

**KONU 8. DİRAC SİSTEMİNİN JOST FONKSİYONU VE SAÇILIM FONKSİYONU**

$$E^+(x, \lambda) = \begin{pmatrix} E_1^+(x, \lambda) \\ E_2^+(x, \lambda) \end{pmatrix}, \lambda \in \overline{\mathbb{C}}_+ \text{ ve } E^-(x, \lambda) = \begin{pmatrix} E_1^-(x, \lambda) \\ E_2^-(x, \lambda) \end{pmatrix}, \lambda \in \overline{\mathbb{C}}_-$$

Jost çözümleri olmak üzere,

$$D_+(\lambda) := E_2^+(0, \lambda) - E_1^+(0, \lambda), \lambda \in \overline{\mathbb{C}}_+$$

ve

$$D_-(\lambda) := E_1^-(0, \lambda) - E_2^-(0, \lambda), \lambda \in \overline{\mathbb{C}}_-$$

fonksiyonlarına Dirac sisteminin Jost fonksiyonları denir.

**Teorem 8.1.** Jost fonksiyonları

$$D_+(\lambda) = 1 + o(1), \lambda \in \overline{\mathbb{C}}_+, |\lambda| \rightarrow \infty \quad (8.1)$$

$$D_-(\lambda) = 1 + o(1), \lambda \in \overline{\mathbb{C}}_-, |\lambda| \rightarrow \infty \quad (8.2)$$

asimptotik eşitliklerini sağlar.

**İspat.** (8.1) eşitliğini gösterelim. (5.6) eşitliğine göre

$$D_+(\lambda) = E_2^+(0, \lambda) - E_1^+(0, \lambda) = 1 + \int_0^\infty [H_{22}(0, s) - H_{12}(0, s)] e^{i\lambda s}, \lambda \in \overline{\mathbb{C}}_+ \quad (8.3)$$

elde edilir.

**a)**  $\lambda \in \mathbb{R}$  olsun. Fourier dönüşümleri için Riemann-Lebesgue lemmasını kullanarak (8.3) eşitliğinden

$$D_+(\lambda) = 1 + o(1), \lambda \in \mathbb{R}, \lambda \rightarrow \pm\infty \quad (8.4)$$

bulunur.

**b)**  $\lambda \in \mathbb{C}_+$  olsun. Bu durumda Lebesgue yakınsaklık teoremini kullanarak

$$D_+(\lambda) = 1 + o(1), \lambda \in \mathbb{C}_+, |\lambda| \rightarrow \infty \quad (8.5)$$

elde edilir. (8.4) ve (8.5) ten (8.1) eşitliği çıkar.

$$S(\lambda) := \frac{D_-(\lambda)}{D_+(\lambda)}, \lambda \in \mathbb{R}$$

fonksiyonuna Dirak sisteminin saçılım fonksiyonu denir.

**Teorem 8.2**

$$\lim_{\lambda \rightarrow \pm\infty} S(\lambda) = 1 \quad (8.6)$$

eşitliği sağlar.

**İspat.**

$$S(\lambda) := \frac{D_-(\lambda)}{D_+(\lambda)}, \lambda \in \mathbb{R}$$

olmak üzere, (8.1) ve (8.2) yi kullanarak (8.6) eşitliği elde edilir.

Dirak sisteminin özdeğerler kümesi  $\sigma_d$  olsun.

**Teorem 8.3**

$$\sigma_d = \{\lambda : \lambda \in \mathbb{C}_-, D_-(\lambda) = 0\} \cup \{\lambda : \lambda \in \mathbb{C}_+, D_+(\lambda) = 0\}$$

gerçeklenir.

**Alıştırmalar**

- 1) (8.2) asimptotik eşitliğini gösteriniz.
- 2) Teorem 8.3 ü ispatlayınız.