

## MAT 407 REEL ANALİZ ARASINAVI

**Adı ve Soyadı:**

**Numarası:**

1. SORU  $X \neq \emptyset$  ve  $s \in X$  olmak üzere  $P(X)$  üzerinde

$$\mu_s(E) = \begin{cases} 1 & ; s \in E \\ 0 & ; s \notin E \end{cases}$$

ile tanımlı  $\mu_s$  dönüşümü ölçü müdür? Araştırmız.

2. SORU  $A_n = \left\{ k \in \mathbb{N} : \frac{n(n-1)}{2} + 1 \leq k \leq \frac{n(n+1)}{2} \right\}$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ ) genel terimi ile verilen  $(A_n)$  küme dizisinin yakınsaklığını araştırmız.

3. SORU  $X \neq \emptyset$  ve  $\mathcal{A}$  sınıfı  $X$  üzerinde  $\sigma$ -cebiri olsun.  $\emptyset \neq B \in \mathcal{A}$  olmak üzere

$$\mathcal{E} = \{A \subset X : A = B \cap C, C \in \mathcal{A}\}$$

sınıfı  $B$  kümesi üzerinde  $\sigma$ -cebiri midir? Araştırmız.

4. SORU (a)  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  bir ölçü uzayı olsun.  $(A_n)$ ,  $\mathcal{A}$   $\sigma$ -cebirindeki elemanların artan bir dizisi ise

$$\mu \left( \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mu(A_n)$$

gerçeklenir. İspatlaymız.

(b)  $G = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left\{ x \in \mathbb{R} : 5 + \frac{1}{n} < x < 8 - \frac{1}{n} \right\}$  ile tanımlanan kümenin Lebesgue ölçüsünü bulunuz.

## BAŞARILAR