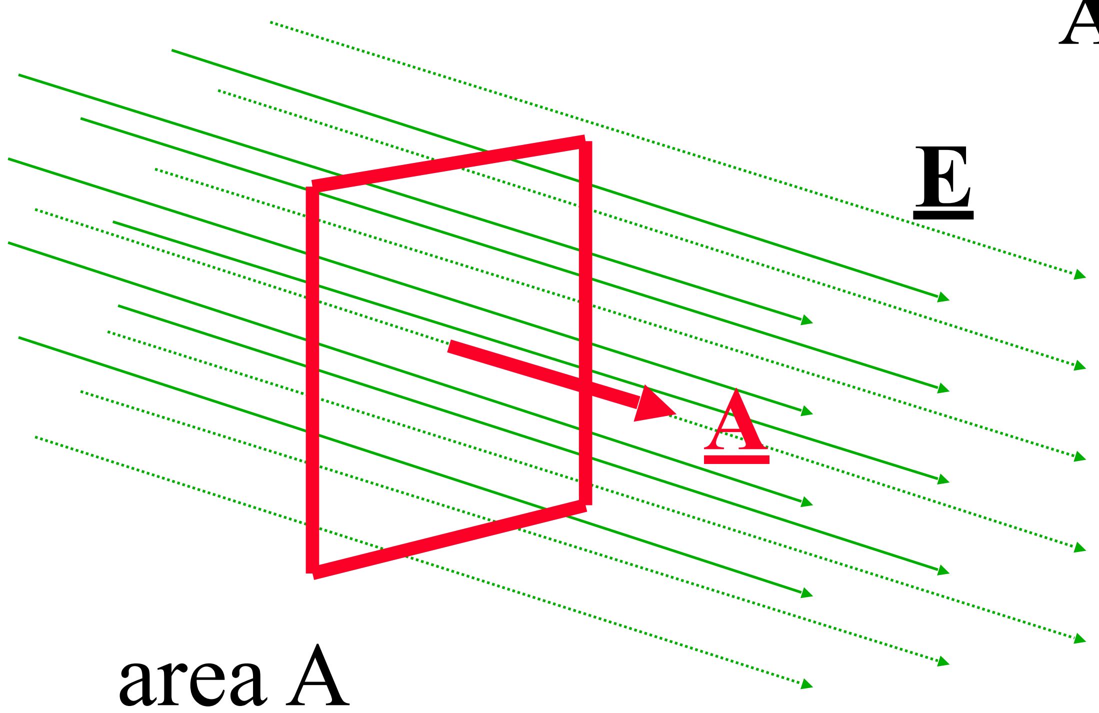
(FZM 114) FİZİK -II

Dr. Çağın KAMIŞCIOĞLU

İÇERİK

+ *Elektrik Akısı*
+ *Gauss Yasası*
+ *Bir Nokta Yükün Elektrik Alanı*
+ *İnce Küresel Bir Tabakanın Elektrik Alanı*
+ *Silindirik Simetrili Yük Dağılımı*
+ *Küresel Simetrili Yük Dağılımı*
+ *İletkenlerde Durum*

ELEKTRİK AKISI



A yüzeyınden geçen elektrik akısı Φ

$$\boxed{\Phi = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}}$$

$$\Phi = E\,A \cos(\theta)$$

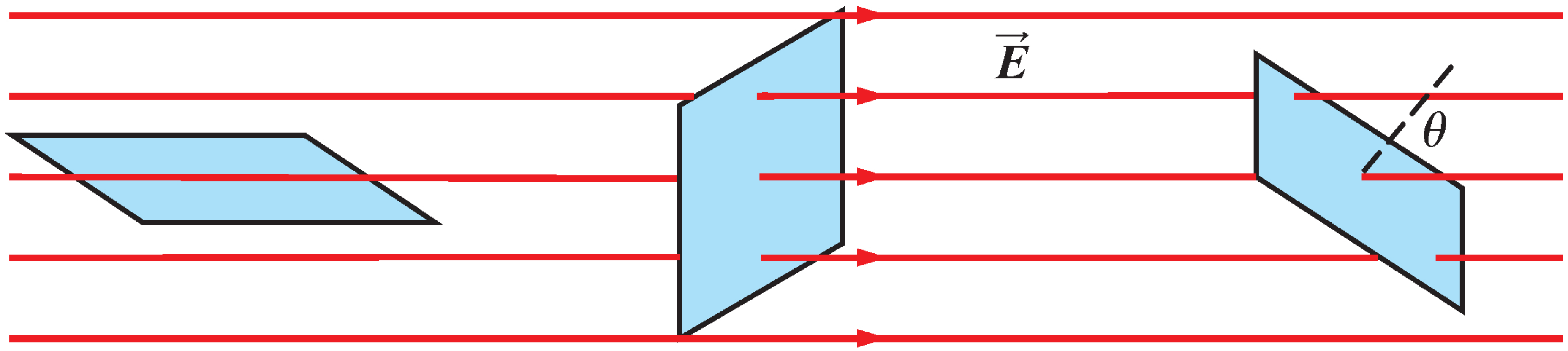
Where:

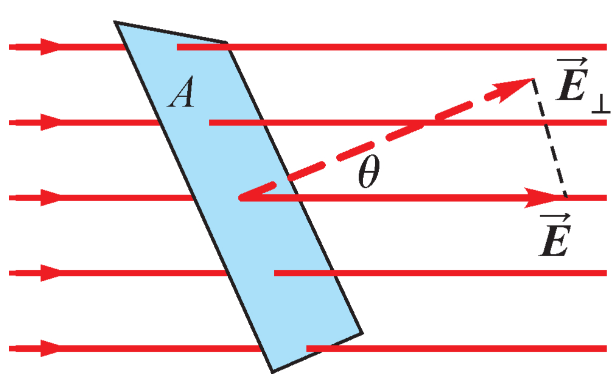
A yüzeye normal bir vektördür

θ E ve A arasındaki açıdır

ELEKTRİK AKISI

Bir vektörün bir yüzeyi kesip geçen miktarına **akı** denir.





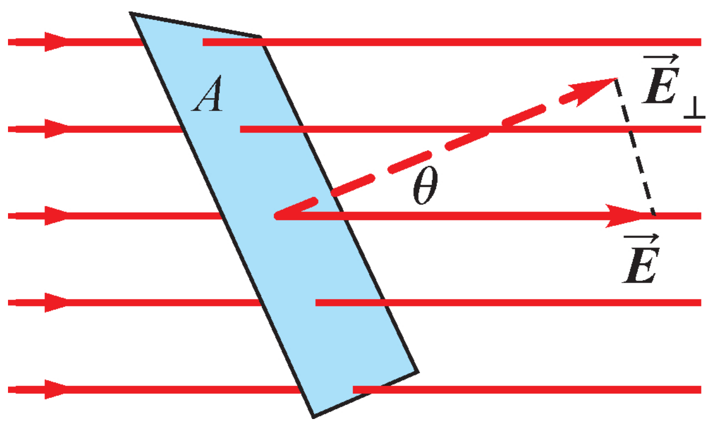
Tanım:

$$\Phi = E\,A\,\cos\theta = E_\perp\,A$$

θ : $\vec{E}$ ile **yüzey normali** arasındaki açı.

Bir yöndeki akı pozitif ise, diğer yöndeki negatif olur.

ELEKTRİK AKISI



Tanım:

$$\Phi = E\,A\,\cos\theta = E_\perp\,A$$

θ : $\vec{E}$ ile **yüzey normali** arasındaki açı.

Bir yöndeki akı pozitif ise, diğer yöndeki negatif olur.

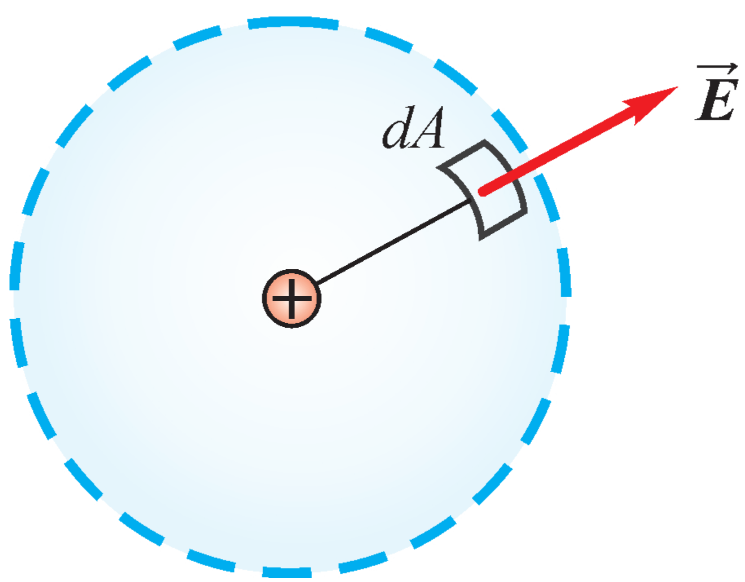
Değişken elektrik alanların sonlu bir yüzeyden geçen akısı:

$$\Phi = \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum_i E_i\,\Delta A_i\,\cos\theta_i = \Phi = \oint_{\text{yüzey}} E\,dA\,\cos\theta \qquad \text{(elektrik akısı)}$$

GAUSS YASASI

Basit bir akı hesabı:

Noktasal bir q yükünün r yarıçaplı hayali bir küre yüzeyi üzerindeki toplam elektrik akısı.



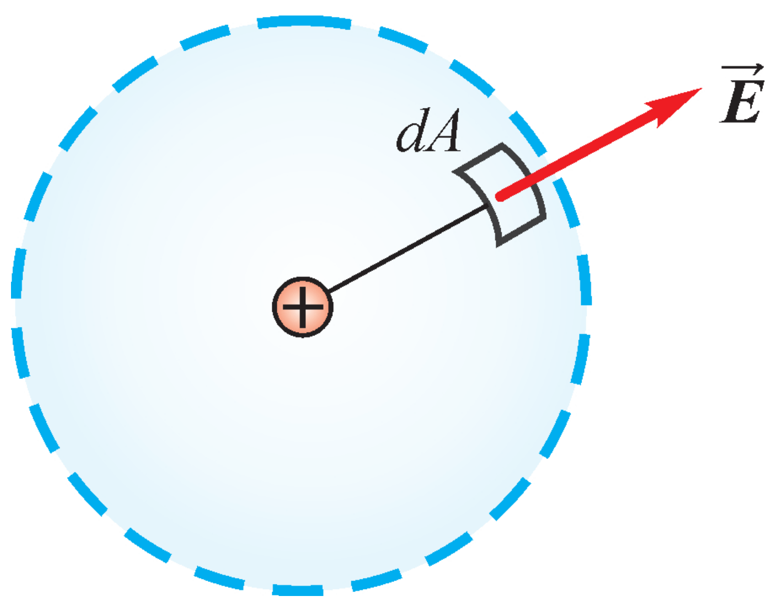
Küre yüzeyi üzerinde her noktada E alanı sabit ve yüzeye dik $(\theta = 0)$:

$$\Phi = EA\cos 0^\circ = EA$$

GAUSS YASASI

Basit bir akı hesabı:

Noktasal bir q yükünün r yarıçaplı hayali bir küre yüzeyi üzerindeki toplam elektrik akısı.



Küre yüzeyi üzerinde her noktada E alanı sabit ve yüzeye dik $(\theta = 0)$:

$$\Phi = E\,A\,\cos 0^\circ = E\,A$$

$E = kq/r^2$ ve kürenin yüzölçümü: $A = 4\pi r^2$

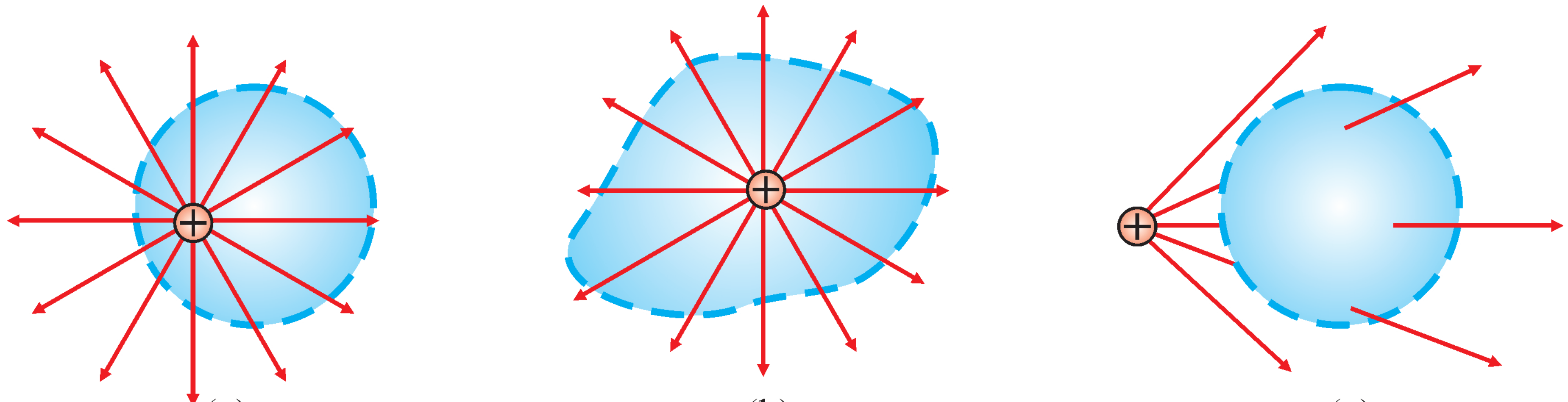
$$\Phi = E\,A = \frac{kq}{\cancel{r^2}}\,4\pi\,\cancel{r^2} = 4\pi k\,q$$

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Sonuç sadece q yüküyle orantılı!

GAUSS YASASI

Bu sonuç her yüzey ve her yük dağılımı için geçerlidir:

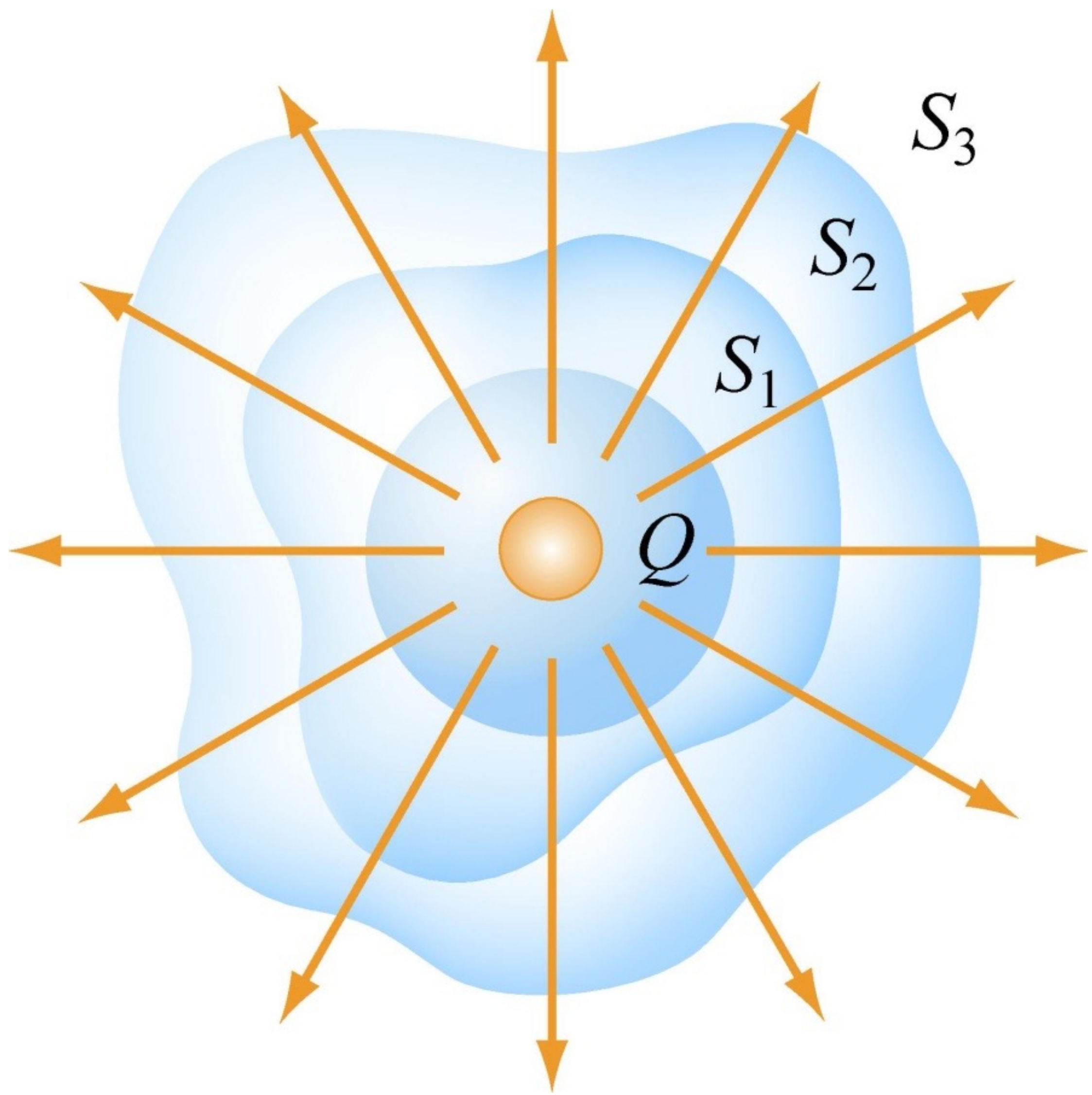


- q yükü kürenin merkezinde olmasaydı, sonuç yine aynı olurdu (a).
- q yükü çevresinde küre değil de, herhangi bir kapalı yüzey olsaydı, sonuç yine değişmezdi (b).
- $\boldsymbol{q}$ yükü Gauss yüzeyi dışında ise (c):

  Yüzeye giren her alan çizgisi, mutlaka bir yerden çıkar. Eksi ve artı akıların net toplamı sıfır olur:

$$\Phi = \oint E\,dA\,\cos\theta = 0 \qquad \text{(yük Gauss yüzeyi dışında ise)}$$

GAUSS YASASI



Bu yüzeylerden herhangi birine nüfuz eden alan çizgilerinin toplam "akısı" aynıdır ve sadece içindeki yük miktarına bağlıdır.

GAUSS YASASI

<u>Gauss Yasası</u>

Kapalı bir yüzey üzerindeki toplam elektrik akısı, sadece yüzey içinde kalan yüklerin cebirsel toplamı ile orantılıdır:

$$\oint_{\text{yüzey}} E\,dA\,\cos\theta = \frac{q_{\text{iç}}}{\varepsilon_0}$$

GAUSS YASASI

Gauss Yasası

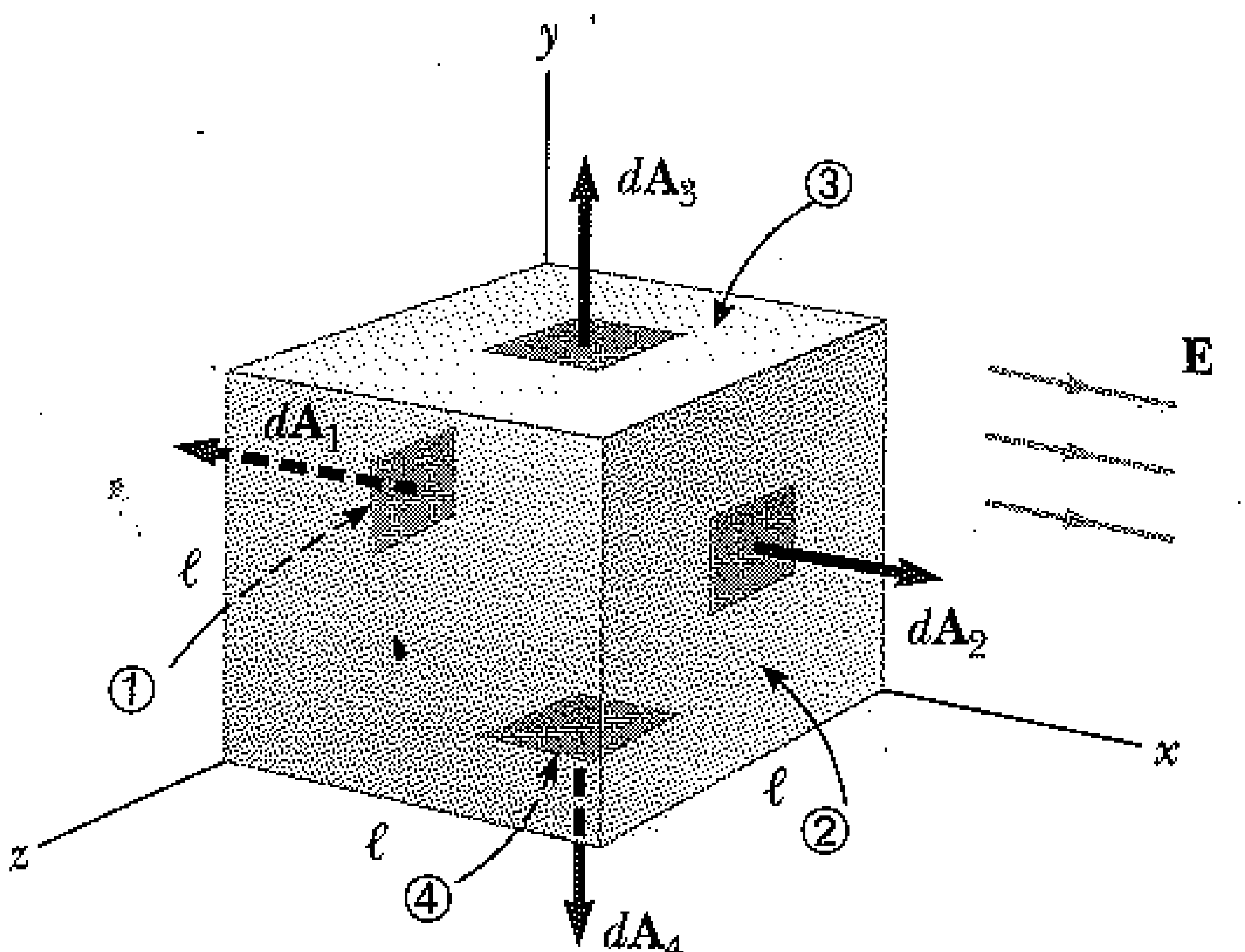
Kapalı bir yüzey üzerindeki toplam elektrik akısı, sadece yüzey içinde kalan yüklerin cebirsel toplamı ile orantılıdır:

$$\oint_{\text{yüzey}} E\, dA\, \cos\theta = \frac{q_{\text{iç}}}{\varepsilon_0}$$

- Gauss yüzeyi seçimi keyfidir, istenilen yüzey seçilebilir.
  Ama, yasanın geçerli olması için yüzeyin **kapalı** olması şarttır.
- Gauss yüzeyi dışında istenildiği kadar yük olsun, sonuçta sadece yüzey içinde kalan net yük hesaba katılır.
- Yük dağılımı simetrik ise, öyle uygun bir Gauss yüzeyi seçilir ki integral almaya gerek kalmaz.

GAUSS YASASI-ÖRNEK

x doğrultusunda yönelmiş düzgün bir **E** elektrik alanı göz önüne alınsın. Şekil 24.5 deki gibi yönlendirilen ℓ kenar uzunluklu bir kübün yüzeyinden geçen net elektrik akısını bulunuz.



Çözüm Net akı, kübün her bir yüzeyinden geçen akıların toplamıdır. Önce, **E** , $d\mathbf{A}$ ya dik olduğundan kübün *dört* yüzünden (③, ④ ve sayı verilmeyenler) geçen akı sıfırdır.

① ve ② yüzlerinden geçen net akı:

$$\Phi_E = \int_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} + \int_2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

① yüzünde **E** sabit ve içeri doğru, $d\mathbf{A}$ ise dışarı doğrudur ($\theta = 180°$); böylece, bu yüzden geçen akı, her bir yüzün alanı $A = \ell^2$ olduğuna göre,

$$\int_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int_1 E(\cos 180°)\, dA = -E\int_1 dA = -EA = -E\ell^2$$

② yüzü için **E** sabittir ve $d\mathbf{A}$ ile aynı doğrultudadır ($\theta = 0°$); buna göre bu yüzden geçen akı:

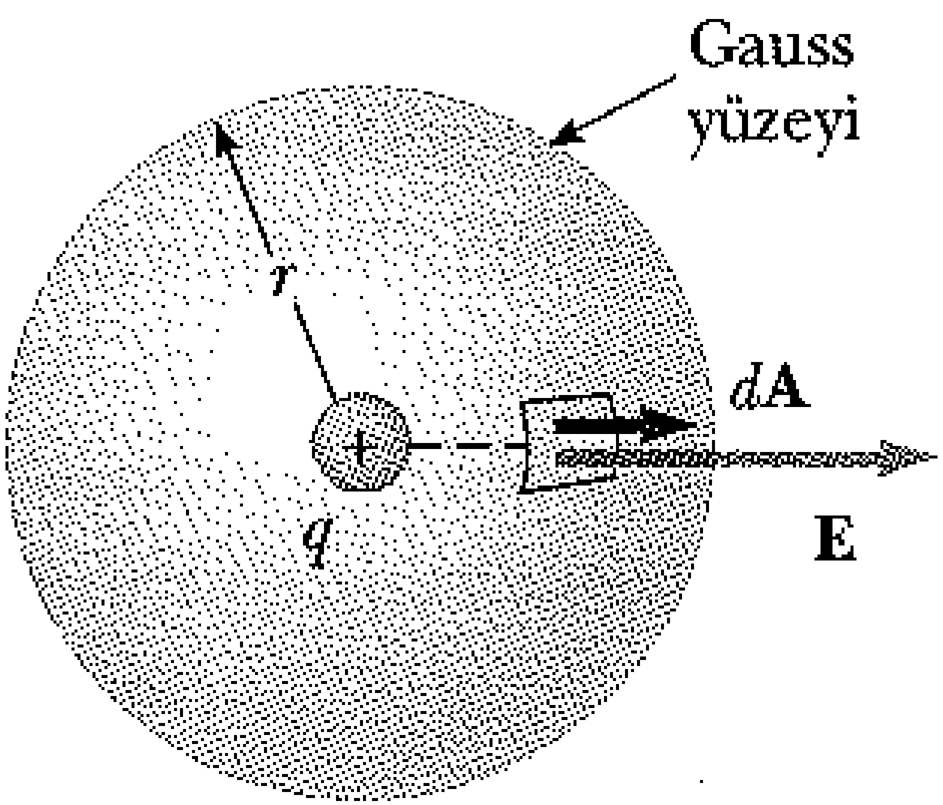
$$\int_2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int_2 E(\cos 0°)\, dA = E\int_2 dA = +EA = E\ell^2$$

Böylece tüm altı yüz için net akı:

$$\Phi_E = -E\ell^2 + E\ell^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = \boxed{0}$$

BİR NOKTA YÜKÜN ELEKTRİK ALANI

Gauss yasasından başlayarak, yalıtılmış bir q nokta yükünün elektrik alanını hesaplayınız.



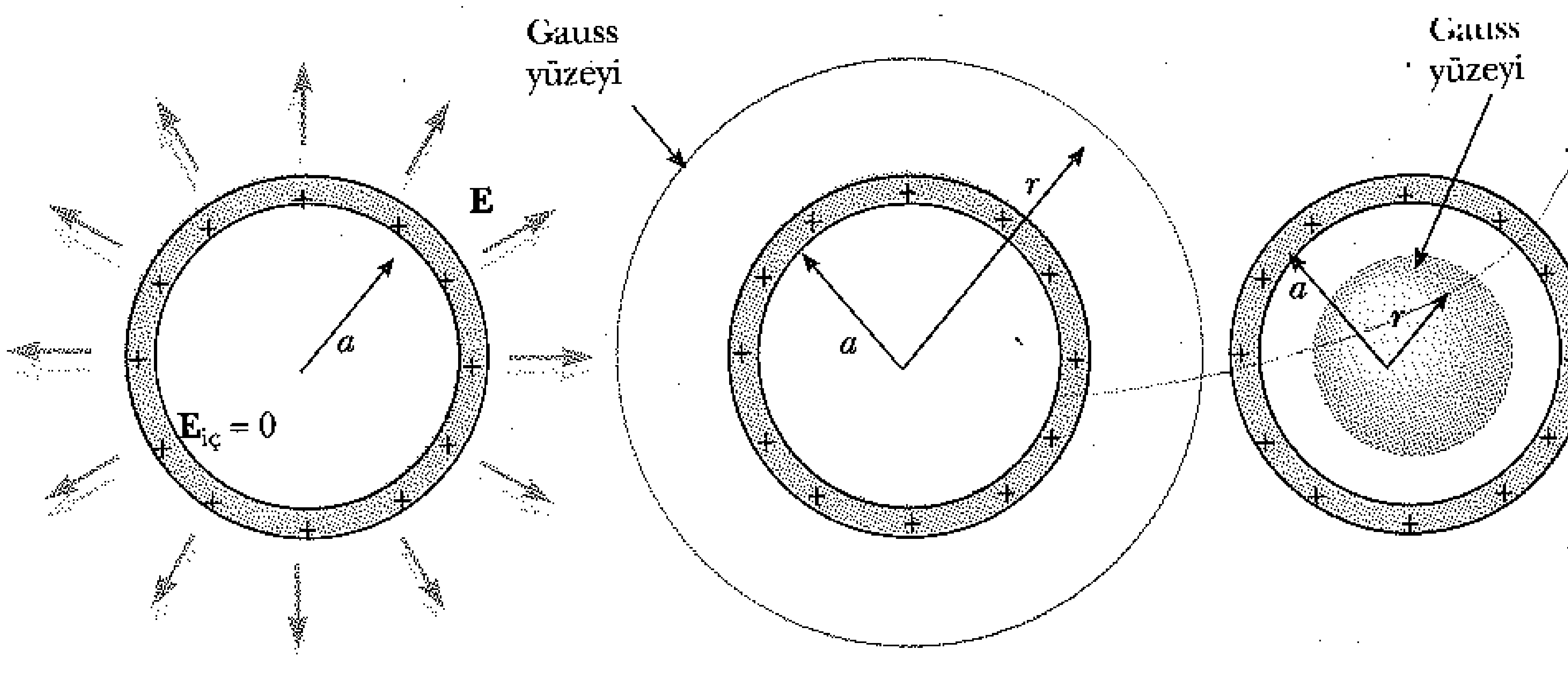
$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E\, dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E\, dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k_e \frac{q}{r^2}$$

İNCE KÜRESEL TABAKANIN ELEKTRİK ALANI

a yarıçaplı, ince küresel bir tabakanın yüzeyinde düzgün olarak dağılmış toplam Q yükü bulunmaktadır (Şek. 24.13a). Tabakanın içinde ve dışındaki noktalarda elektrik alanını bulunuz.



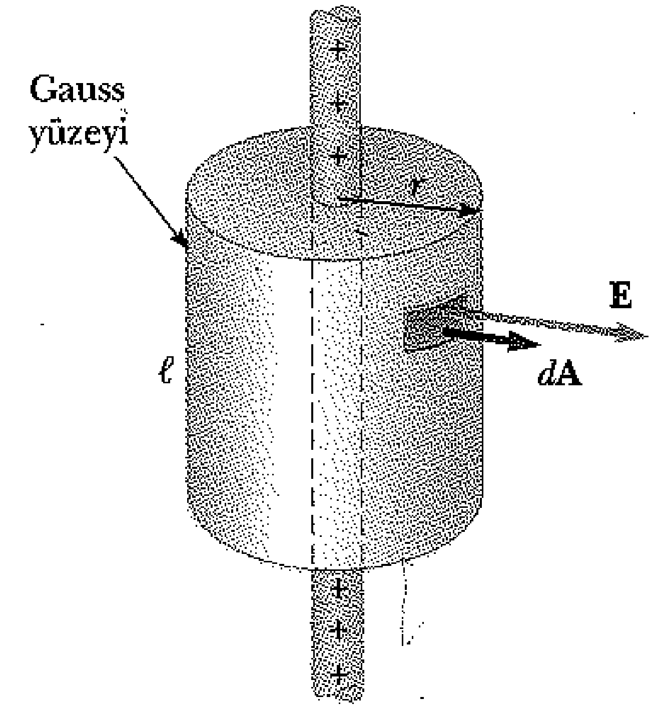
(a) (b) (c)

$$E = k_e \frac{Q}{r^2} \quad (r > a \text{ için})$$

$r < a$ bölgesinde $E =$

SİLİNDİRİK SİMETRİLİ YÜK DAĞILIMI

λ sabit doğrusal yük yoğunluklu, sonsuz uzunlukta, doğrusal artı bir yükten r uzaklığında elektrik alanını bulunuz (Şek. 24.14a).

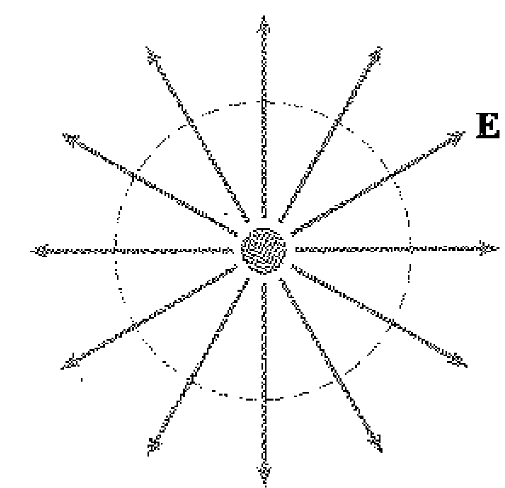


(a)

Gauss yasasındaki yüzey integrali tüm yüzey üzerinden alınır. Silindir tabanlarında $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ sıfır olduğundan yalnızca silindirin eğri yan yüzeyi ile ilgilenilir.

Bu gauss yüzeyinin içinde kalan yük $\lambda\ell$ dir. Gauss yasası (1) ve (2) koşulları uygulandığında, silindirin yanal yüzeyi için:

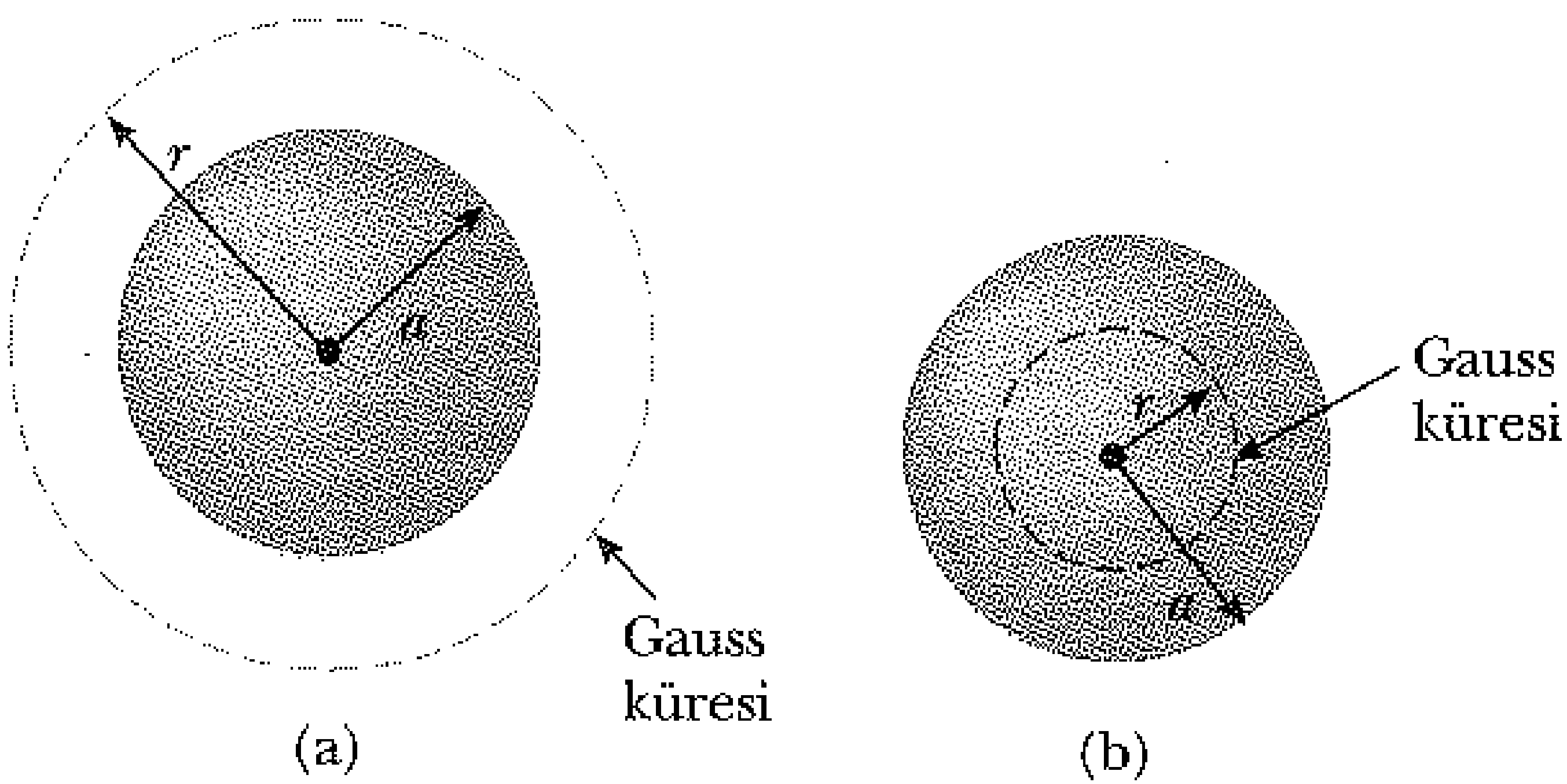
$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E \oint dA = EA = \frac{q_{\text{iç}}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda\ell}{\epsilon_0}$$



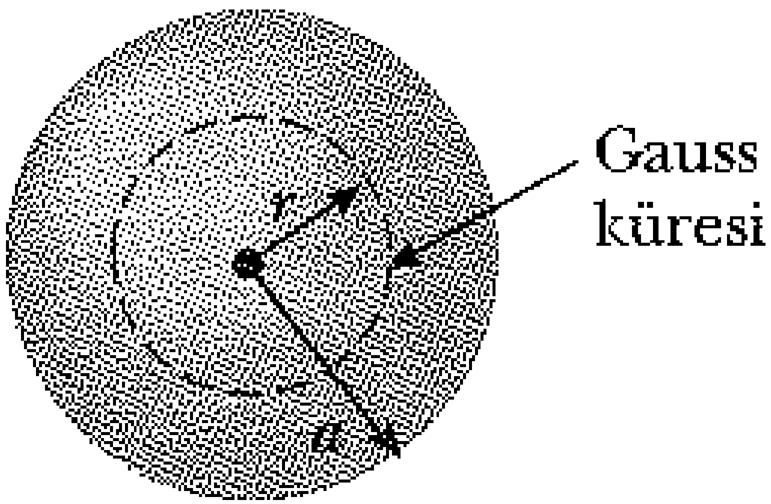
(b)

KÜRESEL SİMETRİLİ YÜK DAĞILIMI

a yarıçaplı, yalıtkan, dolu bir kürenin düzgün yük yoğunluğu ρ ve toplam pozitif yükü Q dür (Şek 24.11). (a) Kürenin dışındaki bir noktada elektrik alan büyüklüğünü hesaplayınız.



KÜRESEL SİMETRİLİ YÜK DAĞILIMI



$$E = k_e \frac{Q}{r^2} \quad (r > a \text{ için})$$

KÜRESEL SİMETRİLİ YÜK DAĞILIMI

(1) ve (2) koşulları sağlanır. Bu nedenle, $r < a$ bölgesinde Gauss yasası uyarınca

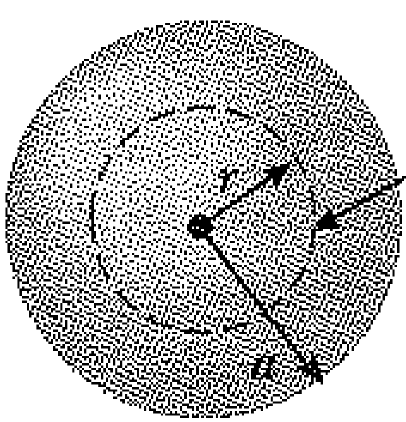
$$\oint E\,dA = E\oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

olur E çözüldüğünde:

$$E = \frac{q_{iç}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho\,\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{3\epsilon_0}\,r$$

Tanım gereği $\rho = Q / \frac{4}{3}\pi a^3$ ve $k_e = 1/(4\pi\epsilon_0)$ olduğundan:

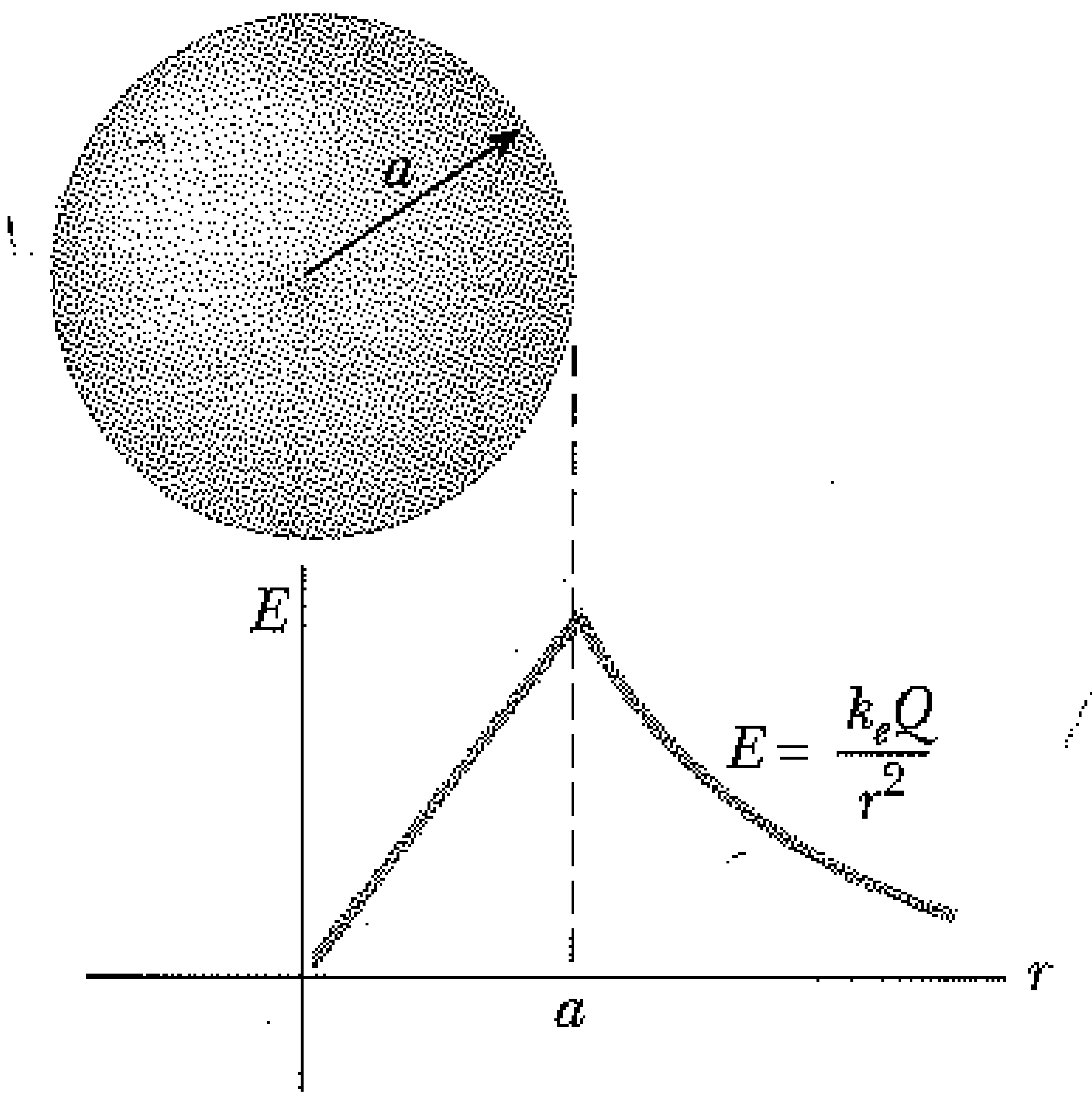
$$E = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 a^3} = \boxed{\frac{k_e Q}{a^3}\,r} \qquad (r < a \text{ için})$$



(b)

$$q_{iç} = \rho V' = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

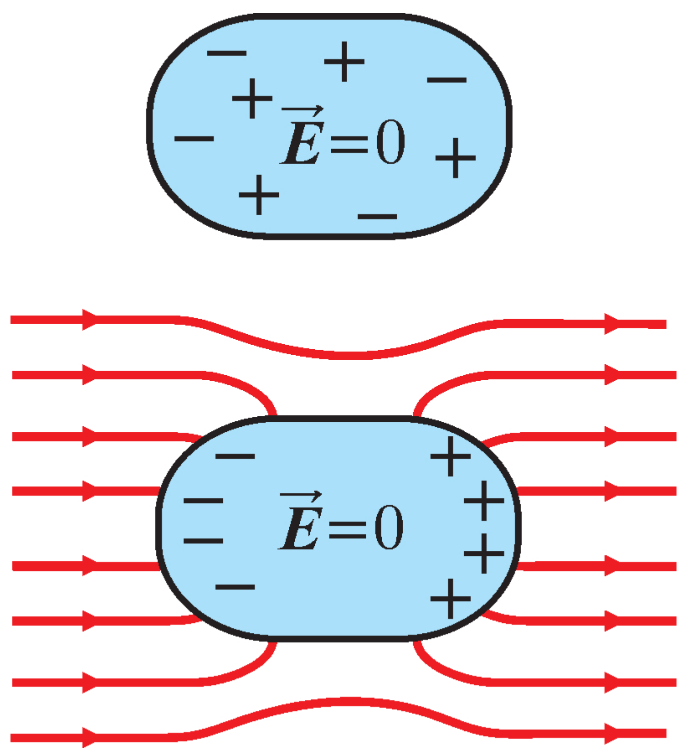
KÜRESEL SİMETRİLİ YÜK DAĞILIMI



İLETKENLERDE DURUM

Gauss yasası ile iletkenlerin özellikleri anlaşılabilir.

- **Dengedeki bir iletken içinde heryerde elektrik alan sıfırdır.**



İletken içinde $\vec{E} \neq 0$ olsaydı, o zaman serbest elektronlar üzerinde $\vec{F} = q\vec{E}$ kuvveti oluşurdu.

Böylece serbest elektronlar harekete başlar ve iletken içinde $\vec{E} = 0$ yapıncaya kadar durmazlardı.

- Bir dış elektrik alan içine konulan iletken içinde yine $\vec{E} = 0$ olur.

  Başlangıçta rastgele konumlarda olan elektronlar, dış elektrik alanın $\vec{F} = q\vec{E}$ kuvvetinin etkisiyle, elektrik alana zıt yönde toplanır ve iletken içinde dış elektrik alanı sıfırlar.

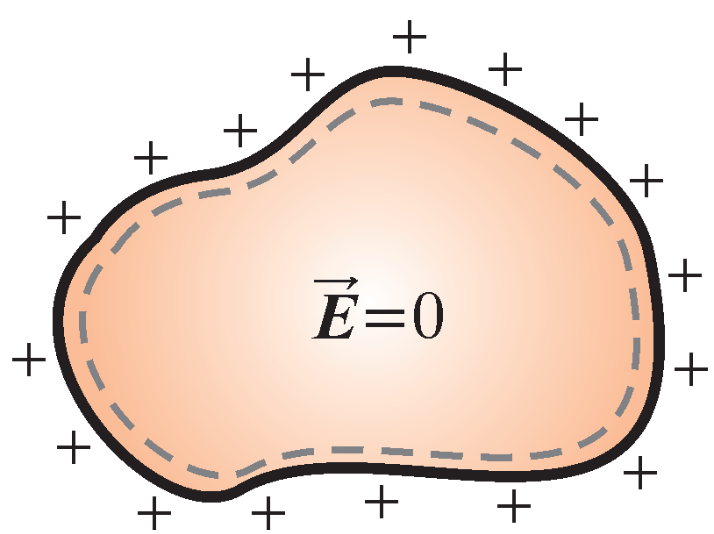
İLETKENLERDE DURUM

- **Bir iletkene verilen ekstra yük iletkenin yüzeyinde toplanır.**

Gauss yasası: $$\oint_{\text{yüzey}} E\,dA\,\cos\theta = \frac{q_{\text{iç}}}{\varepsilon_0}$$

İletken içinde daima $\vec{E} = 0$ olduğundan, eşitliğin sol tarafı sıfır.

O halde, sağ taraftaki iç yük de sıfır olmalıdır: $q_{\text{iç}} = 0$



Gauss yüzeyini genişletip, iletken içini kaplayacak kadar büyütürüz.

Yine $q_{\text{iç}} = 0$ olmalıdır.

O halde, verilmiş olan fazladan yükün bulunabileceği tek yer iletkenin yüzeyidir.

KAYNAKLAR

1. http://www.seckin.com.tr/kitap/413951887 ("Üniversiteler için Fizik", B. Karaoğlu, Seçkin Yayıncılık, 2012).

2.Fen ve Mühendislik için Fizik Cilt-2, R.A.Serway,R.J.Beichner,5.Baskıdan çeviri, (ÇE) K. Çolakoğlu, Palme Yayıncılık.

3. Üniversite Fiziği Cilt-I, H.D. Young ve R.A.Freedman, (Çeviri Editörü: Prof. Dr. Hilmi Ünlü) 12. Baskı, Pearson Education Yayıncılık 2009, Ankara.