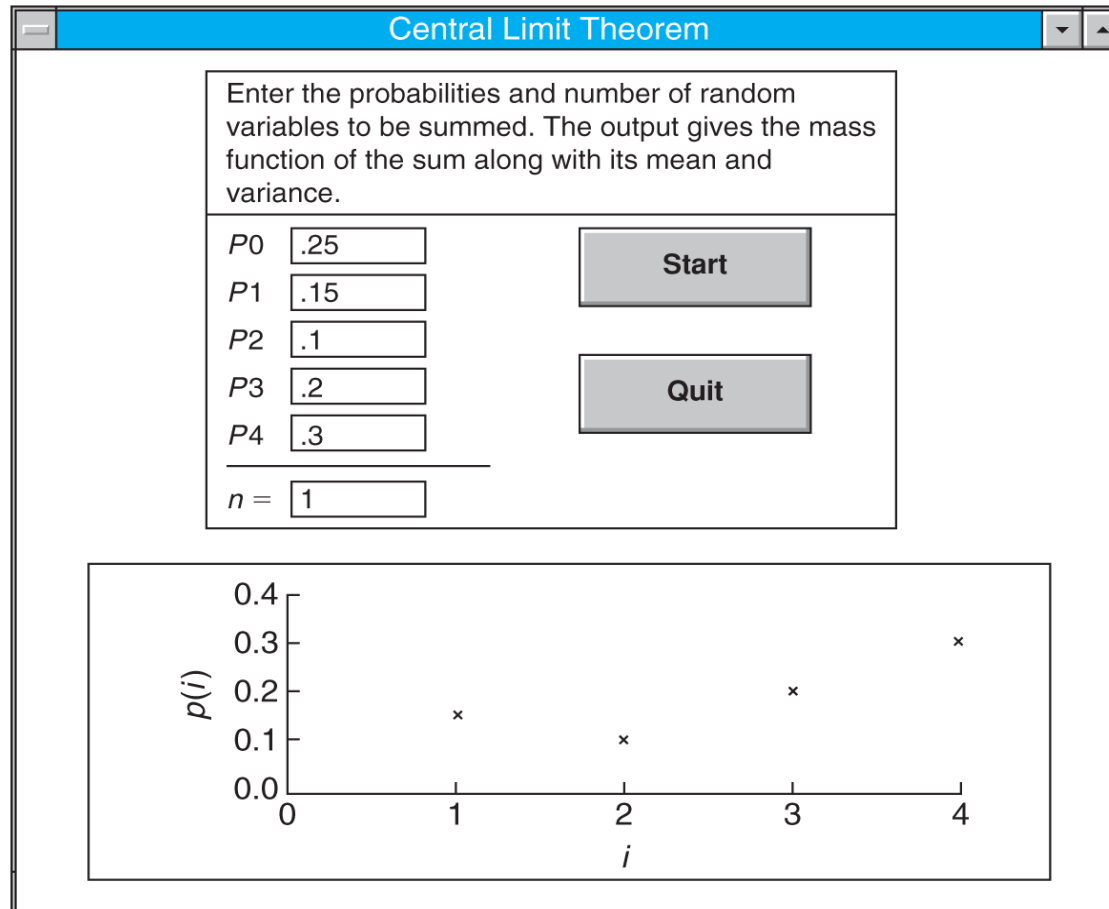
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



MERKEZİ LİMİT TEOREMİ



(a)



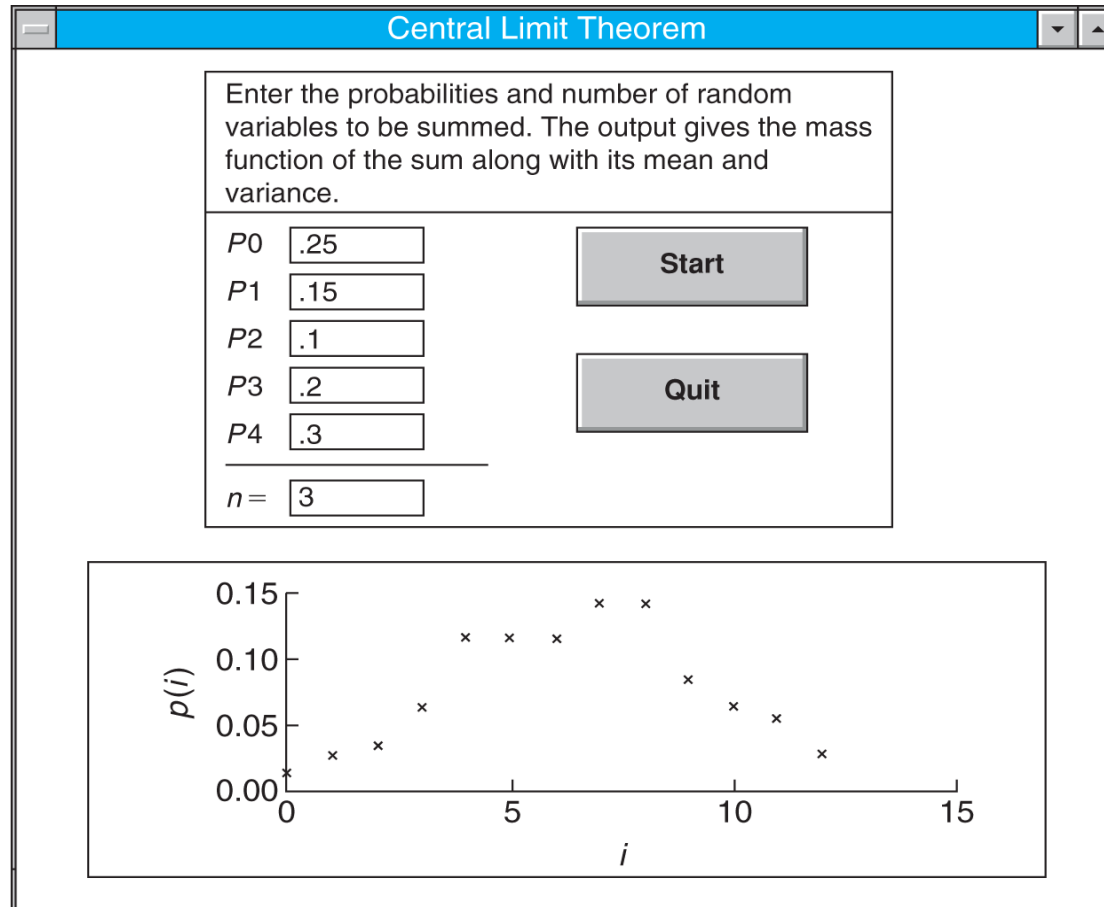
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



MERKEZÎ LİMİT TEOREMİ



(b)



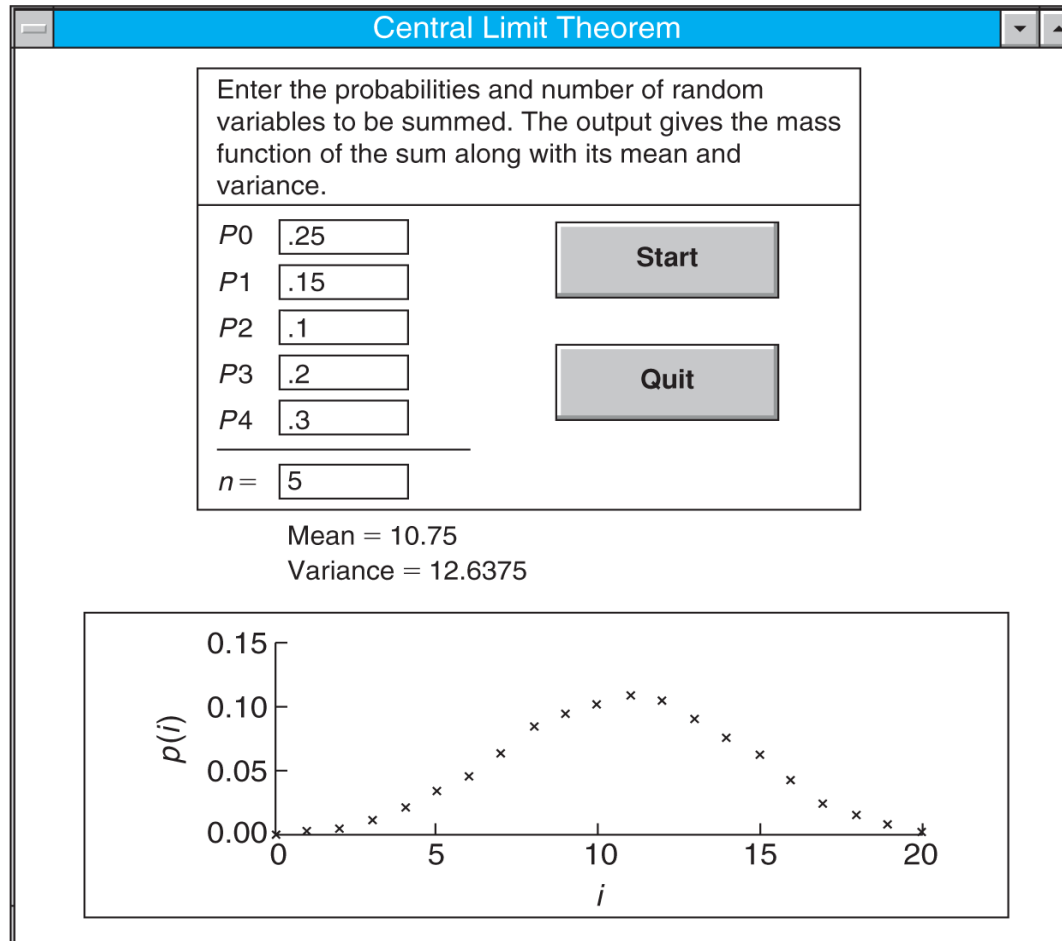
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



MERKEZİ LİMİT TEOREMİ



(c)



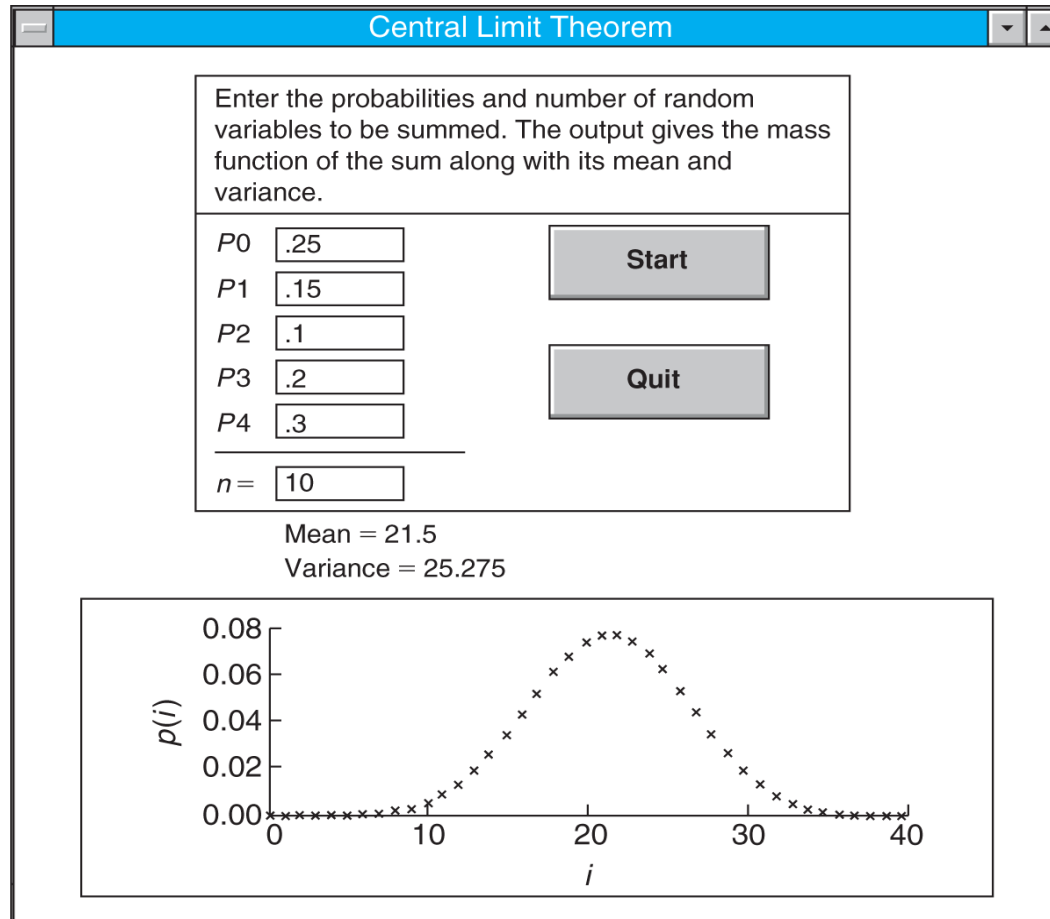
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



MERKEZÎ LİMİT TEOREMİ



(d)



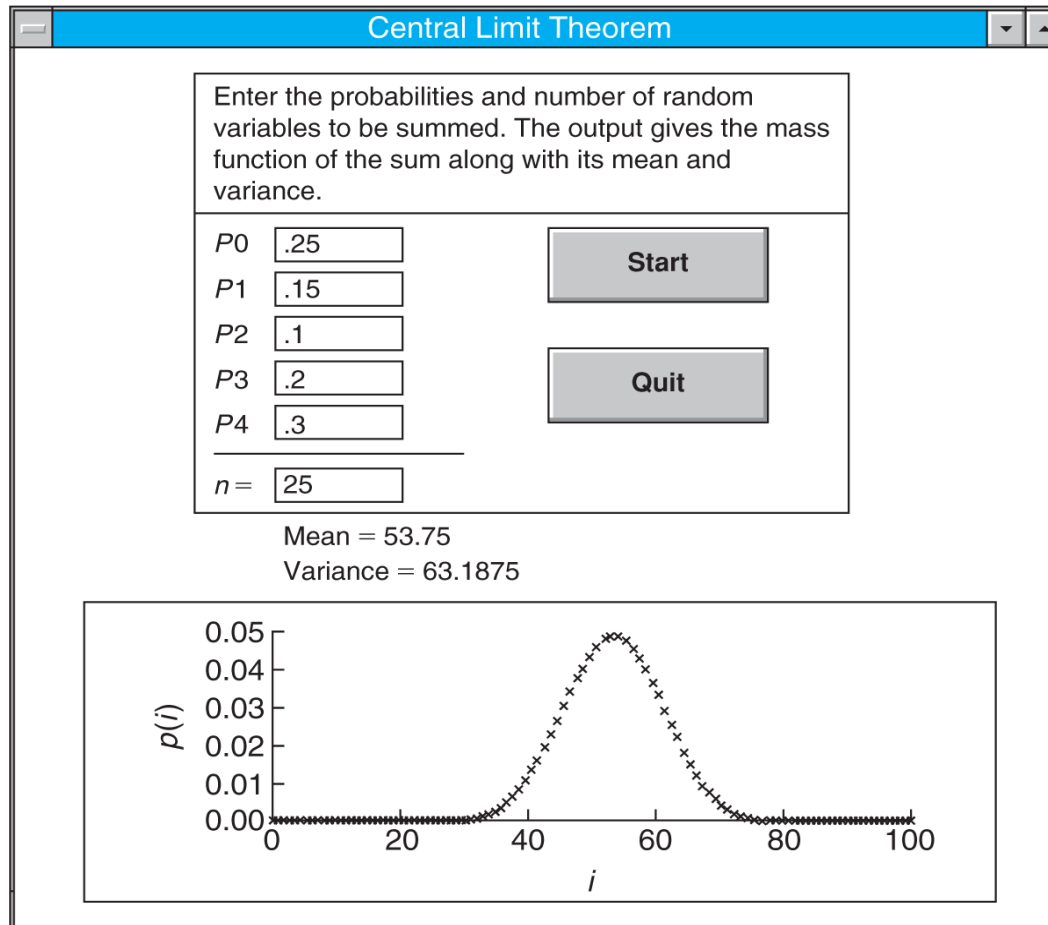
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



MERKEZİ LİMİT TEOREMİ



(e)



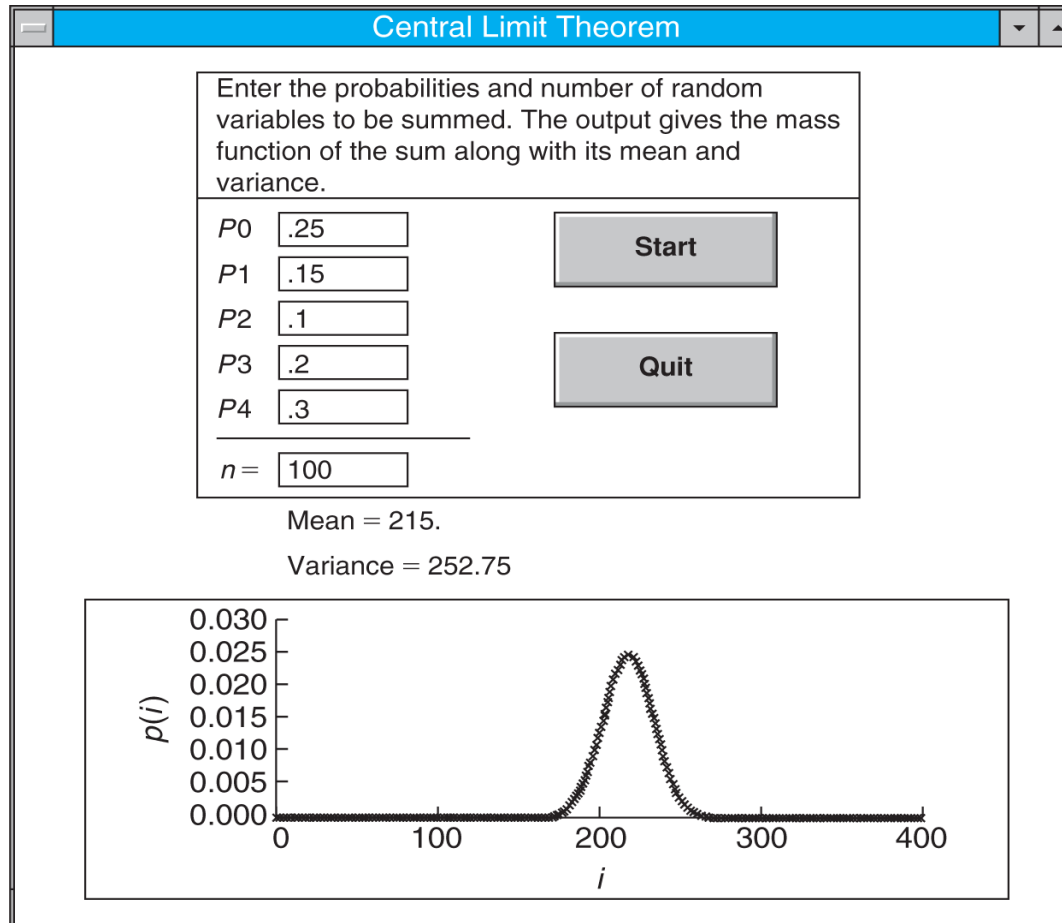
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



MERKEZÎ LİMİT TEOREMİ



(f)



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL

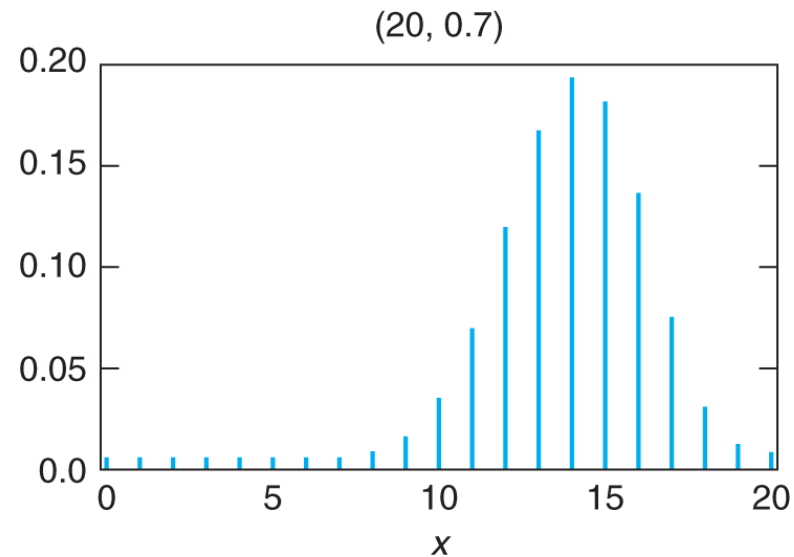
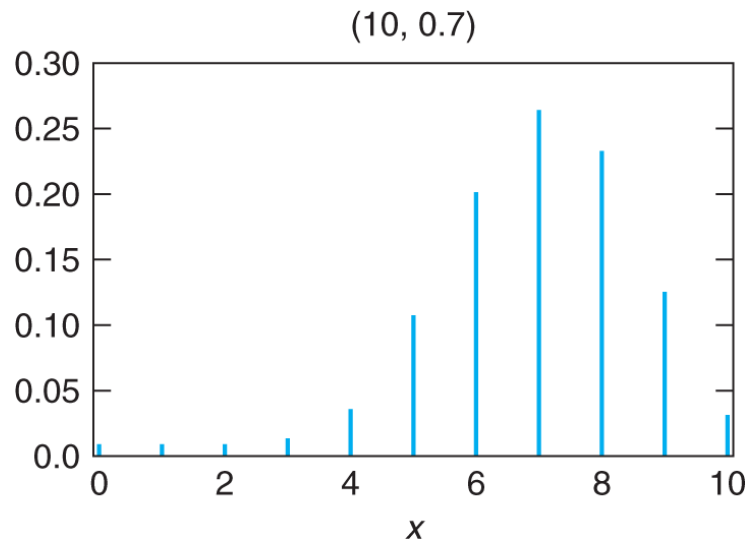


RICS



MERKEZÎ LİMİT TEOREMİ

Normal Yoğunluğu yakınsayan binom olasılık kitle fonksiyonları



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL

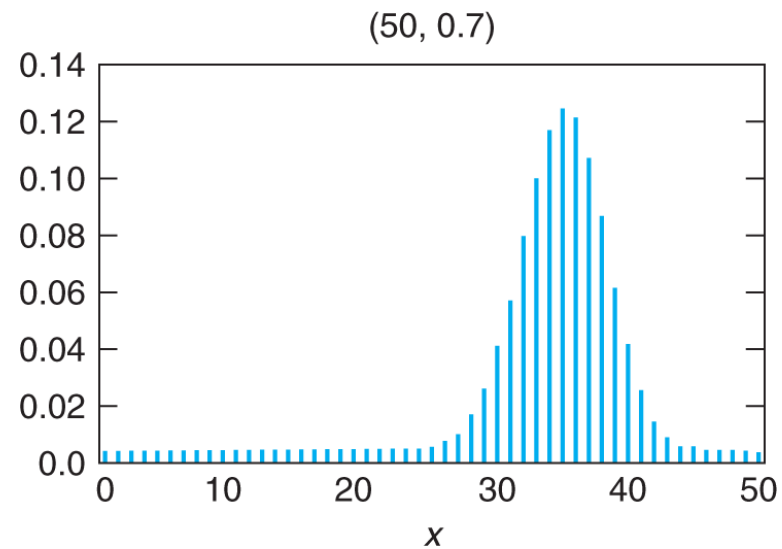
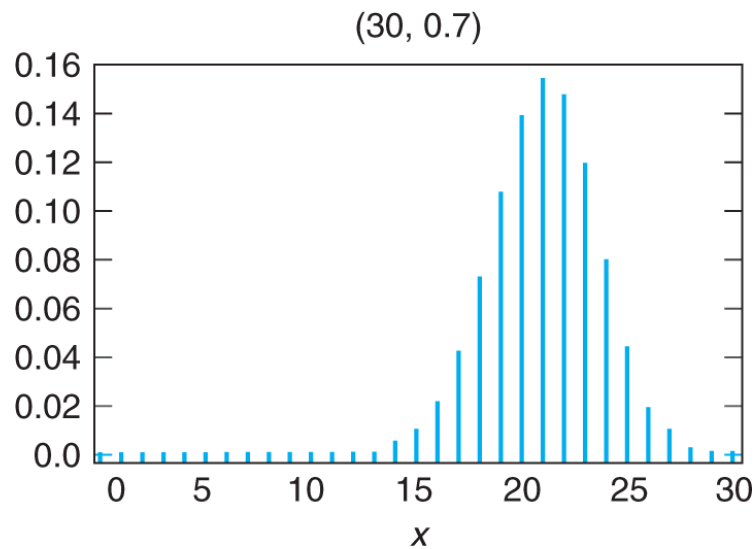


RICS



MERKEZÎ LİMİT TEOREMİ

Normal Yoğunluğu yakınsayan binom olasılık kitle fonksiyonları



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



ÖRNEK UYGULAMASININ YAKLAŞIK DAĞILIMI

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NE BÜYÜKLÜKTE BİR ÖRNEK GEREKLİ?



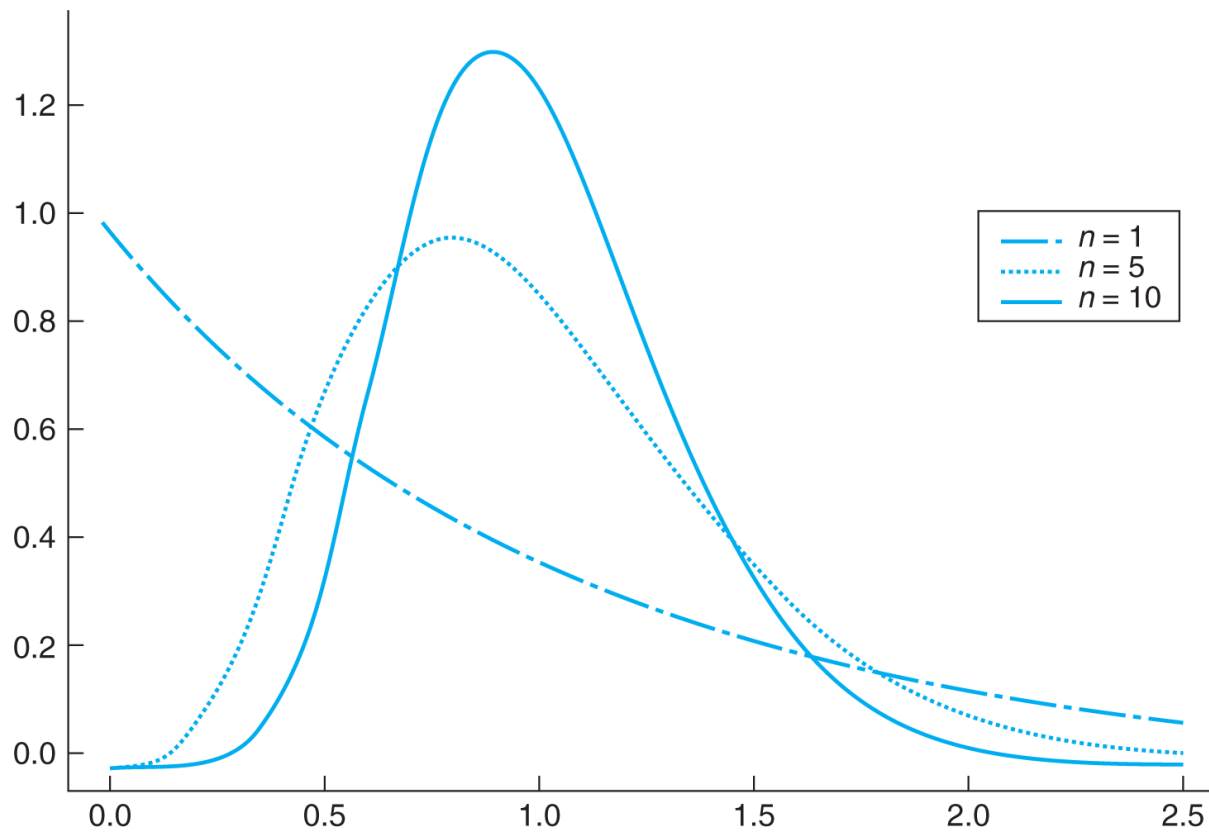
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



Ortalaması 1 olan n Üstel rastgele değişkenin ortalamasının yoğunlukları



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



Tanım

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL

RICS



NORMAL YIĞINDAN ÖRNEKLEME DAĞILIMLARI

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n$$

ve

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



ÖRNEK ORTALAMASININ DAĞILIMI

$$E[\bar{X}] = \sum_{i=1}^n \frac{E[X_i]}{n} = \mu$$

ve varyansı

$$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i) = \sigma^2/n$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



ÖRNEK ORTALAMASININ DAĞILIMI

\bar{x} ve s^2 'nin ortak dağılımı

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2$$

özdeşliğinden,

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 - n(\bar{x} - \mu)^2$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



SONLU BİR YIĞINDAN ÖRNEKLEME

Şimdi N çaplı bir yığından n çaplı bir rastgele örnek seçildiğini varsayalım. $i = 1, \dots, n$ için

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{örneğin } i. \text{ üyesi karakteristiğe sahipse} \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

olarak tanımlayalım.



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS

