

# MAT 110 ANALİZ II

## Belirli İntegraller (Riemann İntegrali )

Ankara Üniversitesi

6. Hafta

## 6.4. Riemann İntegrallenebilir Bazı Fonksiyon Sınıfları

### Teorem 6.4.1.

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyon olsun.

(i)  $f$  fonksiyonu  $[a, b]$  aralığında sürekli ise  $f$  fonksiyonu  $[a, b]$  aralığında Riemann integrallenebilirdir.

$$f \in C[a, b] \implies f \in \mathcal{R}[a, b]$$

(ii)  $f$  fonksiyonu  $[a, b]$  aralığında monoton ise  $f$  fonksiyonu  $[a, b]$  aralığında Riemann integrallenebilirdir.

## 6.4. Riemann İntegrallenebilir Bazı Fonksiyon Sınıfları

### Teorem 6.4.2.

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  sınırlı fonksiyon olsun.  $f$  fonksiyonu  $[a, b]$  aralığında parçalı sürekli ise  $f$  fonksiyonu  $[a, b]$  aralığında Riemann integrallenebilirdir.

## 6.4. Riemann İntegrallenebilir Bazı Fonksiyon Sınıfları

### Teorem 6.4.3.

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  Riemann integrallenebilir fonksiyon ve

$$f([a, b]) \subset [c, d]$$

olsun.

$$\varphi : [c, d] \rightarrow \mathbb{R}$$

fonksiyonu  $[c, d]$  aralığında sürekli ise bu durumda

$$\varphi \circ f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

fonksiyonu  $[a, b]$  aralığında Riemann integrallenebilirdir.

## 6.4. Riemann İntegrallenebilir Bazı Fonksiyon Sınıfları

### Sonuç 6.4.4.

$f \in \mathcal{R} [a, b]$  olsun. Bu durumda

(i)  $|f| \in \mathcal{R} [a, b]$  dir.

(ii)  $f^2 \in \mathcal{R} [a, b]$  dir.

(iii)  $\forall t \in [a, b]$  için  $f(t) \geq 0$  ise  $\sqrt{f} \in \mathcal{R} [a, b]$  dir.

## 6.4. Riemann İntegrallenebilir Bazı Fonksiyon Sınıfları

### Sonuç 6.4.5.

$f, g \in \mathcal{R}[a, b]$  olsun. Bu durumda

$$fg \in \mathcal{R}[a, b]$$

dir.

### Sonuç 6.4.6.

$f \in \mathcal{R}[a, b]$  olsun. Bu durumda  $|f| \in \mathcal{R}[a, b]$  olup

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$$

dir.