

# SAB 101 OLASILIK

## DERS NOTLARI

Prof.Dr. Fatih TANK

Ankara Üniversitesi  
Uygulamalı Bilimler Fakültesi  
Sigortacılık ve Aktüerya Bilimleri Bölümü



## 1 Poisson Dağılımı

# Poisson Dağılımı

## Tanım (Poisson Dağılımı)

Sürekli ortamlarda (zaman, alan, hacim, ...) kesikli sonuçlar veren ve aşağıda a),b),c) sıklığında belirtilen özelliklere sahip deneylerin modellenmesinde kullanılan bir dağılımdır

- Küçük  $\Delta t$  uzunluklu bir zaman aralığında bir başarı elde etme olasılığı  $\Delta t$  ile orantılıdır.
- Küçük  $\Delta t$  uzunluklu bir zaman aralığında iki veya daha çok başarı elde etme olasılığı yaklaşık olarak sıfırdır.
- $\Delta t$  uzunluklu ayırık aralıklar için elde edilen sonuçlar bağımsız birer Bernoulli Denemesidir.

$$f(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, (x = 0, 1, 2, \dots)$$

$$M_X(t) = E(e^{tX}) = \sum_x e^{tx} f(x) = \dots = e^{\lambda(e^t - 1)}, t \in \mathbb{R}$$

$$E(X) = \left. \frac{dM_X(t)}{dt} \right|_{t=0} = \dots = \lambda, E(X^2) = \left. \frac{d^2 M_X(t)}{dt^2} \right|_{t=0} = \dots = \lambda^2$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (EX)^2 = \lambda$$

## Örnek

Bir hastanenin acil servisine 10 dakikalık bir zaman aralığında ortalama 3 hasta gelmektedir

$(f(x) = \frac{e^{-3}3^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots)$ . Bu zaman aralığında,

a) hasta gelmemesi olasılığı:

$$P(X = 0) = e^{-3} = 0.0498$$

b) bir hasta gelmesi olasılığı:

$$P(X = 1) = \frac{e^{-3}3^1}{1!} = 0.1494$$

c) en az 5 hasta gelmesi olasılığı:

$$\begin{aligned} P(X \geq 5) &= 1 - (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)) \\ &= 1 - \left( \frac{e^{-3}3^0}{0!} + \frac{e^{-3}3^1}{1!} + \frac{e^{-3}3^2}{2!} + \frac{e^{-3}3^3}{3!} + \frac{e^{-3}3^4}{4!} \right) \\ &= 0.2149 \end{aligned}$$