



GGY 112

İSTATİSTİK

Doç. Dr. Furkan BAŞER
Ankara Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Fakültesi



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



7. HAFTA

PARAMETRE TAHMİNİ



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



EN ÇOK OLABİLİRLİK TAHMİN EDİCİLERİ

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= f_{X_1}(x_1)f_{X_2}(x_2) \cdots f_{X_n}(x_n) \\ &= \frac{1}{\theta} e^{-x_1/\theta} \frac{1}{\theta} e^{-x_2/\theta} \cdots \frac{1}{\theta} e^{-x_n/\theta}, & 0 < x_i < \infty, i = 1, \dots, n \\ &= \frac{1}{\theta^n} \exp \left\{ - \sum_{i=1}^n x_i/\theta \right\}, & 0 < x_i < \infty, i = 1, \dots, n \end{aligned}$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



EN ÇOK OLABİLİRLİK TAHMİN EDİCİLERİ

- Bernoulli Parametresinin En Çok Olabilirlik Tahmin Edicisi
- Poisson Parametresinin En Çok Olabilirlik Tahmin Edicisi
- Normal Yığılma En Çok Olabilirlik Tahmin Edicisi
- Düzgün Dağılımın Ortalamasının Tahmini



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



ARALIK TAHMİNLERİ

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \sqrt{n} \frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma}$$



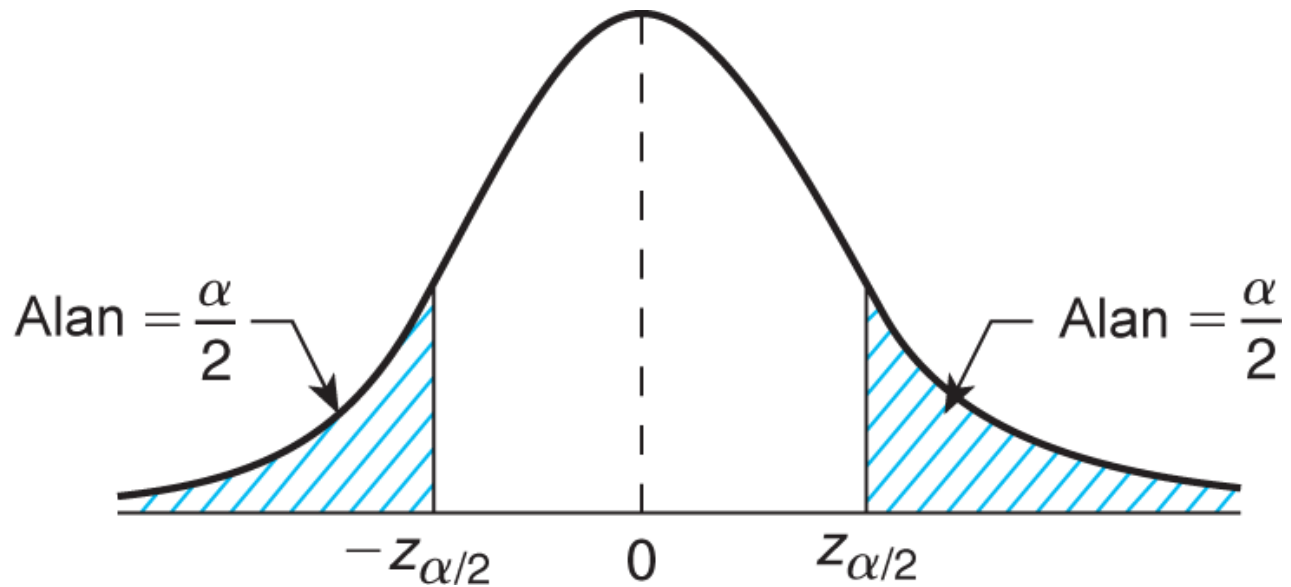
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



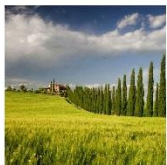
RICS



ARALIK TAHMİNLERİ



$$P\{-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}\} = 1 - \alpha.$$



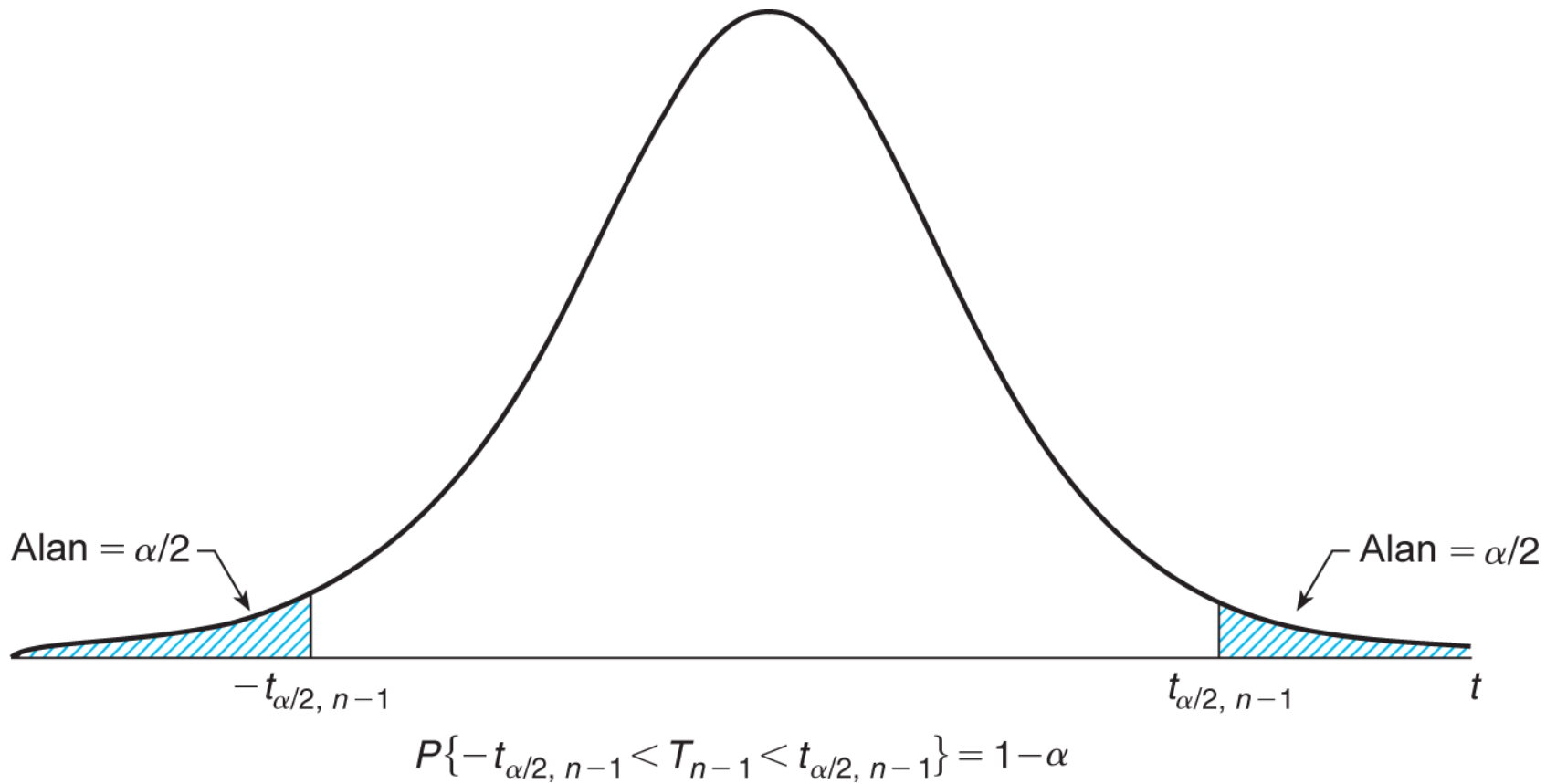
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



ARALIK TAHMİNLERİ



t yoğunluk fonksiyonu



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



ARALIK TAHMİNLERİ

Confidence Interval: Unknown Variance

Sample size = 15

Data value =

Data Values

- 54
- 63
- 58
- 72
- 49
- 92
- 70

Enter the value of α :
($0 < \alpha < 1$)

One-Sided

Two-Sided

Upper

Lower

The 95% confidence interval for the mean is (60.865, 77.6683)

(a)



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



ARALIK TAHMİNLERİ

Confidence Interval: Unknown Variance

Sample size = 15

Data value =

Data Values

54	↑
63	
58	
72	
49	
92	
70	↓

Enter the value of a:
($0 < a < 1$)

One-Sided Two-Sided

Upper Lower

The 95% lower confidence interval for the mean is $(-\infty, 76.1662)$

(b)



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



ARALIK TAHMİNLERİ

Varsayım	Parametre	Güven Aralığı	Alt Aralık	Üst Aralık
σ^2 biliniyor	μ	$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\left(-\infty, \bar{X} + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$	$\left(\bar{X} + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \infty\right)$
σ^2 bilinmiyor	μ	$\bar{X} \pm t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$	$\left(-\infty, \bar{X} + t_{\alpha, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}\right)$	$\left(\bar{X} - t_{\alpha, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}, \infty\right)$
μ bilinmiyor	σ^2	$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}\right)$	$\left(0, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha, n-1}^2}\right)$	$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha, n-1}^2}, \infty\right)$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALAR FARKINI TAHMİN ETME

X_1, X_2, \dots, X_n ; μ_1 ortalamalı ve σ_1^2 varyanslı normal dağılımdan n çaplı bir örnek ve Y_1, \dots, Y_m ; μ_2 ortalamalı ve σ_2^2 varyanslı normal dağılımdan m çaplı bir örnek olsun ve bu iki örneğin birbirinden bağımsız olduğunu kabul edelim. Burada $\mu_1 - \mu_2$ farkının tahmini ile ilgileniyoruz.



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALAR FARKINI TAHMİN ETME



Confidence Interval: Two Normal Means, Known Variance

List 1 | Sample size = 14

Data value =

34
54
52
37
51
44
35
44

Population Variance =

Şeklin devamı bir sonraki slaytta yer almaktadır!



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALAR FARKINI TAHMİN ETME



List 2 Sample size = 12

Data value =

Population Variance =

Enter the value of a:
($0 < a < 1$)

One-Sided Upper

Two-Sided Lower

The 95% confidence interval for the mean is ($-19.6056, -6.4897$)

(a)



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALAR FARKINI TAHMİN ETME



Confidence Interval: Two Normal Means, Known Variance

List 1 Sample size = 14

Data value =

34
54
52
37
51
44
35
44

Population Variance =

Şeklin devamı bir sonraki slaytta yer almaktadır!



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALAR FARKINI TAHMİN ETME



List 2	Sample size = 12																
Data value =	<input type="text" value="62"/>																
<input type="button" value="Add This Point To List 2"/>																	
<input type="button" value="Remove Selected Point From List 2"/>																	
	<table border="1"><tr><td>66</td><td>↑</td></tr><tr><td>52</td><td></td></tr><tr><td>60</td><td></td></tr><tr><td>44</td><td></td></tr><tr><td>48</td><td></td></tr><tr><td>46</td><td></td></tr><tr><td>70</td><td></td></tr><tr><td>62</td><td>↓</td></tr></table>	66	↑	52		60		44		48		46		70		62	↓
66	↑																
52																	
60																	
44																	
48																	
46																	
70																	
62	↓																
	Population Variance = <input type="text" value="100"/>																
	<input type="button" value="Clear List 2"/>																
Enter the value of a: ($0 < a < 1$)	<input type="text" value="0.05"/>																
<input checked="" type="radio"/> One-Sided	<input type="radio"/> Upper																
<input type="radio"/> Two-Sided	<input checked="" type="radio"/> Lower																
	<input type="button" value="Start"/>																
	<input type="button" value="Quit"/>																

The 95% lower confidence interval for the mean is $(-\infty, -7.544)$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALAR FARKINI TAHMİN ETME



Confidence Interval: Unknown But Equal Variances

List 1 Sample size = 12

Data value =

152 ↑
144
132
142
150
154
136
142 ↓

Şeklin devamı bir sonraki slaytta yer almaktadır!



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALAR FARKINI TAHMİN ETME



List 2	Sample size = 14		
Data value =	<input type="text" value="135"/>	<input type="text" value="134"/>	<input type="text" value="130"/>
<input type="button" value="Add This Point To List 2"/>		<input type="text" value="146"/>	<input type="text" value="128"/>
<input type="button" value="Remove Selected Point From List 2"/>		<input type="text" value="131"/>	<input type="text" value="137"/>
		<input type="text" value="135"/>	<input type="text" value="135"/>
Enter the value of a: ($0 < a < 1$)	<input type="text" value=".1"/>	<input type="button" value="Start"/>	<input type="button" value="Clear List 2"/>
<input type="radio"/> One-Sided	<input checked="" type="radio"/> Upper	<input type="button" value="Quit"/>	
<input checked="" type="radio"/> Two-Sided	<input type="radio"/> Lower		
The 90% confidence interval for the mean difference is (2.4971, 11.9315)			



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALAR FARKINI TAHMİN ETME



Confidence Interval: Unknown but Equal Variances

List 1 Sample size = 12

Data value =

152 ↑
144
132
142
150
154
136
142 ↓

Şeklin devamı bir sonraki slaytta yer almaktadır!



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALAR FARKINI TAHMİN ETME



List 2 Sample size = 14

Data value =

Enter the value of a:
($0 < a < 1$)

One-Sided Upper
 Two-Sided Lower

134 ↑
130
146
128
131
137
135 ↓

The 95% lower confidence interval for the mean difference is (2.4971, infinity)



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



BERNOULLİ RASTGELE DEĞİŞKENİNİN ORTALAMASI İÇİN YAKLAŞIK GÜVEN ARALIĞI



Her biri bağımsız olarak bilinmeyen bir p olasılığıyla belli standartları sağlayan parçaların oluşturduğu bir yığınyı ele alalım. Standartları sağlayıp sağlamadığını belirlemek için n parça test edildiğinde, p 'ye ilişkin güven aralığını elde etmek için sonuçlanan veriyi nasıl kullanabiliriz?



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



BERNOULLİ RASTGELE DEĞİŞKENİNİN ORTALAMASI İÇİN YAKLAŞIK GÜVEN ARALIĞI



Varsayım

Güven Aralığı

σ_1, σ_2 biliniyor

$$\bar{X} - \bar{Y} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\sigma_1^2/n + \sigma_2^2/m}$$

σ_1, σ_2 bilinmiyor, ancak eşit

$$\bar{X} - \bar{Y} \pm t_{\alpha/2, n+m-2} \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right) \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}$$

$\mu_1 - \mu_2$ için üst güven aralığı $\mu_2 - \mu_1$ için alt güven aralığından elde edilir.

Şeklin devamı bir sonraki slaytta yer almaktadır!



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



BERNOULLİ RASTGELE DEĞİŞKENİNİN ORTALAMASI İÇİN YAKLAŞIK GÜVEN ARALIĞI



Varsayım

Alt Güven Aralığı

σ_1, σ_2 biliniyor

$$(-\infty, \bar{X} - \bar{Y} + z_\alpha \sqrt{\sigma_1^2/n + \sigma_2^2/m})$$

σ_1, σ_2 bilinmiyor, ancak eşit

$$\left(-\infty, \bar{X} - \bar{Y} + t_{\alpha, n+m-2} \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right) \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}} \right)$$

$\mu_1 - \mu_2$ için üst güven aralığı $\mu_2 - \mu_1$ için alt güven aralığından elde edilir.



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



BERNOULLİ RASTGELE DEĞİŞKENİNİN ORTALAMASI İÇİN YAKLAŞIK GÜVEN ARALIĞI



p için Yaklaşık Yüzde $100(1 - \alpha)$ 'lık Güven Aralıkları X , Binom (n, p) Rastgele Değişkenidir.

$$\hat{p} = x / n$$

Aralık Türü

Güven Aralığı

İki yanlı

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/n}$$

Tek yanlı alt

$$\left(-\infty, \hat{p} + z_{\alpha} \sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/n} \right)$$

Tek yanlı üst

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha} \sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/n}, \infty \right)$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



ÜSTEL DAĞILIMIN ORTALAMASINA İLİŞKİN GÜVEN ARALIĞI



$$\frac{2}{\theta} \sum_{i=1}^n X_i \sim \chi^2_{2n}$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



BİR NOKTA TAHMİN EDİCİYİ DEĞERLENDİRME

$$r(d, \theta) = E[(d(\mathbf{X}) - \theta)^2]$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



BAYES TAHMİN EDİCİSİ

Bazı durumlarda bilinmeyen θ parametresinin verilen bir olasılık dağılımından bir rastgele değişkenin değeri olarak görülmesi akla yatkın gelebilir. Bu durum çoğunlukla X_1, \dots, X_n örnek değerlerini gözlemeden önce parametre hakkında bilgiye sahip olduğumuzda ve bu bilgi olasılık dağılımı olarak ifade edilebildiğinde (bu dağılım θ 'nın önsel dağılımı olarak adlandırılır) ortaya çıkar.



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS

