

## LİNEER PROGRAMLAMA

İşletme problemlerinin matematiksel modeller yardımıyla analizinde lineer programlama teknikleri önemli bir yer kaplar. İşletme problemleri açısından lineer programlama : para, malzeme, makine, zaman, insan gücü, teçhizat vb. kaynakların çeşitli sınırlayıcı şartlar altında maksimum faydayı sağlayacak şekilde kombine edilmelerini sağlayan tekniklerdir. Daha genel bir tanım olarak lineer programlama, belirli ortak özellikleri bulunan problemlere uygulanan bir optimizasyon tekniğidir. Bütün lineer programlama problemlerinde üç temel özellik vardır:

### 1) Lineer Gaye Denklemi

Bütün lineer programlama problemlerinde birçok değişkenin lineer fonksiyonundan oluşan bir gaye denklemi bulunur. Bu lineer fonksiyon  $Z$ , değişkenler  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ve sabit katsayılar  $c_1, c_2, \dots, c_n$  olmak üzere gaye denklemi

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

şeklinde tanımlıdır. Problemin amacı  $Z$  yi maksimum (veya minimum) yapan  $x_1, x_2, \dots, x_n$  değerlerinin bulunmasıdır. Örneğin, gaye denklemi kârı ifade ediyorsa  $Z$  yi maksimum, masrafları veya maliyeti gösteriyorsa  $Z$  yi minimum yapan  $x_1, x_2, \dots, x_n$  değerleri aranır.

### 2) Lineer Sınırlayıcı Şartlar

Lineer programlamada değişkenler üzerindeki sınırlayıcı şartlar,  $a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{ij}, \dots, a_{mn}$

ve  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_m$  sabit sayılar olmak üzere

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned}$$

şeklindeki lineer eşitsizliklerden meydana gelen bir sistem ile ifade edilir.

### 3) Pozitiflik Şartları:

Lineer programlama teknikleri gerçek işletme problemlerine uygulandığından değişkenlerin negatif değerler almasının bir anlamı yoktur. Örneğin, stok seviyesi gibi bir problemde ilgili büyüklükler daima pozitiftir. Bu nedenle lineer programlama modellerinde bütün değişkenlerin pozitif olması koşulu daima mevcuttur. Bu koşul matematiksel olarak

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

eşitsizlikleri ile ifade edilir. Pozitiflik şartı lineer programlama problemlerinin birçok geçersiz çözümünü yok ettiği için optimum çözüme ulaşmayı kolaylaştırır.

### İşletme Problemlerinin Lineer Programlama Modellerinin Kurulması

Bu kısımda bir lineer programlama modeli kurulurken takip edilecek sistematik düşünce tarzını göstermek amacıyla bir örnek verilecektir.

### Örnek: Üretim Programlama Modeli

Bir firma ürettiği A, B ve C tipindeki ürünlerin üretimini programlamak istiyor. Ürünlerin maliyetleri ve satış fiyatları bilindiğinden herbirinin bir adetinden sağlanan kâr belli olup sırasıyla 6 lira, 3 lira ve 8 liradır. Ürünlerin üretiminde kullanılan 4 farklı malzeme vardır. Bunların stok seviyeleri ve her tip ürünün bir adetinde

kullanılması gereken miktarlar aşağıda verilmiştir.

Malzeme	A	B	C	Malzeme Stok Seviyesi
I	0	1	2	100
II	2	2	1	180
III	3	5	9	360
IV	0	0	3	150

Firmanın üretim faaliyetleri üzerinde başka bir sınırlayıcı koşul bulunmadığına göre, maksimum kârı hesaplamaya yarayan lineer programlama modelini kurunuz.

Çözüm: Problemin çok basit olduğu, kârı maksimum yapmak için en fazla kâr getiren C ürününden mümkün olan en fazla miktarda üretmek gerektiği düşünülebilir. Eldeki malzemeye göre C ürününden en fazla  $360/9=40$  adet üretilir. Böylece toplam kâr  $40 \cdot 8=320$  liradır. Ancak birim kârı daha az olan A ürününden en fazla  $180/2=90$  adet yapılabilirdiğinden bu durumda sağlanacak toplam kâr  $90 \cdot 6=540$  liradır. O halde, maksimum kârı sağlayacak çözümü bulmak için mümkün olan bütün alternatifleri ayrı ayrı incelemek gerekmektedir. Sayısız denecek kadar çok seçeneği sistematik ve çözüme en kısa yoldan ulaşacak şekilde incelemek ancak bir matematiksel model yardımıyla mümkündür. Bunun için, ürünlerin üretim miktarlarını değişken kabul ederek  $x_1, x_2, x_3$  ile gösterelim. Her ürünün bir tanesinden elde edilen kâr bilindiğinden toplam kâr

$$Z = 6x_1 + 3x_2 + 8x_3 \quad (1)$$

denklemi ile ifade edilir. Diğer yandan stokta 100 ünite bulunan I malzemesi için; A, B ve C ürünlerinin her bir adetinde sırasıyla 0, 1 ve 2 ünite kullanıldığından,

$$0x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 100 \quad (2)$$

yazılabilir. Benzer şekilde

$$\begin{aligned}2x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 180 \\3x_1 + 5x_2 + 9x_3 &\leq 360 \\0x_1 + 0x_2 + 3x_3 &\leq 150\end{aligned}\tag{2}$$

şartları yazılabilir. Ayrıca  $x_1, x_2$  ve  $x_3$  üretim miktarlarını gösterdiği için daima pozitif olmak zorundadır. Yani,

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0\tag{3}$$

şartları mevcuttur. Böylece (1) denklemi ile (2) ve (3) şartları bir lineer programlama probleminin tüm koşullarını sağlamaktadır. Maksimum kârı sağlayan üretim programı bu modelin çözümü ile bulunacaktır.