



# GGY 112

# İSTATİSTİK

**Doç. Dr. Furkan BAŞER**  
Ankara Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Fakültesi



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



**RICS**



# 10. HAFTA

## VARYANS ANALİZİ



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# BİR YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

$$X_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma^2), \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

olsun. Burada

$H_1$ : tüm ortalamalar eşit değildir

hipotezine karşı

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_m$$



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# BİR YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

$F_{r,s,.05}$  değerleri

$s =$ Payda için Serbestlik Derecesi	$r =$ Pay için Serbestlik Derecesi			
	1	2	3	4
4	7.71	6.94	6.59	6.39
5	6.61	5.79	5.41	5.19
10	4.96	4.10	3.71	3.48



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# BİR YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

*p*-values in a One-way ANOVA

	Sample 1	Sample 2	Sample 3
1	220	244	252
2	251	235	272
3	226	232	250
4	246	242	238
5	260	225	256

---


$$\frac{SS_W}{M*(N-1)} = 165.9667$$

$$\frac{SS_B}{M-1} = 431.6667$$

The value of the *F*-statistic is 2.6009  
 The *p*-value is 0.1124



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# BİR YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

## Bir Yönlü ANOVA Tablosu

Değişim Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Test İstatistiğinin Değeri
Örnekler arası	$SS_b = n \sum_{i=1}^m (X_i. - X_{..})^2$	$m - 1$	$TS = \frac{SS_b / (m-1)}{SS_W / (nm-m)}$
Örnekler içi	$SS_W = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - X_{i.})^2$	$nm - m$	

$\alpha$  anlam düzeyli test:  
 $TS \geq F_{m-1, nm-m, \alpha}$  ise,  $H_0$ 'ı reddet  
aksi halde, reddetme.

$TS = v$  olduğunda,  $p$ -değeri =  $P\{F_{m-1, nm-m} \geq v\}$



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# EŞİT OLMAYAN ÖRNEK ÇAPLARIYLA BİR YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ



$$X_{ij} \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma^2)$$



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# İKİ YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ: GİRİŞ VE PARAMETRE TAHMİNİ

Standartlaştırılmış dört farklı okuma başarısı testi 5'er öğrenciye uygulanmış ve aşağıdaki tabloda gösterilen sonuçlar elde edilmiştir.

Test	Öğrenci				
	1	2	3	4	5
1	75	73	60	70	86
2	78	71	64	72	90
3	80	69	62	70	85
4	73	67	63	80	92



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS





# İKİ YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ: GİRİŞ VE PARAMETRE TAHMİNİ

Veri kümesini çoğunlukla aşağıdaki satır ve sütun sıraları biçiminde gösteririz.

$$\begin{array}{cccccc} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1j} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2j} & \dots & X_{2n} \\ X_{i1} & X_{i2} & \dots & X_{ij} & \dots & X_{in} \\ X_{m1} & X_{m2} & \dots & X_{mj} & \dots & X_{mn} \end{array}$$



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# İKİ YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ: HİPOTEZLERİN TEST EDİLMESİ

Verilerin  $X_{ij}, i = 1, \dots, m$  ve  $j = 1, \dots, n$  biçiminde olduğu iki faktörlü modeli ele alalım. Bu verilerin

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i = \sum_{j=1}^n \beta_j = 0$$

olmak üzere,  $\sigma^2$  ortak varyanslı ve ortalama değerlerin

$$E[X_{ij}] = \mu + \alpha_i + \beta_j$$

eşitliğini sağladığı bağımsız normal rastgele değişkenler olduğu varsayılır.



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# İKİ YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ: HİPOTEZLERİN TEST EDİLMESİ

## İki Yönlü ANOVA

	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi
Satır	$SS_r = n \sum_{i=1}^m (X_{i.} - X_{..})^2$	$m - 1$
Sütun	$SS_c = \sum_{j=1}^n (X_{.j} - X_{..})^2$	$n - 1$
Hata	$SS_e = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - X_{i.} - X_{.j} + X_{..})^2$	$(n - 1)(m - 1)$

$N = (n - 1)(m - 1)$  alınsın.

Sıfır Hipotezi	Test İstatistiği	$\alpha$ Anlam Düzeyli Test	$TS = v$ iken $p$ -değeri
Tüm $\alpha_i = 0$	$\frac{SS_r / (m - 1)}{SS_e / N}$	$TS \geq F_{m-1, N, \alpha}$ olduğunda, reddet.	$P\{F_{m-1, N} \geq v\}$
Tüm $\beta_j = 0$	$\frac{SS_c / (n - 1)}{SS_e / N}$	$TS \geq F_{n-1, N, \alpha}$ olduğunda, reddet.	$P\{F_{n-1, N} \geq v\}$



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# İKİ YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ: HİPOTEZLERİN TEST EDİLMESİ

The  $p$ -values in a Two-way ANOVA

	A	B	C	D	E	F	↑
1	53	35	31	37	40	43	
2	36	34	17	21	30	18	
3	47	37	17	31	45	26	
4	55	31	17	23	43	37	
5	40	32	19	26	45	37	

Start

Quit

The value of the  $F$ -statistic for testing that there is no row effect is 3.72985  
The  $p$ -value for testing that there is no row effect is 0.00404  
The value of the  $F$ -statistic for testing that there is no column effect is 22.47898  
The  $p$ -value for testing that there is no column effect is less than 0.0001



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# ETKİLEŞİMLİ İKİ YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

$$X_{ij} \sim \mathcal{N}(\mu + \alpha_i + \beta_j, \sigma^2), \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS



# ETKİLEŞİMLİ İKİ YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

The  $p$ -values in a Two-way ANOVA with a Possible Interaction

Enter the number of rows:

Enter the number of columns:

Enter the number of observations in each cell:

**Begin Data Entry**

**Quit**



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



**RICS**



# ETKİLEŞİMLİ İKİ YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

The  $p$ -values in a Two-way ANOVA with Possible Interaction

Click on a cell to enter data

	A	B
1	135, 150, 176, 85	50, 55, 64, 38
2	150, 162, 171, 120	76, 88, 91, 57
3	138, 111, 140, 106	68, 60, 74, 51

Start

Clear All Observations

The value of the  $F$ -statistic for testing that there is no row effect is 2.47976  
 The  $p$ -value for testing that there is no row effect is 0.1093  
 The value of the  $F$ -statistic for testing that there is no column effect is 69.63223  
 The  $p$ -value for testing that there is no column effect is less than 0.0001  
 The value of the  $F$ -statistic for testing that there is no interaction effect is 0.64625  
 The  $p$ -value for testing that there is no interaction effect is 0.5329



INTERNATIONAL  
VALUATION  
STANDARDS  
COUNCIL



RICS

