

SAB 101 OLASILIK

DERS NOTLARI

Prof.Dr. Fatih TANK

Ankara Üniversitesi
Uygulamalı Bilimler Fakültesi
Sigortacılık ve Aktüerya Bilimleri Bölümü



4 Hipergeometrik Dağılım,

Geometrik Dağılım

Tanım (Hipergeometrik Dağılım)

N tane nesneden a tanesi belli özelliğe sahip olsun. Bu nesnelere iadesiz olarak ardı ardına n kez birer nesne çekilmesi veya aynı anda n tane nesne çekilmesi deneyini göz önüne alalım. X rasgele değişkeni çekilen n nesne arasında belli özelliğe sahip olanların sayısı hiper geometrik dağılıma sahiptir.

$$f(x) = \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} \begin{cases} x = 0, 1, 2, \dots, n & , n < N - a, n \leq a \\ x = n - (N - a), n - (N - a) + 1, \dots, n & , n \geq N - a, n \leq a \\ x = 0, 1, 2, \dots, n & , n < N - a, n > a \\ x = n - (N - a), n - (N - a) + 1, \dots, a & , n \geq N - a, n > a \end{cases}$$

$$\text{NOT: } \sum_{x=0}^n \binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x} = \binom{N}{n}$$

$$E(X) = \sum_{x=0}^n x f(x) = \sum_{x=0}^n x \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \dots = n \cdot \frac{a}{N}$$

$$E(X^2) = \dots = \frac{a(a-1)n(n-1)}{N(N-1)} - n \cdot \frac{a}{N}$$

$$\text{Var}(X) = \frac{N-n}{N-1} n \frac{a}{N} \left(1 - \frac{a}{N}\right)$$

olmaktadır.

Hipergeometrik Dağılım

Örnek

Bir is yerinde 8 kadın ve 2 erkek çalışmaktadır. Rasgele seçilen 3 kişi arasında erkeklerin sayısı X rasgele değişkeni olsun. $N = 10$, $a = 2$, $N - a = 8$, $n = 3$ olmak üzere, X rasgele değişkeninin olasılık fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{2}{x} \binom{8}{2-x}}{\binom{10}{3}}, x = 0, 1, 2$$

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{\binom{2}{x} \binom{8}{2-x}}{\binom{10}{3}} = \frac{56}{120}$	$\frac{\binom{2}{x} \binom{8}{2-x}}{\binom{10}{3}} = \frac{56}{120}$	$\frac{\binom{2}{x} \binom{8}{2-x}}{\binom{10}{3}} = \frac{8}{120}$

$$E(X) = \frac{an}{N} = n \cdot \frac{a}{N} = 3 \cdot \frac{2}{10} = 0.60$$

$$\text{Var}(X) = \frac{N-n}{N-1} n \frac{a}{N} \left(1 - \frac{a}{N}\right) = \frac{10-3}{10-1} * 3 * \frac{2}{10} * \left(1 - \frac{2}{10}\right) = \frac{28}{75}$$