

Bernoulli Diferensiyel Denklemi

Tanım. $n, 1$ den farklı bir reel sayı olmak üzere

$$y' + p(x)y = q(x)y^n$$

formundaki diferensiyel denklemlere Bernoulli diferensiyel denklemi denir. Bernoulli diferensiyel denklemleri nonlineerdir.

Bu denklemler

$$z = y^{1-n}$$

dönüşümü yardımı ile lineer diferensiyel denkleme dönüştürülerek çözümlenir.

Örnek. Aşağıdaki diferensiyel denklemleri çözümleniz.

1.

$$y' + 2xy = e^{x^2} y^2$$

Çözüm. $n=2$ için Bernoulli denklemdir.

$$z = y^{-1}$$

dönüşümü uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= -y^2 \frac{dz}{dx}, \\ \frac{dz}{dx} - 2xz &= e^{-x^2} \end{aligned}$$

lineer denklemi elde edilir.

Bu denklemin çözümü

$$z = (-x + c)e^{x^2}$$

dir. Verilen Bernoulli denkleminin çözümü,

$$y = \frac{-1}{(x + c)e^{x^2}}$$

olarak bulunur.

2.

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = y^2$$

3.

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{3}y = e^x y^4$$

4.

$$2\frac{dy}{dx} + y \tan x = \frac{(4x + 5)^2}{\cos x} y^3$$