

# TEMEL MEKANİK

## 13



**Yrd. Doç. Dr. Mehmet Ali Dayıođlu**

**Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi**

**Tarım Makinaları ve Teknolojileri Mühendisliđi Bölümü**

### **Ders Kitapları:**

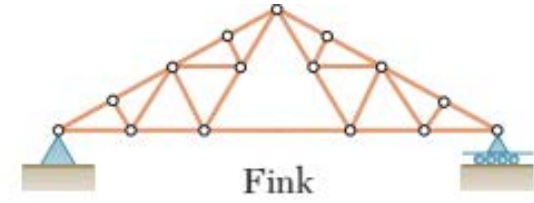
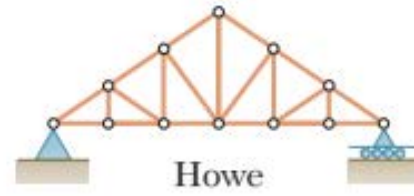
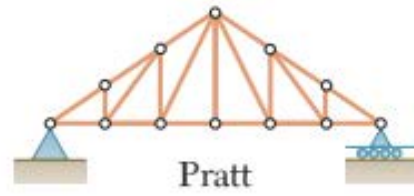
- Mühendisler İçin Vektör Mekaniği, Statik, Yazarlar: Ferdinand P. Beer, E. Russel Johnston, Elliot R. Eisenberg, 2008, Güven Yayınları, İzmir  
Çevirenler: Ömer Gündoğdu, Halil Rıdvan Öz, Osman Kopmaz.
- Mühendisler İçin Vektör Mekaniği, Statik, Yazarlar: Ferdinand Pierre Beer, E. Russel Johnston Jr, David F. Mazurek, 2015, Literatür Yayıncılık, İstanbul,  
Çevirenler: Ömer Gündoğdu, Osman Kopmaz.

### **Diğer Kaynaklar:**

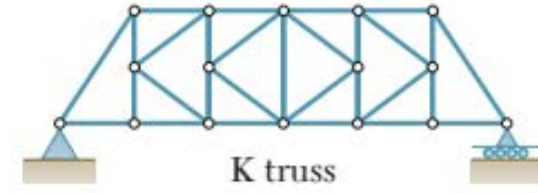
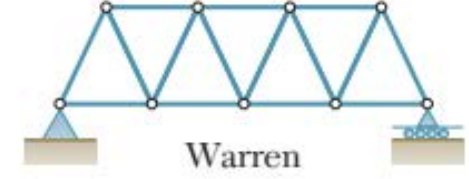
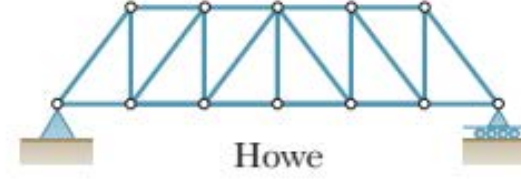
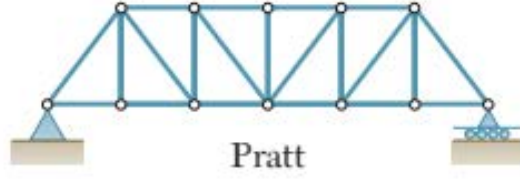
- Ferdinand Pierre Beer, E. Russel Johnston Jr, David F. Mazurek, 2015. Vector Mechanics for Engineers 11e : Statics : SI Units, McGraw Hill, USA.
- Russell C. Hibbeler, 2016. Engineering Mechanics: Statics in SI Units (14e), Pearson Higher Ed USA.

# 5.1 Kafeslerin Analizi

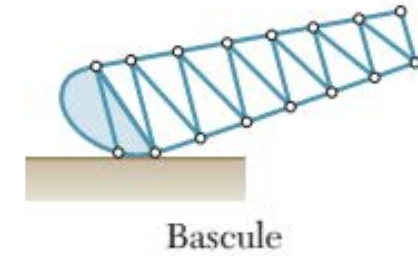
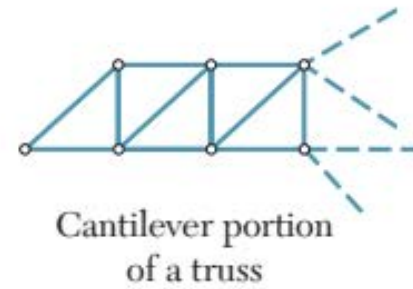
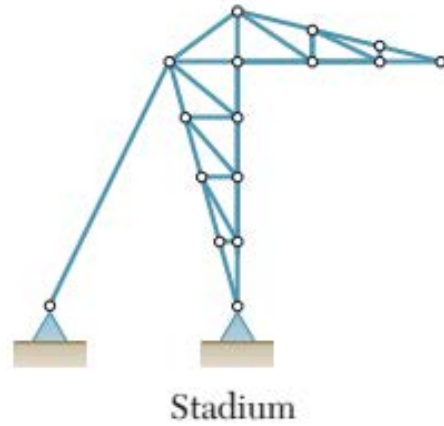
## Basit kafes tipleri



## Çatı kafes tipleri



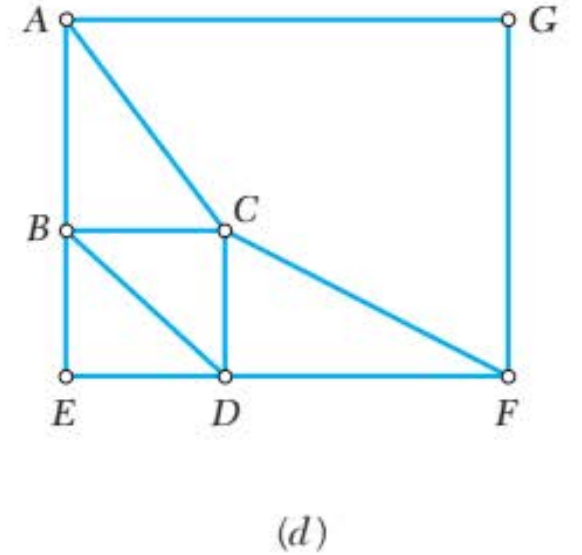
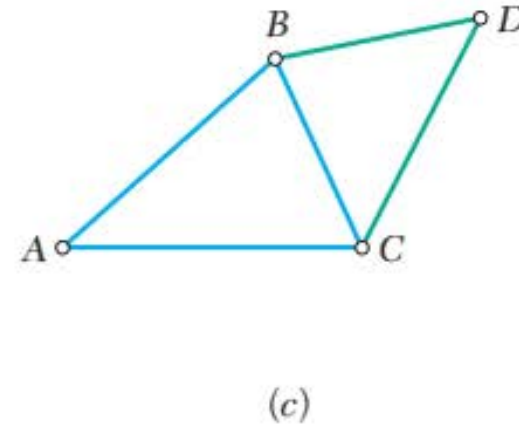
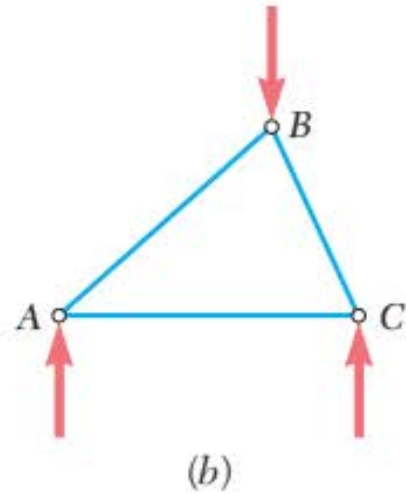
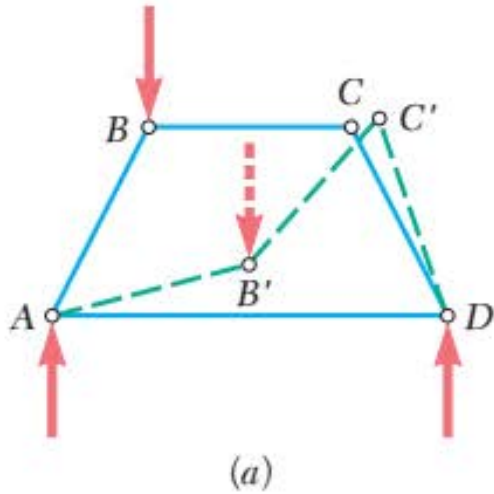
## Köprü kafes tipleri



## Diğer kafes tipleri

## 5.1 Kafeslerin Analizi

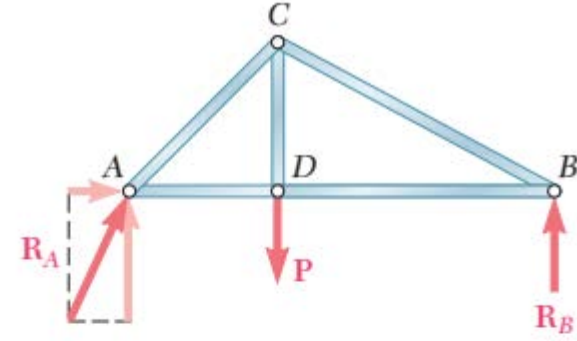
- Yük taşımayan zayıf kafes
- En temel rijit kafes basit üçgenden oluşur.
- Daha büyük rijit kafes (b) deki üçgenden oluşturulur.
- Rijit bir kafes sadece üçgenlerden yapılmaz.



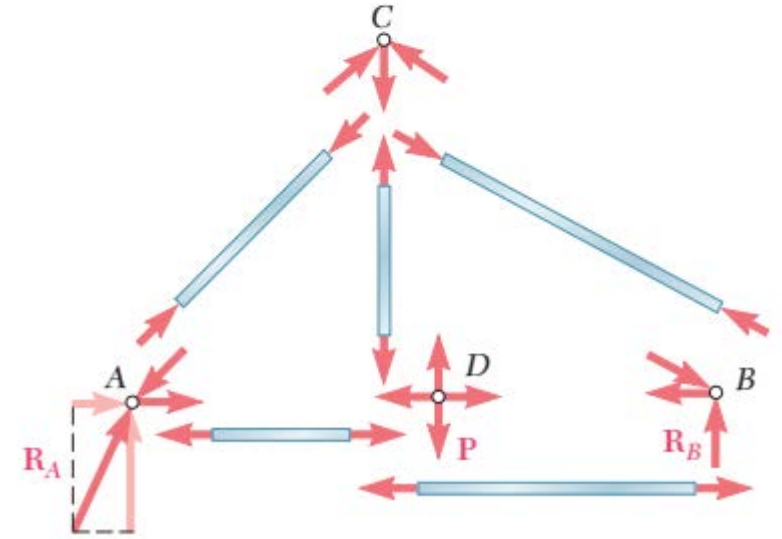
## 5.1 Kafeslerin Analizi

### Düğüm noktaları yöntemi

Bir kafesin bir grup pimlerden ve iki kuvvetli üyelerden oluşabileceğini yeni gördük. Bu nedenle, şekildeki kafesi parçalayabiliriz. Şekil (a) da serbest cisim diyagramı gösterilmektedir. Her pim ve her üye için serbest gövde diyagramı çizin (şekil b). Her üyenin üzerine her birinin ucuna birer tane olmak üzere iki kuvvet uygulanır; Bu kuvvetler aynı büyüklükte, aynı eylem hattına ve zıt işaretlere sahiptir. Dahası, Newton'un üçüncü kanunu, bir üye ile bir pin arasındaki hareket ve tepki kuvvetlerinin eşit ve zıt olduğunu belirtmektedir. Bu nedenle, bir elemanın bağlandığı iki pim üzerine uyguladığı kuvvetler bu eleman boyunca yönlendirilmeli ve eşit ve ters olmalıdır. Bağlandığı iki pim üzerinde bir elemanın uyguladığı kuvvetlerin ortak büyüklüğü, bu miktar aslında bir skaler olmasına rağmen, üye içindeki kuvvet olarak adlandırılır. Bir kafesteki bütün iç kuvvetlerin hareket çizgilerini bildiğimizden, bir kafesin analizi, çeşitli üyelerindeki kuvvetleri hesaplamak ve üyelerinin her birinin gerilme veya sıkışma durumunda olup olmadığını belirlemek için yapılır.



(a)

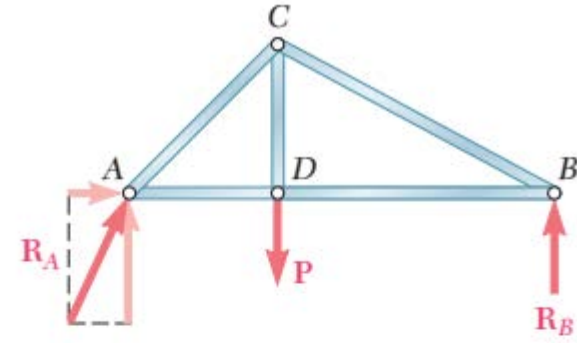


(b)

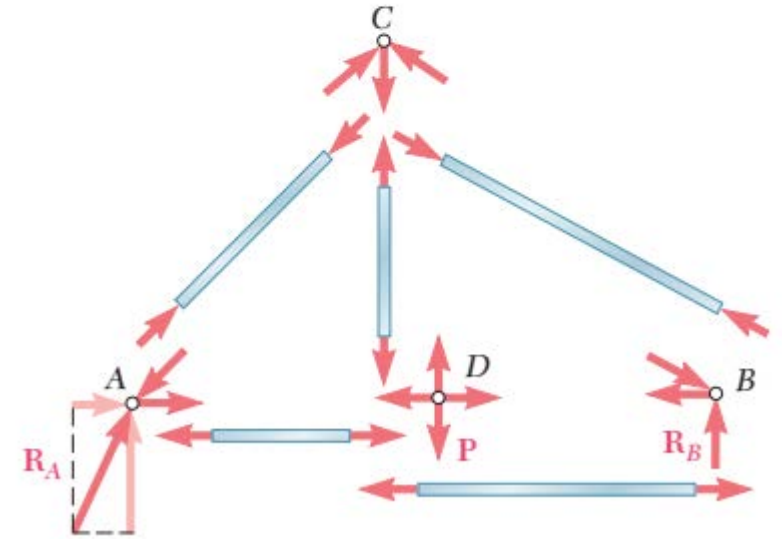
## 5.1 Kafeslerin Analizi

### Düğüm noktaları yöntemi

Bir kafesin bir grup pimlerden ve iki kuvvetli üyelerden oluşabileceğini yeni gördük. Bu nedenle, şekildeki kafesi parçalayabiliriz. Şekil (a) da serbest cisim diyagramı gösterilmektedir. Her pim ve her üye için serbest gövde diyagramı çizin (şekil b). Her üyenin üzerine her birinin ucuna birer tane olmak üzere iki kuvvet uygulanır; Bu kuvvetler aynı büyüklükte, aynı eylem hattına ve zıt işaretlere sahiptir. Dahası, Newton'un üçüncü kanunu, bir üye ile bir pin arasındaki hareket ve tepki kuvvetlerinin eşit ve zıt olduğunu belirtmektedir. Bu nedenle, bir elemanın bağlandığı iki pim üzerine uyguladığı kuvvetler bu eleman boyunca yönlendirilmeli ve eşit ve ters olmalıdır. Bağlandığı iki pim üzerinde bir elemanın uyguladığı kuvvetlerin ortak büyüklüğü, bu miktar aslında bir skaler olmasına rağmen, üye içindeki kuvvet olarak adlandırılır. Bir kafesteki bütün iç kuvvetlerin hareket çizgilerini bildiğimizden, bir kafesin analizi, çeşitli üyelerindeki kuvvetleri hesaplamak ve üyelerinin her birinin gerilme veya sıkışma durumunda olup olmadığını belirlemek için yapılır.



(a)



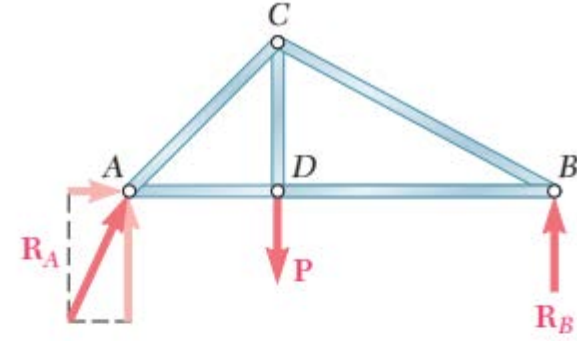
(b)

## 5.1 Kafeslerin Analizi

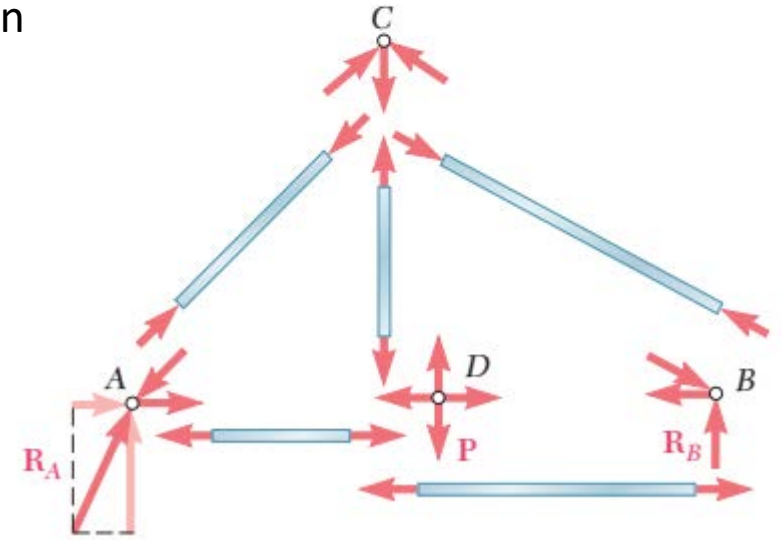
### Düğüm noktaları yöntemi

Tüm kafes dengede olduğundan, her pim dengede olmalıdır. Bir pimin serbest cisim diyagramını çizmek ve iki denge denklemi yazmak için dengede olduğu gerçeğini kullanabiliriz. Böylece, kafes  $n$  pim içeriyorsa,  $2n$  bilinmeyen için çözülebilen  $2n$  denklem vardır. Basit bir kafes durumunda  $m = 2n - 3$ ; Yani  $2n = m + 3$  ve pimlerin serbest cisim diyagramlarından belirleyebildiğimiz bilinmeyenlerin sayısı  $m + 3$ 'tür. Bu, tüm üyelerdeki kuvvetleri,  $\mathbf{R}_A$  reaksiyonunun iki bileşenini ve  $\mathbf{R}_B$  reaksiyonunu pimlerin serbest cisim diyagramlarını göz önüne alarak bulabileceğimiz anlamına gelir.

Ayrıca, kafes tamamının, Şekil a'daki serbest cisim diyagramında gösterilen kuvvetleri içeren üç denklemleri yazmak için denge halinde rijit bir cisim olduğunu da kullanabiliriz (Şekil a). Bu denklemler yeni bilgiler içermediğinden pimlerin serbest cisim diyagramlarıyla ilişkili denklemlerden bağımsız değildir. Bununla birlikte, mesnetlerdeki tepkilerin bileşenlerini belirlemek için bunları kullanabiliriz. Pimlerin ve elemanların basit bir kafes içine yerleştirilmesi, yalnızca bilinmeyen iki kuvvetin bulunduğu bir eklemi bulmak mümkündür. Bu kuvvetleri önceki yöntemler kullanarak belirleyebiliriz. Daha sonra onların değerlerini komşu eklemlere aktarabiliriz. Bu eklemlerde bilinen büyüklükler gibi onları işlemde geçiririz. B işlemi bilinmeyen tüm kuvvetleri bulana kadar tekrar ediyoruz.



(a)



(b)



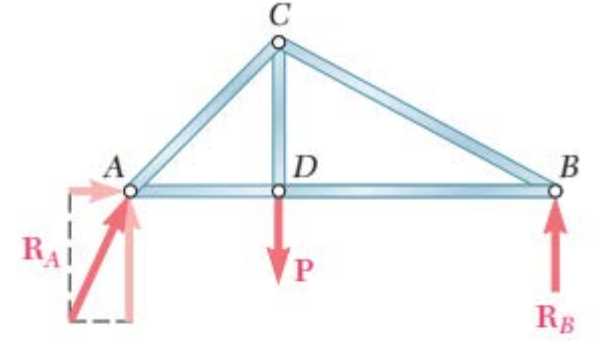
# 5.1 Kafeslerin Analizi

## Düğüm noktaları yöntemi

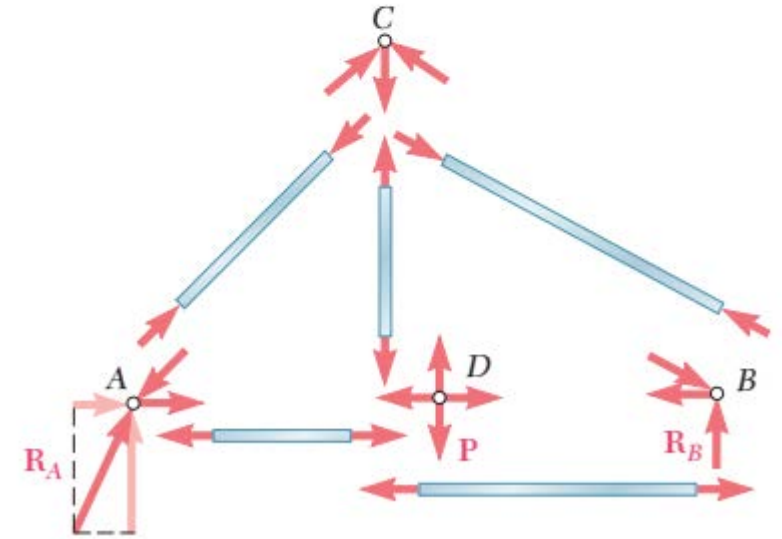
Bir örnek olarak, her pimin dengesini art arda göz önüne alarak, yalnızca iki kuvvetin bilinmediği bir mafsal ile başlayarak, şekildeki kafesi analiz edelim. Bu kafese, tüm pimler en az üç bilinmeyen kuvvete maruz kalır. Bu nedenle, önce bütün kafesleri serbest bir cisim olarak düşünerek ve katı bir cismin denge denklemlerini kullanarak mesnetlerdeki reaksiyonları önce tespit etmeliyiz. Bu şekilde,

$R_A$ 'nın dikey olduğunu ve  $R_A$  ve  $R_B$  nin büyüklüklerini belirleriz.

Bu, A noktasındaki bilinmeyen kuvvetlerin sayısını ikiye düşürür ve bu kuvvetleri A piminin dengesini göz önüne alarak tayin edebiliriz. Reaksiyon  $R_A$  ve sırasıyla AC ve AD üyeleri tarafından pin A'ya uygulanan  $F_{AC}$  ve  $F_{AD}$  kuvvetleri bir kuvvet üçgenini oluşturmalıdır. Önce, sırasıyla AC ve AD yönünde  $F_{AC}$  ve  $F_{AD}$  kuvvetlerini göz önüne alarak  $R_A$  yı çizin (Şekil 6.8);  $F_{AC}$  ve  $F_{AD}$  nin büyüklüğünü ve yönünü belirleriz.  $F_{AC}$  ve  $F_{AD}$  büyüklükleri AC ve AD üyelerinin kuvvetlerini temsil eder.  $F_{AC}$  aşağı yönlü ve sola yönlendirildiğinden, AC-üyesi A eklemine iter ve sıkıştırır. (Newton'un üçüncü yasasına göre, pim A'yı AC üyesine iter.)  $F_{AD}$  A ekleminden uzaklaştığı için, AD üyesi pim A'yı çeker ve gerginlik içindedir. (Newton'un 3. kanununa göre, A pimi AD üyesi çekme kuvvetinin altındadır.)



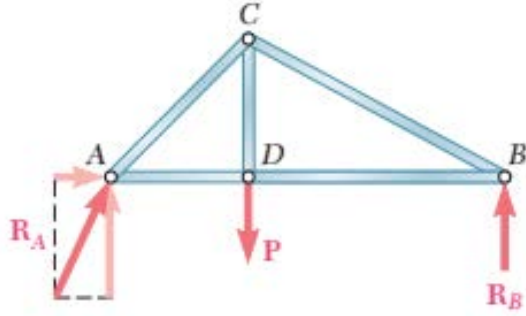
(a)



(b)



## Düğüm noktaları yöntemi



	Serbest cisim diyagramı	Kuvvet poligonu
Düğüm A		

Bu, A noktasındaki bilinmeyen kuvvetlerin sayısını ikiye düşürür ve bu kuvvetleri A piminin dengesini göz önüne alarak tayin edebiliriz.

Reaksiyon  $R_A$  ve sırasıyla AC ve AD üyeleri tarafından pin A'ya uygulanan  $F_{AC}$  ve  $F_{AD}$  kuvvetleri bir kuvvet üçgenini oluşturmaktadır.

Önce, sırasıyla AC ve AD yönünde  $F_{AC}$  ve  $F_{AD}$  kuvvetlerini göz önüne alalım.

$F_{AC}$  ve  $F_{AD}$  kuvvetlerini uç uca ekleyerek  $R_A$  yı çizelim (Şekil 6.8);

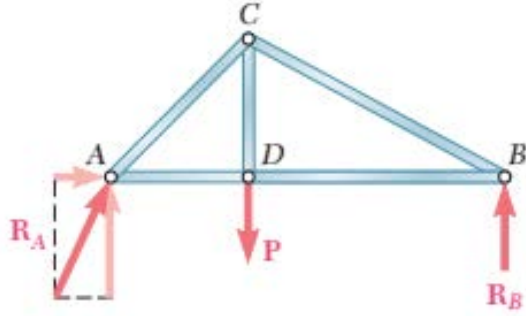
$F_{AC}$  ve  $F_{AD}$  nin büyüklüğünü ve yönünü belirleriz.

$F_{AC}$  ve  $F_{AD}$  büyüklükleri AC ve AD üyelerinin kuvvetlerini temsil eder.

$F_{AC}$  aşağı yönlü ve sola yönlendirildiğinden, AC-üyesi A eklemine iter ve sıkıştırır. (Newton'un üçüncü yasasına göre, AC üyesi pim A'yı iter.)

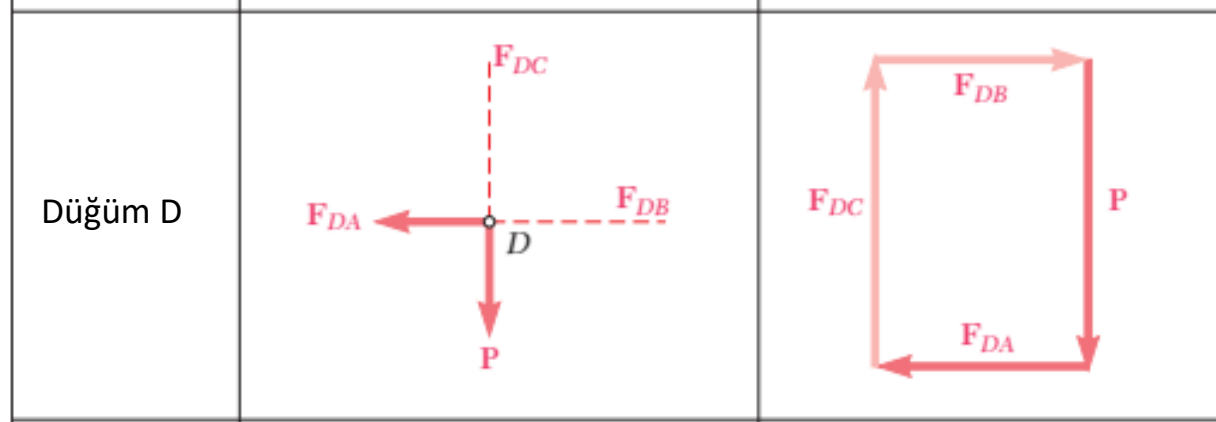
$F_{AD}$  A ekleminden uzaklaştığı için, AD üyesi pim A'yı çeker ve gerginlik içindedir. (Newton'un 3. kanununa göre, A pimi AD üyesi tarafından çekme kuvvetinin etkisi altındadır.)

## Düğüm noktaları yöntemi



Serbest cisim diyagramı

Kuvvet poligonu



Artık yalnızca iki kuvvetin  $F_{DC}$  ve  $F_{DB}$  nin hala bilinmediği D noktasına geçebiliriz.

Diğer kuvvetler verilen P yükü ve AD üyesi tarafından pim üzerine uygulanan  $F_{DA}$  kuvvetidir.

Daha önce belirtildiği gibi, bu kuvvet A pimi üzerinde aynı eleman tarafından uygulanan  $F_{AD}$  kuvvetine eşittir ve ters yönlüdür.

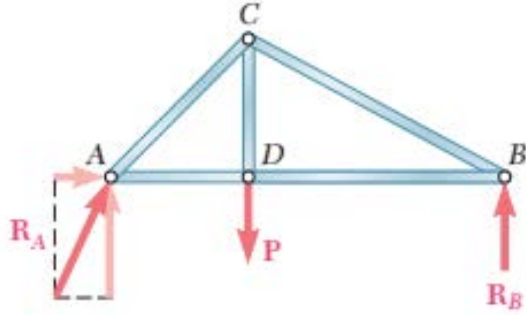
Şekilde gösterildiği gibi, D eklemine karşılık gelen kuvvet poligonunu çizebiliriz.

Bu poligondan  $F_{DC}$  ve  $F_{DB}$  kuvvetlerini belirleyebiliriz.

Ancak, üçten fazla kuvvet katıldığında, bilinmeyen iki kuvvet için  $\Sigma F_x = 0$  ve  $\Sigma F_y = 0$  denklemlerini çözmek genellikle daha uygundur.

Bu kuvvetlerin her ikisi de D birleşiminden uzaklaşacak şekilde yönlendirildiğinden DC ve DB üyeleri pim üzerinde çekme kuvveti uygular ve pim gerilme kuvvetinin etkisi altındadır.

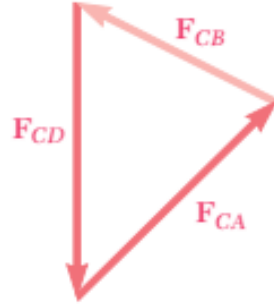
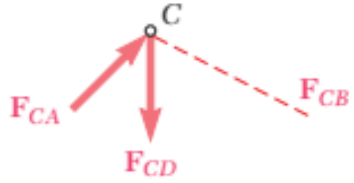
# Düğüm noktaları yöntemi



Serbest cisim diyagramı

Kuvvet poligonu

Düğüm C



Sonra, C noktasını göz önüne alalım.

Şekil'de serbest cisim diyagramı gösterilmiştir.

Önceki bağlantıların analizinden, hem  $F_{CD}$  hem de  $F_{CA}$  bilinmekte, ancak sadece  $F_{CB}$  bilinmiyor.

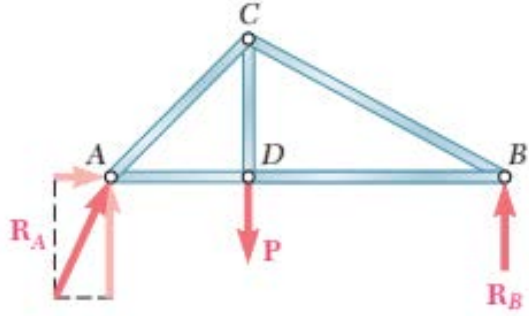
Her pimin dengesi, iki bilinmeyeni belirlemek için yeterli bilgi sağladığından, bu eklem noktasındaki analizimizi kontrol edebiliriz.

Kuvvet üçgenini çizeriz.  $F_{CB}$ 'nin büyüklüğünü ve işaretini belirliyoruz.

$F_{CB}$  C eklemine doğru olduğu için üye CB üyesi itme kuvveti uygular ve C noktasını sıkıştırır.

Kontrol  $F_{CB}$  kuvveti ve CB üyelerinin paralel olduklarını doğrularak elde edilir.

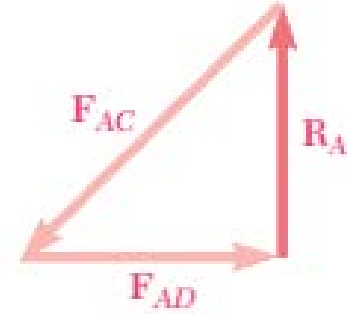
# Düğüm noktaları yöntemi



Son olarak, B eklem noktasında tüm kuvvetleri biliriz. Karşılık gelen pim dengede olduğundan, kuvvet üçgeni kapatılmalı ve analiz için ilave bir kontrol sağlanmalıdır.

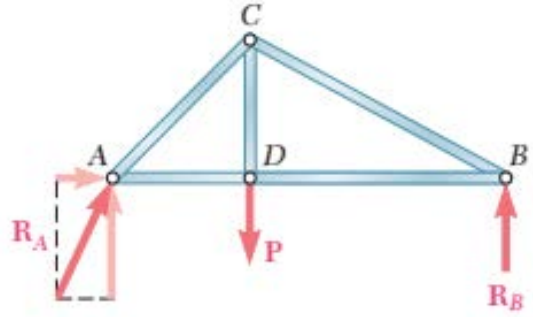
Serbest cisim diyagramı

Kuvvet poligonu



Düğüm B		
---------	--	--

## Düğüm noktaları yöntemi

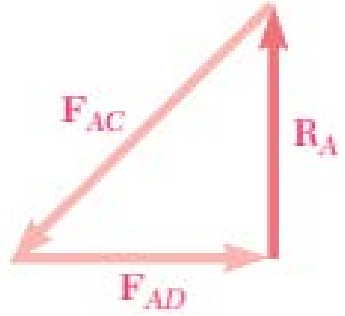


Şekillerde gösterilen kuvvet poligonları birbirinden farklıdır. Bunların her birini alternatif bir yapılandırma ile değiştirebiliriz.

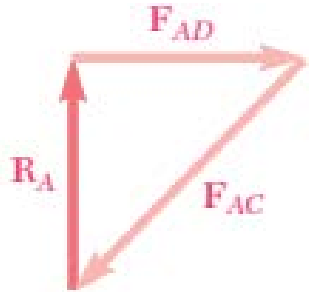
Örneğin, (a) da gösterilen A eklemine karşılık gelen kuvvet üçgeni (b) deki gibi çizilebilir.

Şekilde gösterilen üç kuvveti  $R_A$ ,  $F_{AC}$  ve  $F_{AD}$  uç uca ekleyerek kuvvet üçgenini elde ettik. A eklem noktası etrafında saat yönünde hareket ederken, onların etki çizgilerini kontrol ederiz.

(a)



(b)



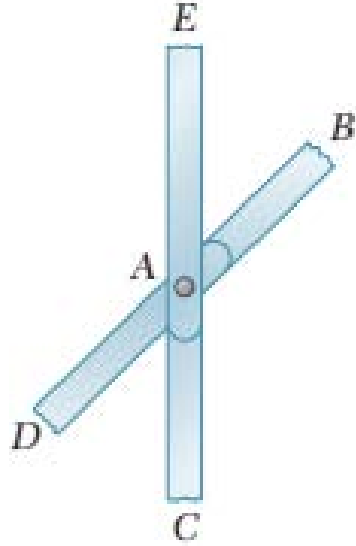
## Özel yükleme koşulları altındaki eklemler

Bir kafes içindeki elemanların bazı geometrik düzenlemeleri gözlem ile analiz etmek için özellikle basittir.

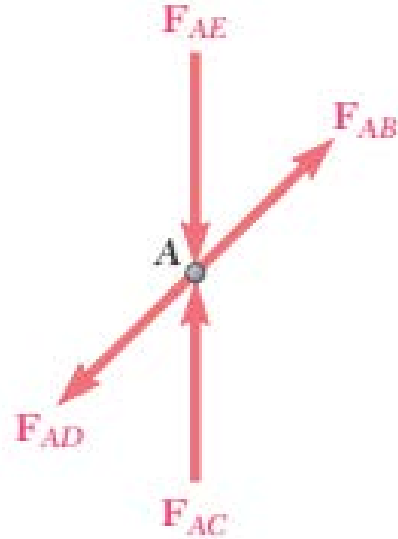
Örneğin, Şekil (a) düz iki çizgi ile kesişen dört üyeyi bağlayan bir eklemi gösterir.

Serbest cisim diyagramı A noktasında ters yönlü iki çift kuvvetin birleştiği A noktasını gösterir. Şekil (b)

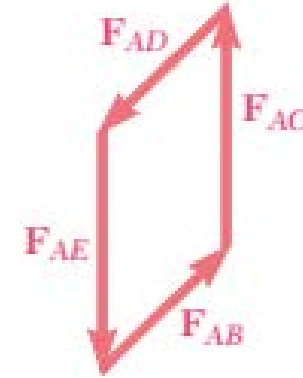
Bu nedenle, karşılık gelen kuvvet poligonu bir paralel kenar olmalıdır (Şekil c) ve karşıt üyelerdeki kuvvetler eşit olmalıdır.



(a)



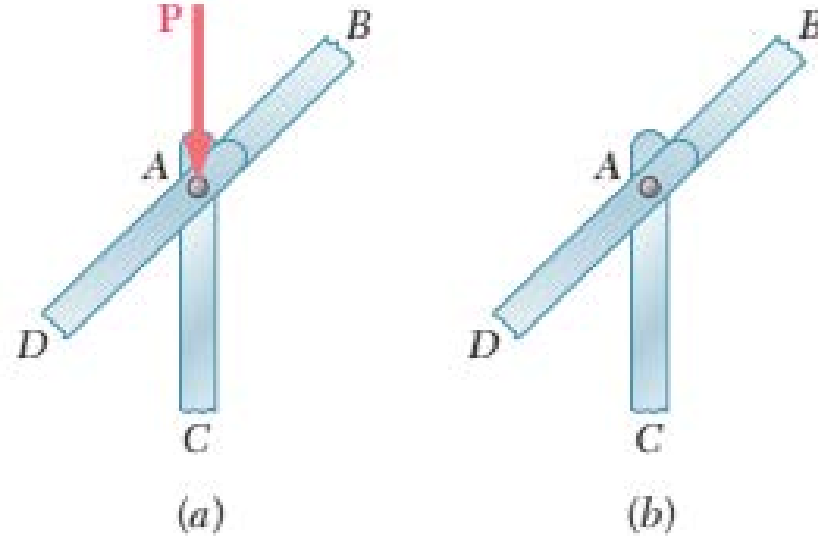
(b)



(c)

## Özel yükleme koşulları altındaki eklemler

Şekilde gösterilen üç elemanı birbirine bağlayan ve bir  $P$  yükünü taşıyan bir eklem göz önüne alalım. İki üye aynı çizgi üzerinde uzanır ve  $P$  yükü üçüncü eleman boyunca etkimektedir.  $F_{AE}$ ,  $P$  yükü ile yer değiştirilen Pim A'nın serbest cisim diyagramı ve buna tekabül eden kuvvet poligonu Şekil (b) ve (c) ile aynıdır. Dolayısıyla, **iki karşıt üyelerdeki kuvvetler eşit olmalı ve diğer üyelerdeki kuvvet  $P$ 'ye eşit olmalıdır**. Şekil (b), özel ilgi alanına giren özel bir durumu göstermektedir. Bu durumda, ekleme hiç bir dış kuvvet uygulanmadığı için,  $P = 0$  olduğundan, AC üyesindeki kuvvet sıfırdır. AC üyesi **sıfır-kuvvet üyesi** olarak kabul edilir.





## Özel yükleme koşulları altındaki eklemler

Şimdi yalnızca iki üyeyi birbirine bağlayan bir eklem düşünün. Sec. 2.3A, iki kuvvetin aynı büyüklükte, aynı eylem çizgisine ve karşıt işarete olması durumunda, iki kuvvetin etkisi altındaki bir parçacığın dengede olduğunu biliyoruz.

Şekil (a)'daki bağlantıda, aynı çizgi boyunca uzanan iki üye AB ve AD'yi birbirine bağlarken, iki üyenin içindeki kuvvetler A pininin denge halinde olması için eşit olmalıdır.

Şekil (b) 'deki bağlantıda A pimi, her iki eleman içindeki kuvvetler sıfır olmadıkça dengede olamazlar. Şekil (b)'de gösterildiği gibi bağlı olan üyeler bu nedenle, **sıfır- kuvvetli** üyeler olmalıdır.

