

## KONU 13: AĞ (ŞEBEKE) ANALİZLERİ - VII

### Program Değerlendirme ve Gözden Geçirme Yöntemi

#### (Program Evaluation and Review Technique - PERT)

PERT Analizi, üretimdeki gecikmeleri, takılmaları ve türlü çatışmaları en düşük düzeye indiren, işin bütününün türlü parçalarını eş güden ve eş zamanlayan, projelerin tamamlanmasını hızlandıran bir yöntemdir. İstenilen amaca ulaşabilmek için gerekli çabaların planlanması, eş güdümü ve kontrolü yaklaşımıdır.

CPM yönteminde faaliyetlerin zaman süreleri kesin olarak bilinmektedir. Fakat, uygulamada faaliyetlerin sürelerini kesin olarak bilmek olanak dışıdır. Eğer faaliyetlerin süreleri kesin olarak bilinmez ise, olasılıklı zaman süreleri söz konusu olabilir. Böyle durumlarda PERT Analizi kullanılır. PERT Analizi' nin ilk geliştirilme aşamasında, kesin olarak bilinmeyen faaliyet süreleri bir olasılık dağılımı olarak kabul edilmiş ve böylece elde edilen yola olasılıklı kritik yol denilmiştir. Uygulamada kişiye veya kuruluşa özel faaliyetlerin tamamlanma sürelerinin olasılık dağılımını sormak gerçekçi olmaz. Bunun yerine her faaliyet için 3 ayrı süre belirlenir.

#### 1. En İyimser (Optimistik) Süre

Her şey istenildiği gibi gittiğinde faaliyetin en çabuk tamamlanacağı süredir. "**a**" ile gösterilir. Faaliyet, %99 **a'** dan daha kısa bir zamanda bitirilemez.

#### 2. En Kötümser (Pesimistik) Süre

En kötü durumlar söz konusu olduğunda faaliyetin bitirilme süresidir. "**b**" ile gösterilir. Faaliyet, %99 **b'** den daha uzun süremez.

#### 3. En Yüksek Olasılıklı Süre (Normal Süre / Olabilir Faaliyet Süresi)

Bu süre geçmiş deneyimlere göre beklenen durumlar altında faaliyetin bitirilme süresidir. "**m**" ile gösterilir.

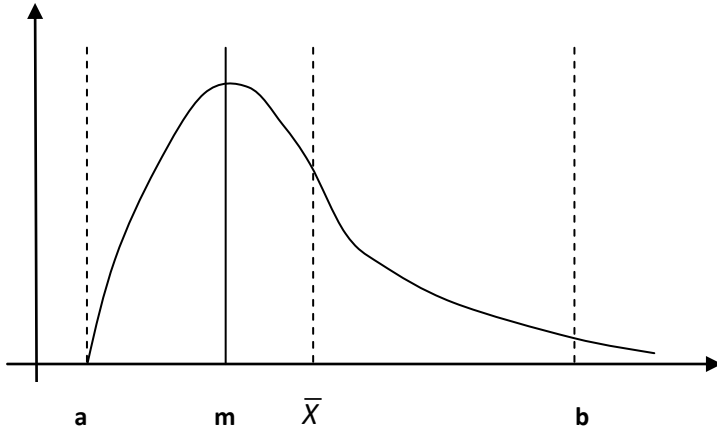
Her bir faaliyet süresi rasgele değişkendir. Bu rasgele değişkenin dağılımı Beta' dır. (Her faaliyetin olasılık dağılımı Beta dır.)

PERT Analizi' ne göre faaliyetin gerçekleşme süresi için bu üç tahmini sürenin ortalaması alınır. Bu süre Beta Dağılımının beklenen değeridir.

$T$ : Her bir faaliyetin gerçekleşme zamanı ,  $T \sim Beta$

$$E(T) = \frac{a + 4m + b}{6}$$

$$Var(T) = \left( \frac{b-a}{6} \right)^2$$



• **Beklenen Değer - Varyans İlişkisi**

Her faaliyetin beklenen ortalama zamanını belirleyerek,  $E(T)$ , projede kritik yol saptanabilir. Projenin başlangıcından bitimine kadar giden birkaç yol olabilir. Bu yollar içinde en yüksek beklenen ortalama zaman toplamını ve varyansını veren kritik yol bulunur.

Eğer, varyans değeri büyük olursa, belirsizlik derecesi çok büyük olur. Yani, faaliyetin o sürede tamamlanması belirsizlik gösterir. Eğer, varyans değeri küçük ise, öngörülen iyimser ve kötümser süreler pek farklı değildir. Faaliyetin tamamlanma süresi kesinlikle belirlenebilir.

Birbirini takip eden faaliyet sürelerinin toplamı toplam proje süresini verir. Bu sürenin dağılımı Normal Dağılım olacaktır. (Büyük değere sahip beklenen değerli faaliyetler Normal Dağılıma daha yaklaşıktır.)

$$S = \sum_i T_i \sim N \left( \sum_i E(T_i), \sum_i Var(T_i) \right)$$

**Örnek 13.1:**

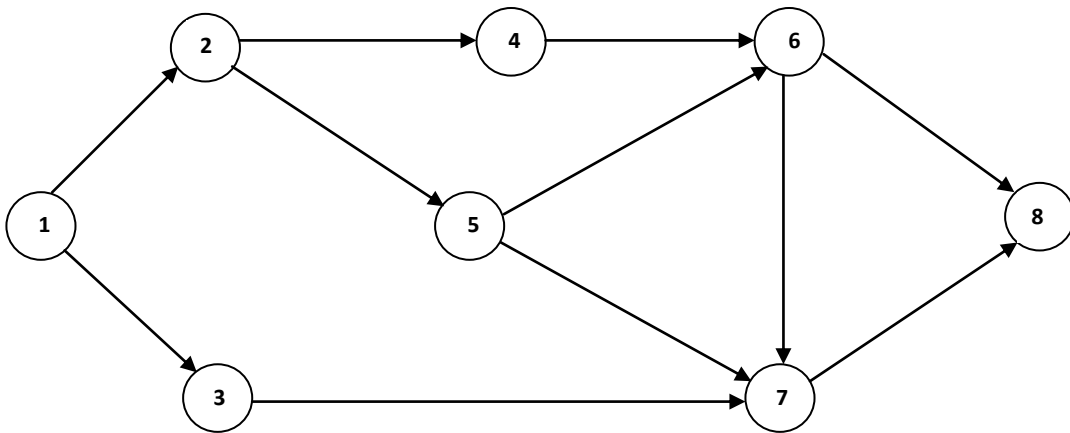
8 olaylı ve 11 faaliyetli bir projeyi ele alalım. Aşağıdaki tabloda PERT tahmin süreleri gün olarak ifade edilmektedir.

Faaliyetler	a	m	b	$E(T)$	$Var(T)$
1-2	3	4	6	4.17	0.25
1-3	1	2	3	2	0.11
2-4	3	5	6	4.83	0.25
2-5	3	4	6	4.17	0.25
3-7	5	6	7	6	0.11
4-6	1	3	4	2.83	0.25
5-6	1	3	5	3	0.44
5-7	1	2	3	2	0.11
6-7	3	5	7	5	0.44
6-8	1	2	4	2.17	0.25
7-8	2	3	4	3	0.11

- i. Projenin şebeke diyagramını çiziniz.
- ii. Her faaliyetin ortalama beklenen zamanını ve varyansını bulunuz.
- iii. Projenin kritik yolunu bulunuz.
- iv. Projenin toplam beklenen zamanının dağılımı ne olur?
- v. Projenin 19 günde veya daha az sürede tamamlanma olasılığı nedir?
- vi. (1-2) faaliyetinin en çok 5 günde tamamlanma olasılığı nedir?

**Çözüm:**

i.



ii.

Faaliyetler	a	m	b	$E(T)$	$Var(T)$
1-2	3	4	6	4.17	0.25
1-3	1	2	3	2	0.11
2-4	3	5	6	4.83	0.25
2-5	3	4	6	4.17	0.25
3-7	5	6	7	6	0.11
4-6	1	3	4	2.83	0.25
5-6	1	3	5	3	0.44
5-7	1	2	3	2	0.11
6-7	3	5	7	5	0.44
6-8	1	2	4	2.17	0.25
7-8	2	3	4	3	0.11

iii. Başlangıçtan bitime kadar en fazla beklenen zamanları alan yol “kritik yol” olarak adlandırıldığından burada kritik yol 1 – 2 – 4 – 6 – 7 – 8 dir.

iv.  $S = \sum_i T_i \sim N(E(S), Var(S))$

$$E(S) = E\left(\sum_i T_i\right) = 4.17 + 4.83 + 2.83 + 5 + 3 = 19.83 \cong 20$$

$$Var(S) = Var\left(\sum_i T_i\right) = 0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.44 + 0.11 = 1.3$$

$$S = \sum_i T_i \sim N(19.83, 1.3)$$

v.  $P(S \leq 19) = P\left(Z \leq \frac{19 - 19.83}{\sqrt{1.3}}\right) = P(Z \leq -0.73) = 1 - P(Z \leq 0.73) = 1 - 0.7673 = 0.2327$

vi.  $P(T_1 \leq 5) = P\left(Z \leq \frac{5 - 4.17}{\sqrt{0.25}}\right) = P(Z \leq 1.66) = 0.9515$