

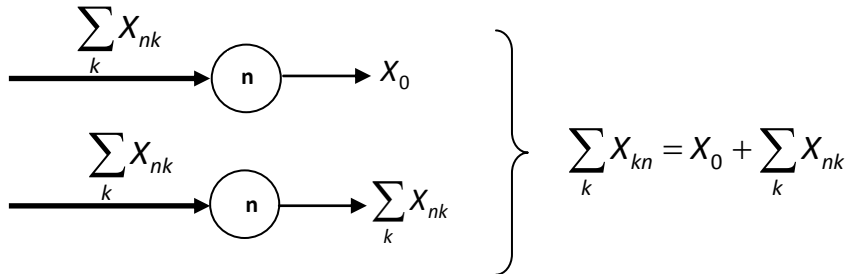
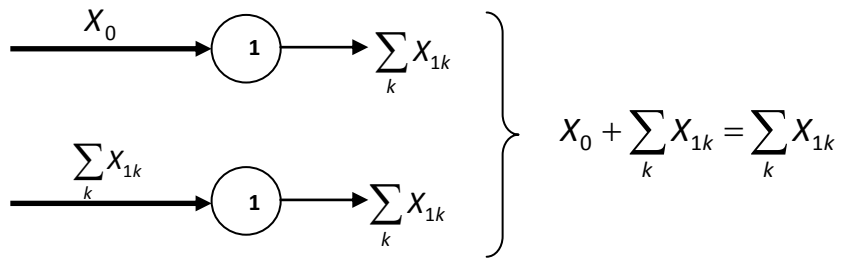
KONU 9: AĞ (ŞEBEKE) ANALİZLERİ - III

Maksimum Akış Algoritması

Petrol kuyularından rafinerilere ham petrol taşıyan petrol boru hattı şebekesi ele alınsın. Aradaki güçlendirme ve pompalama istasyonları şebekedeki ham petrolü nakletmek için uygun tasarım uzaklıklarında kurulurlar. “Kuyular ve rafineriler arasındaki şebekenin maksimum kapasitesi nasıl belirlenebilir?” türündeki problemlerde amaç, verilen bir başlangıç düğümünden bilinen bitiş düğümüne gerçekleştirilebilecek en büyük akışı belirlemektir. Örneğin, bir iletişim ağında mesaj akımı, bir boru hattında gaz akışı.

En büyük akış problemlerinde, bir düğüme gelen toplam akış, bu düğümden çıkan toplam akışa eşit kabul edilir. (Akışların korunumu ilkesi)

İki düğüm arasında her iki yönde de akış mümkünse, büyük akış miktarı ile küçük akış miktarı arasındaki farka net akış denir.



- **Matematiksel Model**

Çift yönlü akışların mümkün olduğu, n düğümlü bir şebeke göz önüne alınsın. Başlangıç düğüm "1" ile bitiş düğüm " n " ile gösterilsin.

d_{ij} : i den j ye akış kapasitesi

X_{ij} : i den j ye akış miktarı

X_0 : Şebeke boyunca oluşan toplam akış

olmak üzere amaç, X_0 değerini maksimum yapmaktır.

$$\begin{aligned} \max Z &= X_0 \\ \sum_k X_{k1} - \sum_k X_{1k} &= -X_0 \quad (\text{Başlangıç düğüm için}) \\ \sum_{k \neq j} X_{kj} - \sum_{j \neq k} X_{jk} &= 0 \quad (\text{Ara düğümler için}) \\ \sum_k X_{nk} - \sum_k X_{kn} &= -X_0 \quad (\text{Bitiş düğüm için}) \\ 0 &\leq X_{ij} \leq d_{ij} \end{aligned}$$

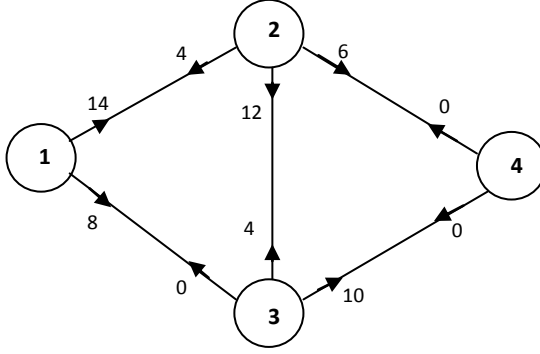
Adım 1: Başlangıçtan bitişe net akışı sıfırdan büyük olan bir rota bulunur. Böyle bir rota yoksa, en iyi çözüme ulaşılmış olur. Gerçekleştirilen akışlar toplamı en büyük akıştır. Durulur.

Adım 2: Seçilen i . rotada en küçük akış kapasitesi (Q_i) belirlenir.

Adım 3: Rota üzerindeki her düğüm çıkışındaki akış kapasiteleri Q_i kadar azaltılır.

Adım 4: Rota üzerindeki her düğüm girişindeki akış kapasiteleri Q_i kadar artırılır ve Adım 1' e dönülür.

Örnek 9.1: Aşağıdaki şebekede 1 No' lu merkezden 4 No' lu merkeze gönderilebilecek maksimum akış miktarını belirleyiniz.



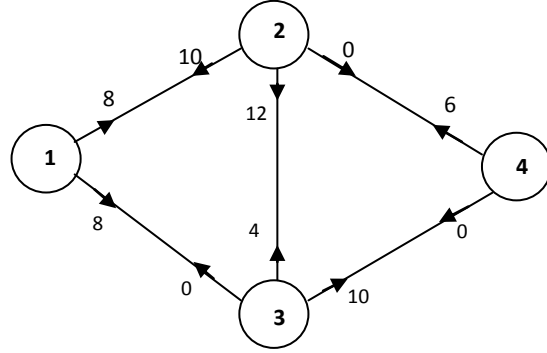
Çözüm:

A1 : (1-2-4) rotası için

A2: $Q_1 = \min\{14,6\} = 6$

A3: $d_{12} = 14 - 6 = 8$
 $d_{24} = 6 - 6 = 0$

A4: $d_{21} = 4 + 6 = 10$
 $d_{42} = 0 + 6 = 6$

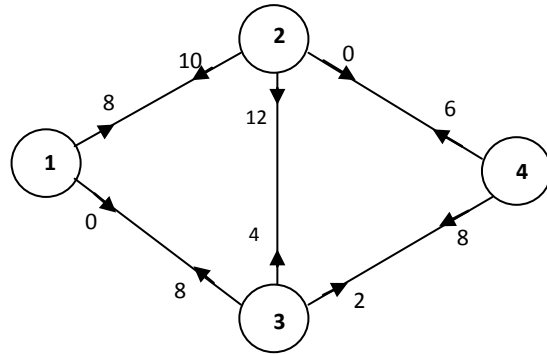


A1 : (1-3-4) rotası için

A2: $Q_2 = \min\{8,10\} = 8$

A3: $d_{13} = 8 - 8 = 0$
 $d_{34} = 10 - 8 = 2$

A4: $d_{31} = 0 + 8 = 8$
 $d_{43} = 0 + 8 = 8$

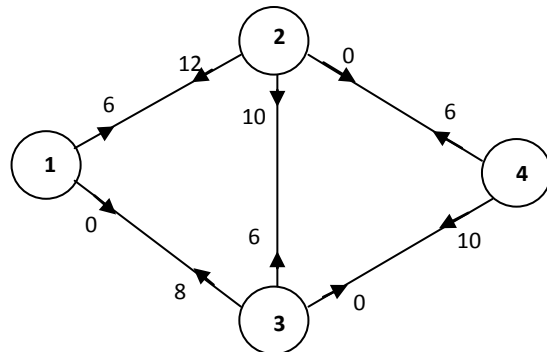


A1 : (1-2-3-4) rotası için

A2: $Q_3 = \min\{8,12,2\} = 2$

$d_{12} = 8 - 2 = 6$
A3: $d_{23} = 12 - 2 = 10$
 $d_{34} = 2 - 2 = 0$

$d_{21} = 10 + 2 = 12$
A4: $d_{32} = 4 + 2 = 6$
 $d_{43} = 8 + 2 = 10$



$$X_0 = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 6 + 8 + 2 = 16$$

