

1. Rasgele Değişken
2. Dağılım Fonksiyonu

SAB 101 OLASILIK

DERS NOTLARI

Prof.Dr. Fatih TANK

Ankara Üniversitesi
Uygulamalı Bilimler Fakültesi
Sigortacılık ve Aktüerya Bilimleri Bölümü



- 1. Rasgele değişken
- 2. Dağılım fonksiyonu

Tanım (Rasgele Değişken)

(Ω, U, P) olasılık uzayı ve

$$X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\omega \longrightarrow X(\omega)$$

olmak üzere, $\forall a \in \mathbb{R}$ için

$$\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq a\} \in U$$

oluyorsa X fonksiyonuna **rasgele değişken** denir.

Rasgele Değişken

Örnek

Bir tavla zarının atılması ve üste gelen yüzeyin gözlenmesi deneyinde örnek uzay

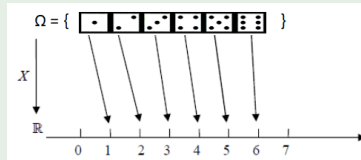
$$\Omega = \{ \boxed{\cdot} \boxed{\cdot\cdot} \boxed{\cdot\cdot\cdot} \boxed{\cdot\cdot\cdot\cdot} \boxed{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot} \boxed{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot} \}$$

olmak üzere, $U = 2^n$ olsun. Zar düzgün olduğunda

$$X : U \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$A \longrightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

olasılık ölçüsü kullanılabilir. (Ω, U, P) olasılık uzayında tanımlı



fonsiyonu $\forall a \in \mathbb{R}$ için $\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq a\} \in U$ özelliğine sahiptir.

$$a < 0 \text{ ise } (X \leq a) = \emptyset \in U$$

$$\vdots$$

$$a \geq 6 \text{ ise } (X \leq a) = \Omega \in U$$

dır. $X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu bir rasgele değişkendir.

Dağılım Fonksiyonu

Tanım (Dağılım Fonksiyonu)

(Ω, \mathcal{U}, P) olasılık uzayı ve

$$X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\omega \longrightarrow X(\omega)$$

bir rasgele değişken olmak üzere

$$F : \mathbb{R} \longrightarrow [0, 1]$$

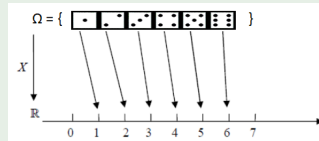
$$x \longrightarrow F(x) = P(X \leq x)$$

fonsiyonuna X rasgele değişkeninin **dağılım fonksiyonu** denir.

Dağılım Fonksiyonu

Örnek

$\Omega = \{ \text{[1 dot], [2 dots], [3 dots], [4 dots], [5 dots], [6 dots]} \}$, $U = 2^\Omega$, $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ olmak üzere



rasgele değişkeninin dağılım fonksiyonu

$$F: \mathbb{R} \longrightarrow [0, 1]$$

$$x \longrightarrow F(x) = P(X \leq x)$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & , & x < 1 \\ 1/6 & , & 1 \leq x < 2 \\ 2/6 & , & 2 \leq x < 3 \\ 3/6 & , & 3 \leq x < 4 \\ 4/6 & , & 4 \leq x < 5 \\ 5/6 & , & 5 \leq x < 6 \\ 1 & , & x \geq 6 \end{cases} = \begin{cases} 0 & , & x < 1 \\ \frac{\lfloor x \rfloor}{6} & , & 1 \leq x < 6 \\ 1 & , & x \geq 6 \end{cases}$$

