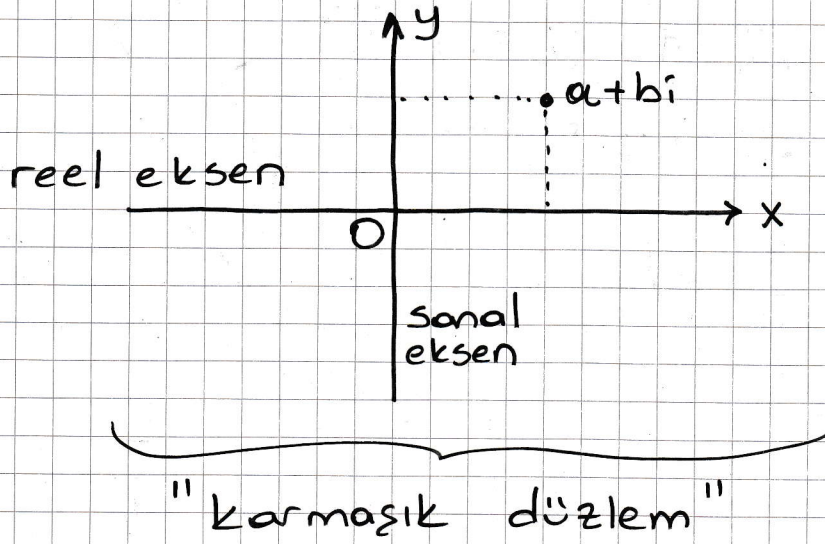


## KARMAŞIK SAYININ KARMAŞIK DÜZLEMDE GÖSTERİMİ

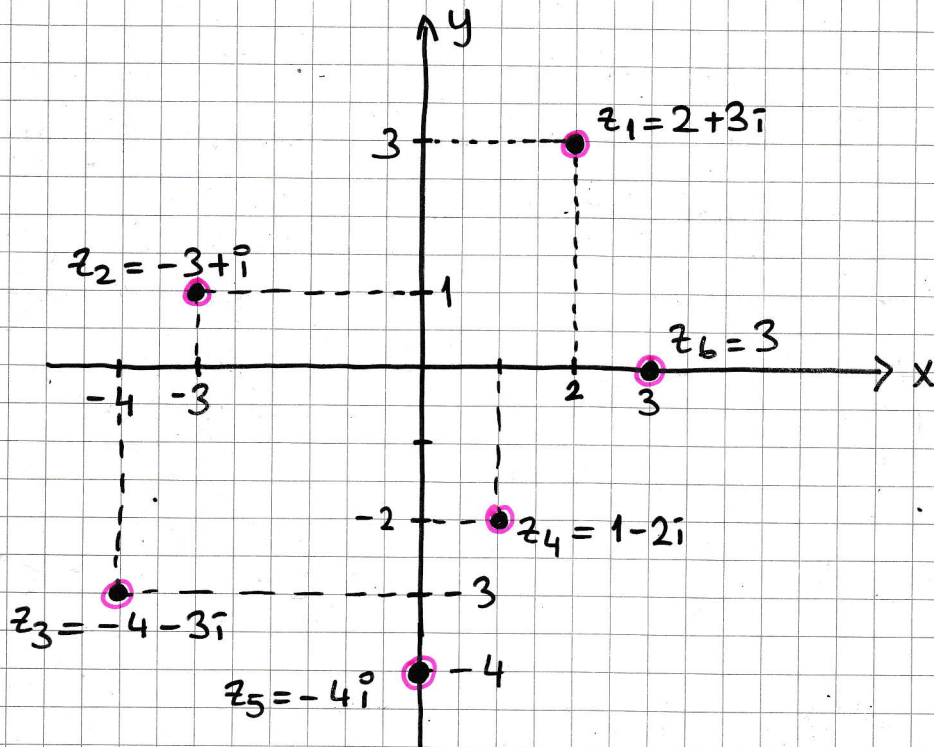


Örnekler :

1) Aşağıdaki karmaşık sayıları karmaşık düzlemde gösteriniz.

$$z_1 = 2 + 3i, \quad z_2 = -3 + i, \quad z_3 = -4 - 3i$$

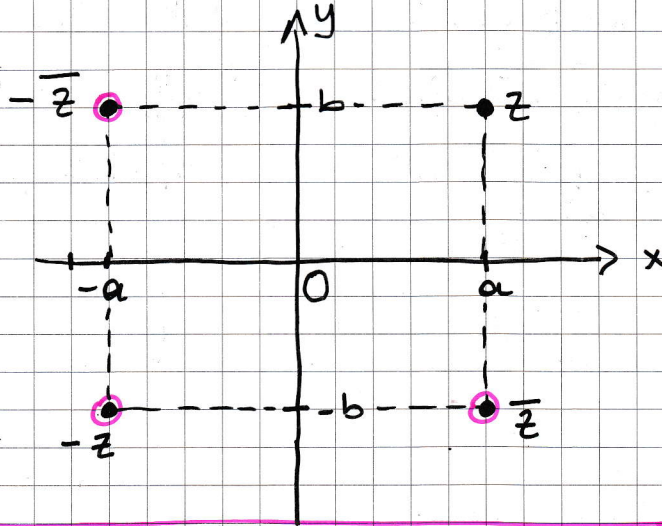
$$z_4 = 1 - 2i, \quad z_5 = -4i, \quad z_6 = 3$$



2)  $z = a + bi$  ise,  $\bar{z}$ ,  $-z$ ,  $-\bar{z}$  sayılarını, karmaşık düzlemde gösteriniz.

$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

$$-z = -a - bi \Rightarrow -\bar{z} = -a + bi$$



**NOT** : Karmaşık düzlemde,  $z \in \mathbb{C}$  olmak üzere,

\*  $z$  ile  $\bar{z}$  sayıları  $Ox$  eksenine göre,

\*  $z$  ile  $-\bar{z}$  sayıları origine göre,

\*  $z$  ile  $-\bar{z}$  sayıları da  $Oy$  eksenine göre,

simetrikler.

$-z$

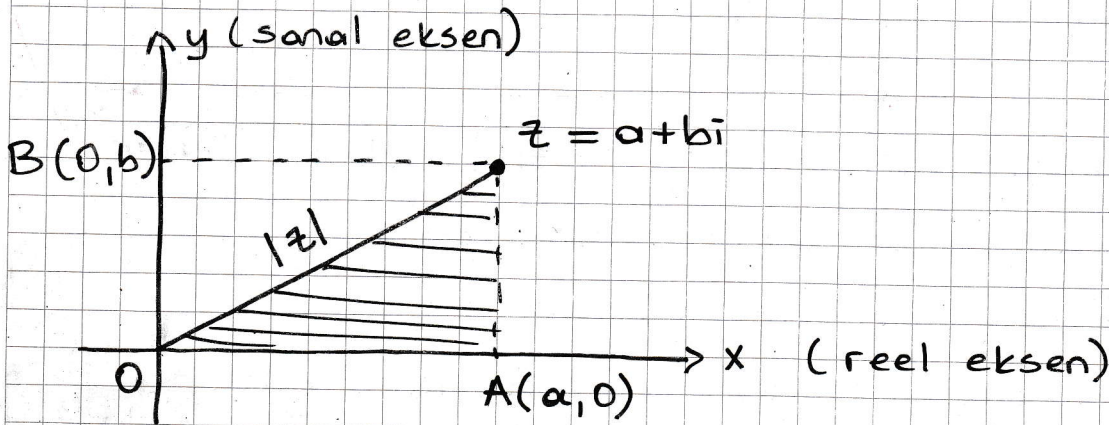


## KARMAŞIK SAYININ MODÜLÜ (MUTLAK DEĞERİ)

**Tanım** : Karmaşık düzlemde, bir  $z$  karmaşık sayısına karşılık gelen noktanın, başlangıç noktasına olan uzaklığına, bu karmaşık sayının modülü veya mutlak değeri denir ve  $|z|$  ile gösterilir.

$$z = a + bi$$

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



$zOA$  üçgeninde Pisagor teoreminden;

$$|Oz|^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

**Örnekler** :

$$1) z = 2 + 3i \quad |z| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \text{ br}$$

$$2) z = -2 - i \quad |z| = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \text{ br}$$

$$3) z = \sqrt{3} + \sqrt{2}i \quad |z| = \sqrt{3 + 2} = \sqrt{5} \text{ br}$$

$$4) z = i \quad |z| = \sqrt{1^2} = 1 \text{ br}$$

$$5) z = 3 \quad |z| = \sqrt{3^2} = 3 \text{ br}$$



## ⇒ Mutlak Değer Özellikleri

1)  $z = a + bi$  ise;

$$|z| = |\bar{z}| = |-z| = |-\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

2)  $\forall z \in \mathbb{C}$  ve  $n \in \mathbb{N}^+$  için,

$$|z^n| = |z|^n$$

3)  $\forall z \in \mathbb{C}$  için,

$$z \cdot \bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2$$

4)  $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  ve  $z_2 \neq 0$  için,

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \quad \text{ve}$$

$$\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|} \quad \text{dir.}$$

5)  $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  için,

$$|z_1| + |z_2| \geq |z_1 + z_2| \quad \text{ve}$$

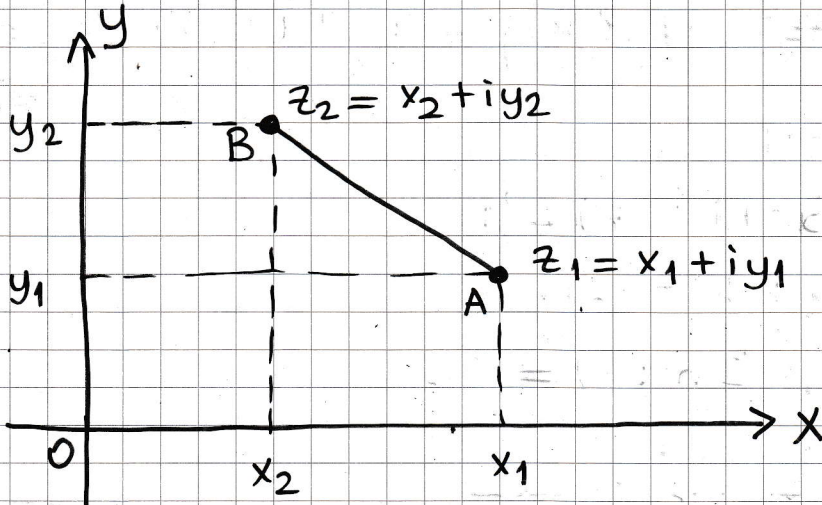
$$|z_1| - |z_2| \leq |z_1 - z_2| \quad \text{dir.}$$

2nd



## İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık

Karmaşık düzlemde, iki karmaşık sayı arasındaki uzaklık, bu sayıların görüntüleri olan noktalar arasındaki uzaklığa eşittir.



$z_1 = x_1 + iy_1$ 'in görüntüsü  $A(x_1, y_1)$

$z_2 = x_2 + iy_2$ 'nin görüntüsü  $B(x_2, y_2)$  ise;

$$|AB| = |z_1 - z_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Örnekler 1)  $z_1 = 2 - 3i$  ve  $z_2 = 4 + i$  karmaşık sayıları arasındaki uzaklığı bulunuz.

$$\begin{aligned} |z_1 - z_2| &= |(2 - 3i) - (4 + i)| = |-2 - 4i| \\ &= \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} = \underline{\underline{2\sqrt{5} \text{ br}}} \end{aligned}$$

2)  $z_1 = x + 2i$  ve  $z_2 = 4 - 2i$  karmaşık sayıları arasındaki uzaklık 5 br ise  $x$ 'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$$|x + 2i - 4 + 2i| = |(x - 4) + 4i| = \sqrt{(x - 4)^2 + 16} = 5$$

$$(x - 4)^2 + 16 = 25$$

$$x - 4 = 3 \quad \text{ve} \quad x - 4 = -3$$

$$x = 7 \quad \text{ve} \quad x = 1 \quad \Rightarrow \quad 7 + 1 = \textcircled{8}$$