

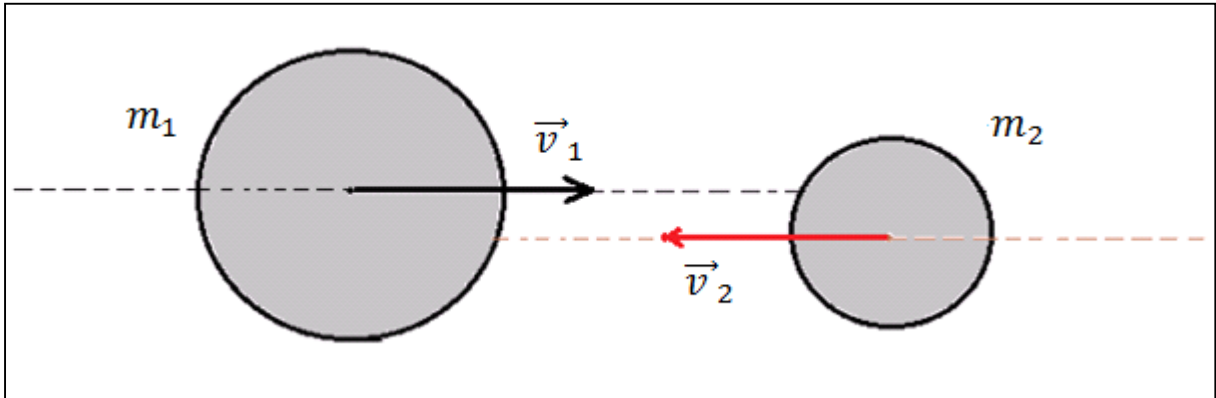
ÇARPIŞMALAR: ÇİZGİSEL MOMENTUMUN VE ENERJİNİN KORUNUMU

ÖN BİLGİ: Birbirleri ile çarpışmalarını gözlemleyerek her türlü nesne hakkında bir çok şey öğrenebiliriz. İlgilenilen nesnelere 10^{-27} kg mertebesinde kütlelere sahip atom-altı parçacıklar ile tipik kütleleri 10^{40} kg olan galaksiler arasında değişmektedir. Bu sınırlar arasında, çarpışan bilardo topları gibi, daha alışık olduğunuz örnekler de vardır.

Yapılacak olan deneylerde kullanılacak olan diskler noktasal parçacıklar olarak düşünülecek ve dış kuvvetlerin varlığı uygun ayarlamalarla ortadan kaldırılarak çarpışmalar hakkındaki temel bilgilere, çizgisel momentumun ve enerjinin korunumu ilkeleriyle ulaşılmaya çalışılacaktır. Elbette bu varsayımların geçerli olduğu ideal durumlardan sapmalar, deneysel verilere dayalı olan hesaplamaların sonuçları yorumlanırken akılda tutulmalıdır, çünkü tam bir yalıtılmış sistem gerçekte elde edilemez.

Bir çarpışmada, gözlem süresine nispeten küçük süreler boyunca, her bir çarpışan parçacığa büyük (iç) kuvvetler etki etmektedir. Bu kuvvetlerin büyük olma kriteri, parçacıkların (veya onlardan en az birinin) hareketinin gayet belirgin bir şekilde değişikliğe uğruyor olmasıdır; böylelikle söz konusu olan zamanlar "çarpışmadan önce" ve "çarpışmadan sonra" olarak rahatlıkla ayırt edilebilmektedirler. Çarpışmaları incelerken hedeflenen şu olacaktır:

AMAÇ: Çarpışmaya giren parçacıkların başlangıç hareketleri verildiğinde, etkileşme süresince var olan (iç) kuvvetler hakkında hiç bir bilgiye sahip olmadan, sadece momentum ve enerji korunumu ilkelerinden faydalanarak son hareketler hakkında neler öğrenebileceğimizi araştırmak!



Şekil 1

TEORİK İNCELEME: Gözlem süresi T , parçacıklara itme verilme anı ile çarpışma sonrası edinilen düz, çizgisel ve ivmesiz yörüngelere yerleşme anı arasındaki fark olarak ifade edilebilir ve etkileşme süresi Δt ise parçacıkların birbirleri ile temas halinde kalma (kuvvet etki ettirme) süreleri olacak şekilde tanımlanabilir. Önceden de belirtildiği üzere çarpışmaların tipik özelliği gözlem süresinin, etkileşme süresinden çok çok büyük olmasıdır. Kuvvetsiz bir uzay bölgesinde

vukuu bulan çarpışmalarda etkileşme süresince etki eden kuvvetler iç kuvvetlerdir ve bunların sistemin momentumu üzerine hiç bir etkileri yoktur. Çarpışan iki noktasal parçacık için çarpışma öncesi (ilk) toplam çizgisel momentum ve çarpışma sonrası (son) toplam çizgisel momentum sırasıyla

$$\vec{P}_{ilk} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad , \quad \vec{P}_{son} = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \quad (1)$$

ise *çizgisel momentumun korunumu* ifadesi vektör notasyonunda $\Delta\vec{P} \equiv \vec{P}_{son} - \vec{P}_{ilk} = \vec{0}$ olur. Eğer parçacık kütleleri çarpışmalarla değişmiyorsa korunum ifadesi daha açık bir şekilde

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' \quad (2)$$

eşitliği ile verilir.

Daha gerçekçi olması açısından bir **çarpışma**, sisteme etki eden dış kuvvetlerin de dahil olduğu ancak bu kuvvetlerin itici çarpışma kuvvetlerine kıyasla çok küçük olduğu bir olay olarak da karakterize edilebilir. Bir golf sopası bir golf topuna çarptığında veya bir bilardo topu diğerine çarptığında sisteme dış kuvvetler etki eder. Örneğin bu cisimlere yer-çekimi kuvveti ve/veya sürtünme kuvvetleri etki eder ve bu kuvvetlerin her bir öge üzerine etkisi farklı olabilir; ayrıca bu kuvvetler başka dış kuvvetlerle dengelenmemiş olabilir (mesela bilardo masası yok edilirse, önceden masanın toplara uyguladığı normal kuvvet ile dengelenen yerçekimi kuvveti devreye girer). Tüm bunlara rağmen çarpışma boyunca dış kuvvetler ihmal edilerek momentumun korunduğu varsayılabilir; çünkü hemen hemen her zaman, dış kuvvetler itici çarpışma kuvvetlerinden çok küçüktürler. Netice olarak etkileşmeye giren herhangi bir parçacığın çarpışma süresince dış kuvvetlerden kaynaklanan momentumundaki değişim itici çarpışma kuvvetlerinden kaynaklanan momentum değişimine kıyasla ihmal edilebilir.

Örnek: Bir sopa bir beyz(bol) topuna çarptığında, çarpışma saniyenin ufak bir kesiri ($\approx 10^{-3}s$) kadar sürer. Topun momentumundaki değişim büyük ve çarpışma süresi küçük olduğundan *ortalama itici kuvvet* $\langle \vec{F} \rangle$

$$\Delta\vec{p} = \langle \vec{F} \rangle \Delta t \quad (3)$$

eşitliği ile verilir ve bu nispeten büyük bir kuvvettir. Bu kuvvete kıyasla, dış bir kuvvet olan yerçekimi kuvveti Δt süresince ihmal edilebilir, çarpışma süresi ne kadar küçükse bu yaklaşıklık o kadar doğrudur. Bilinen (sabit) bir dış kuvvete Δt süre maruz kalan bir parçacığın momentumundaki değişim

$$\Delta\vec{p}_{dış} = \vec{F}_{dış} \Delta t \quad (4)$$

olmaktadır ve genel geçerliliği olan varsayımımıza göre $\|\Delta\vec{p}_{dış}\| \ll \|\Delta\vec{p}\|$ veya eşdeğer olarak $\|\vec{F}_{dış}\| \ll \|\langle\vec{F}\rangle\|$ 'dir. Eğer dış kuvvet yer-çekimi kuvveti ise $m = 0.1kg$ kütleli top için dış kuvvetin büyüklüğü $\|\vec{F}_{dış}\| = mg = 1N$ olacaktır, çarpışma öncesi topun sürati $30m/s$ ve çarpışma sonrası $150m/s$ ise ayrıca çarpışma süresi $\Delta t = 10^{-2}s$ ise $\|\langle\vec{F}\rangle\| = 1.8 \times 10^3 N$ bulunur. Yani dış kuvvetin momentum değişimine katkısı, etkileşme kuvvetinin momentum değişimine yaptığı katkının yaklaşık olarak $1/2000$ katıdır. İstisnai bir örnek aynı deneyin (imkansız olsa da) bir nötron yıldızının yüzeyinde yapılmasıyla verilebilir, bu durumda dış kuvvet gene kütle-çekim kuvveti olacaktır ama yer-çekimi kuvvetinden çok daha büyüktür, böyle bir kuvvetin tipik mertebesi $\|\vec{F}_{dış}\| \approx 10^{11}N$ civarındadır.

Hava masası eğik hale getirilip de çarpışma sağlıklı bir şekilde yapılırsa az da olsa yukarı da anlatılanlar sınanabilir, ancak çarpışma süresi çok kısa olduğu için bu süre içerisinde meydana gelen olaylar hakkında bilgi edinme şansımız neredeyse hiç yoktur; çünkü kıvılcım frekansı çok küçüktür! Kıvılcım frekansı yeterince büyük olsaydı dış kuvvetler varken ve yokken kütle merkezinin hareketi incelenerek gerekli bilgilere ulaşılabilirdi!

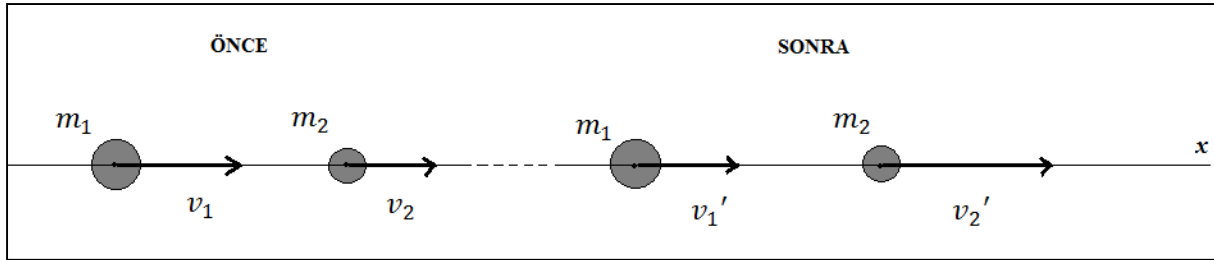
Başlangıçtaki hareketler ve sisteme etki eden kuvvetler bilindiğinde sonraki herhangi bir anda hareketler bulunabilir, ancak incelenen çarpışmalarda çoğu zaman kuvvetler bilinmez ve kapalı bir sistem hakkında bilgi edinmek için çizgisel momentumun ve toplam enerjinin korunumuna başvurulur.

Çarpışmalar genellikle çarpışmada kinetik enerjinin korunup korunmamasına göre sınıflandırılır. Çarpışmada kinetik enerji korunuyorsa çarpışmanın *esnek* olduğu, aksi durumda ise çarpışmanın *esnek olmadığı* söylenir. Nötron ve proton gibi atom-altı parçacıkların çarpışmaları bazen esnektirler ve bunlar dışındaki çarpışmalar gerçek anlamda esnek değildirler. Çelik bilyeler gibi büyük cisimlerin çarpışmaları hemen hemen esnektir ve esneklik varsayımıyla irdelenebilirler. Çarpışmadan sonra iki cisim birbirlerine yapışarak birlikte hareket ediyorlarsa çarpışmaya *tamamen esnek olmayan* çarpışma denir, örneğin tahta bir bloğa doğru ateşlenen bir mermi ile bloğun çarpışması, mermi bloğa gömüldüğünde, tamamen elastik olmayan tiptedir. Tamamen esnek olmama terimi başlangıç kinetik enerjisinin tümüyle kaybolması anlamına gelmemektedir, kaybın momentumun korunumu ile tutarlı olan en büyük ölçüde olduğunu anlatmaktadır. İki makroskopik cisim çarpıştığında kinetik enerji korunmasa da toplam enerji korunmaktadır, kayıp kinetik enerjinin en azından bir kısmı (kendini sıcaklıktaki ufak bir artış ile belli eden) iç enerjiye dönüşecektir, yani çarpışmaya giren makroskopik cisimlerin yönlendirilmiş enerjilerini anlatan başlangıç kinetik enerjilerinin bir kısmı bu makroskopik cisimleri oluşturan mikroskopik parçacıkların rastgele-yönlendirilmiş hareketlerine karşılık gelen enerjilere dönüşecektirler. Dahası, başlangıç kinetik enerjisinin bir kısmı, çarpışan cisimlerdeki yay tipi kuvvetlerle ilgili deformasyonlara karşılık gelen potansiyel enerjilerin depolanması için de harcanabilir ve daha sonraki çarpışmalarda bu depolanmış enerjiler vurmanın etkisiyle açığa çıkarak kinetik enerji kazanılmasına sebep olabilirler. Cisimler belirli bir ortamda çarpışıyorlarsa, o ortamın taşıyıcısı olduğu dalgalar uyarılabilir, böylelikle başlangıç kinetik enerjisinin bir kısmı bu dalgaların oluşturulması için harcanacaktır.

Çarpışan iki bilyenin akustik uyarılmalarının hava ortamında ilerleyerek kulak zarını titreştirmesi (işitilen ses) işte böyle bir örnektir (hava masasında çarpışan diskler için de bu geçerli olacaktır!). Verilen bu örnekteki hava ortamının varlığının, iki bilyeden oluşan sistemin kapalı olmasını önemseneyecek ölçüde etkilemediği varsayımı yapılabilir; ancak bilyeler ağıdalı bir sıvıda çarpıştırılırsa bu varsayım elbette geçerli olmayacaktır.

Hatırlatma (Bir-boyutlu Çarpışmalar): İki boyutlu çarpışmalardan evvel bir boyutlu çarpışmaları hatırlayalım. Bir-boyutlu iki cisim çarpışmalarında, çarpışmadan sonraki görelî hareket ile çarpışmadan önceki görelî hareket aynı düz çizgi üzerinde olmaktadır, bu tür çarpışmalara kafa kafaya çarpışmalar da denmektedir. Bunun gerçekleşebilmesi için çarpışma esnasında cisimler birbirlerine bu çizgi boyunca yönelmiş kuvvetler etki ettirmelidirler.

Esnek durum: Başlangıçta merkezlerini birleştiren çizgi boyunca dönmeden hareket eden iki pürüzsüz kürenin kafa kafaya çarpıştıktan sonra gene aynı düz çizgi üzerinde ve dönmeden hareket ettiklerini düşünelim.



Şekil 2

Burada süratlerin, bir doğa sabiti olan ışığın boşluktaki süratine nazaran çok küçük olduğu varsayımını hatırlatmakta fayda vardır; çünkü ışık süratine yakın süratler bölgesinde (relativistik durumda) momentum ve enerji ifadeleri değişmektedir, örneğin relativistik esnek saçılmalarda kinetik enerjinin korunumu her durumda söz konusu değildir. Sırasıyla momentumun ve (çarpışma esnek olduğu için) kinetik enerjinin korunumu ifadeleri aşağıdaki eşitliklerle verilirler,

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad , \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \quad . \quad (6)$$

Momentumun korunumu ifadesindeki v_i ve v_i' nicelikleri i.parçacığın çarpışmadan önceki ve sonraki hız bileşenleridirler, unutulmamalıdır ki bileşenler pozitif, negatif ya da sıfır olabilirler (yukarıdaki çizimde özel olarak hepsi pozitif alınmıştır). Böylelikle kütleler ve ilk hızlar bilinirse, bu iki denklem sayesinde son hızlar bulunabilir.

Bu iki denklem birlikte kullanılır ve biraz işlem yapılırsa

$$v_1 - v_2 = v_2' - v_1'$$

eşitliği bulunur. Bu eşitlik tek-boyutlu esnek çarpışmada çarpışmadan önce 1. parçacığın 2. parçacığa yaklaşma hızının, çarpışmadan sonra 2. parçacığın 1. parçacıktan uzaklaşma hızına eşit olduğunu belirtir. Biraz daha işlem yaparak bilinmeyen son hızlar (daha doğrusu son hız bileşenleri) sırasıyla

$$v_1' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_2 \quad (7)$$

ve

$$v_2' = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_2 \quad (8)$$

olarak bulunur. **Bu eşitliklerden çıkarılabilecek en önemli bilgilerden biri şudur: çarpışmanın olabilmesi için öncelikle $v_1 > v_2$ olması gerekmektedir; dolayısıyla üstteki eşitlikler bize $v_2' > v_1'$ koşulunun zorunlu olduğunu söyler. Zaten bunun aksi olsaydı, parçacıkların sonsuza kadar ardışık çarpışmalar yapması gerekecekti; böyle bir gözlem şimdiye dek yapılmamıştır.** (a) $m_1 = m_2$, (b) $v_2 = 0$, (c) $m_1 \gg m_2$, (d) $m_2 \gg m_1$, (b) \cap (a), (b) \cap (c) ve (b) \cap (d) özel hallerini de inceleyip yorumlamayı öğrenci kendi başına yapabilir. Özel görelilik olmayan klasik mekanikte kütle, ilgili birim sisteminde sıfırdan büyük reel bir sayı ile ölçülendirilir; kütlelerin sıfır olabildiği durumlar özel görelilik klasik mekanikte mümkün olmaktadır ve bu tür nesnelere ilk aklı gelen ışık, yani fotondur.

Esnek olmayan durum: Esnek olmayan çarpışmada kinetik enerji korunmamaktadır, ancak (kapalı bir sistemde) momentum ve enerji korunmaktadır. Tamamen esnek olmayan çarpışmada, iki parçacık çarpışmadan sonra yapıştıkları için tek bir son hız vardır. Bu son hız eğer kütleler ve ilk hızlar biliniyorsa sadece momentumun korunumu ilkesinden

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}' \quad (9)$$

bulunur ve bu sonuç çarpışmanın boyutundan bağımsızdır. Özel olarak bir-boyutlu çarpışmalarda hız vektörlerinin bir bileşenleri olduğu için yukarıdaki eşitlik

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \quad (10)$$

halini alacaktır.



Şekil 3

Kapalı bir sistem teşkil eden iki parçacığın herhangi bir boyuttaki çarpışması düşünüldüğünde momentumun korunumu ilkesi gereği çarpışmanın tek bir (2-boyutlu) düzlemde kalacağı açıktır. Tüm mesele kütleler ve başlangıç hareketleri yani ilk hızlar biliniyorsa çarpışma sonrası hızların neler olacağıdır. Başlangıç hareketleri dendiğinde esasen ilk hızların yanı sıra çarpışma öncesi herhangi bir anda parçacıkların konumlarının da bilinmesi gerekmektedir ancak bu zaten çarpışma konumu ve ilk hızların bilinmesiyle garantilenmiş olur. Deneysel olarak laboratuvarında iki-boyutta iki-boyutlu çarpışmalarla ilgilenileceğinden deneylerin analizine geçmeden evvel bu durumun da kuramsal incelemesi yapılmalıdır.

İki-boyutta iki boyutlu çarpışmalar: Tam esnek olmayan yani yapışmayla sonlanan çarpışmaların incelenmesi daha önceden de belirtildiği üzere basittir ve çözülebilir, son hız (dış kuvvetlerin yokluğunda) her daim korunumlu olan kütle-merkezinin hızı ile aynı olacaktır

$$\frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \vec{v}' \quad (11)$$

ve başlangıç kinetik enerjisi çarpışmadan sonra muhakkak azalacaktır.

Bir-boyutlu esnek çarpışmaların dışındaki esnek çarpışmalarda sadece momentumun ve kinetik enerjinin korunumu çarpışma sonrası hızları belirlemeye yetmeyecektir. Mesela, asıl ilgilenileceğimiz iki-boyutlu esnek çarpışma durumunda iki parçacık için çarpışma sonrası iki hız ve her hızın iki bileşeni olduğundan dört tane bilinmeyen vardır. Bu dört bilinmeyen, momentumun korunumu nedeniyle iki ve kinetik enerjinin korunumu nedeniyle de bir toplam üç tane skaler denklem ile kısıtlanırlar, ancak son hızların bulunması için fazladan bir bilgiye ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bilgiye deney ile ulaşılabilir ve çoğu zaman çarpışma sonrası parçacıklardan birinin ilerleme yönünün (probleme adapte edilmiş) eksenlerden biriyle yaptığı açı (saçılma açısı) bu bilgi için kullanılır.

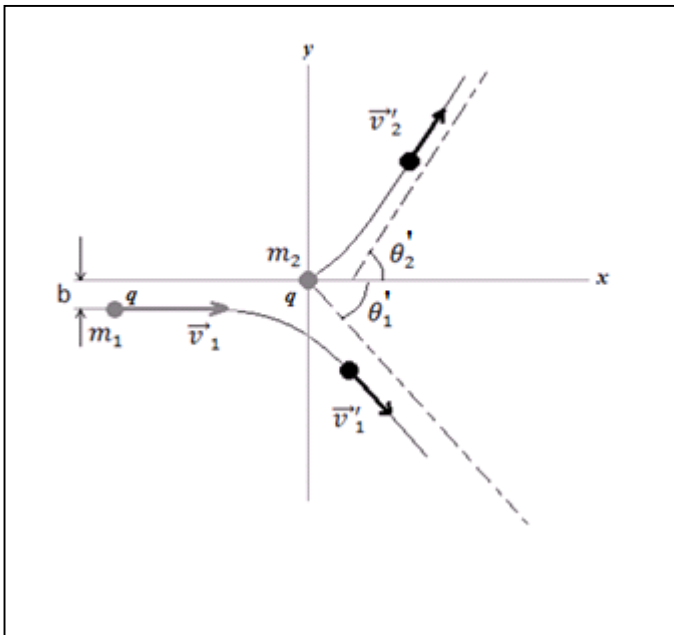
Galilei kovaryant klasik mekaniğin yani Newton mekaniğinin atomları noktasal parçacıklardır, bunlar sıfır boyutlu ve pozitif kütlelidirler ve pozitif, negatif ya da sıfır elektrik yüküne sahip olabilirler. Klasik sözcüğü bu atomların sınırsız bir şekilde bölünebilir olduğunu anlatmaktadır. Tanım itibarıyla bu parçacıklar sadece klasik etkileşmelere tabiidirler ve klasik tarifi olan etkileşmeler sadece kütle-çekimi ve elektromagnetizmadır. Bilinen diğer etkileşmeler nükleer ölçektir ($10^{-15} m$ mertebesinde) ve bu ölçekteki etkileşmelere ait hareketler kaçınılmaz

olarak kuantum mekaniksel olarak incelenmelidirler. Ancak elektron, proton ve nötron gibi mikroskobik parçacıkların klasik atomlar olarak ele alınabildikleri problemlerin oluşturulmaları ve çözümlenmeleri önemlidir.

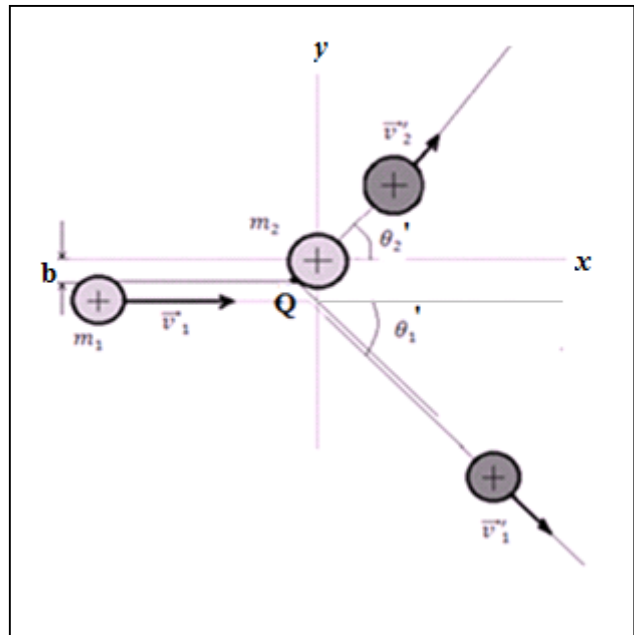
O halde klasik fizikteki çok parçalıklı ve yüksek boyutlu sistemler, klasik atomların bir araya gelmesiyle oluşacaklardır. Örneğin hava masası deneylerinde kullanılan diskler üç boyutlu cisimler olmalarına rağmen iki boyuta kısıtlanmış hareketlerinin incelenmesi söz konusu olduğundan iki boyutlu olarak ele alınabilmektedirler. Eğer deneyler yapılırken disklerin kendi simetri eksenleri etrafındaki olası dönmeler (spin hareketleri) engellenebilirse o zaman disklerin hareketleri sadece kütle-merkezlerinin hareketleri ile karakterize edilebileceğinden diskler noktasal parçacıklar olarak düşünülebilirler. Bu dönmelerin kaynakları elektromagnetik kökenli olan sürtünme kuvvetlerinin oluşturduğu torklardır.

Hava masasının özelliği, katıların birbirlerine temas ederek hareket etmeleri sırasında var olan şiddetli kinetik sürtünme kuvvetlerini, bunların yanında ihmal edilebilecek büyüklüklere sahip hava sürtünmelerine indirgiyor olmasıdır. Ancak ihmal edilmelerine rağmen var olan bu sürtünme kuvvetlerinden kaynaklanabilecek dönmelerin oluşmaları durumunda deneysel hatalar artacaktır. Dönmelerin söz konusu olduğu (kapalı varsayılabilir) esnek bir çarpışmada kinetik enerji korunacaktır ancak artık kinetik enerjinin hem öteleme hem de dönmeden kaynaklanan kısımları olacaktır; tüm bunlar önemlidir ve akılda tutulmalıdır.

Klasik noktasal parçacıklar da çarpışırken birbirlerine temas etmeyebilirler, örnek olarak biri durgun diğeri de onunla etkileşecek şekilde hareket eden aynı elektrik yüküne sahip noktasal parçacıkların esnek saçılmaları incelenebilir. Böyle bir elektriksel sisteme eşdeğer mekaniksel bir sistem, sadece temas etmek suretiyle etkileştikleri varsayılan iki disk ve onların öteleme esnek çarpışmaları ile verilebilir. Bu etkileşimleri temsil eden resimler sırasıyla aşağıda gösterildiği gibidir. Hava masası deneylerinde son bahsi geçen örnek gerçekleştirilecektir.



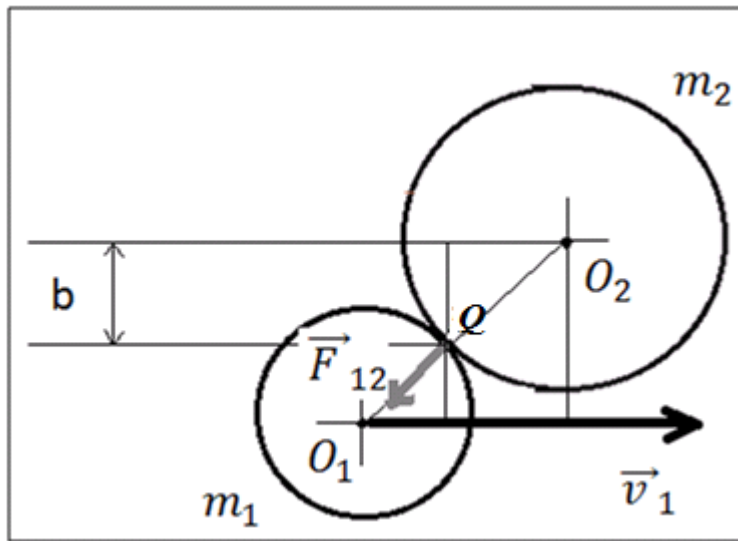
Şekil 4a



Şekil 4b

Her iki şekilde de başlangıç hareketinin çizgisiyle, buna paralel olan ve hedef parçacığının merkezinden geçen çizgi arasındaki dik mesafe olan \mathbf{b} 'ye *vurma parametresi* denir ve bu nicelik çarpışmanın *doğrudanlığının* bir ölçüsüdür. Doğrudan çarpışma, $\mathbf{b}=\mathbf{0}$ değeri ile anlatılır ve bu daha önceden bahsedilen kafa-kafaya çarpışma ile aynıdır. Mekanik sistem ile elektriksel sistem arasındaki en belirgin farklılık, mekanik sistemde vurma parametresi hedef diskin yarıçapından büyük olursa çarpışma oluşmaz.

Eğer mekanik sistemin hareketi incelenecek olursa şunlar söylenebilir: Disklerin merkezleri ile eş-merkezli olan artı şekilleri disklerin hareketi esnasında kendi eksenleri etrafında dönüp dönmediğini anlatmak için konulmuşlardır, çarpışmada dönmelerin olmadığı varsayıldığı için bu artı şekilleri çarpışma altında değişmez kalır. Bu varsayımın altında yatan asıl fiziksel kabul etkileşme kuvvetlerinin Newton'un üçüncü yasasının *kuvvetli biçimine* uyduğudur, yani etkileşme kuvvetleri eşit büyüklükte, zıt yönlü ve cisimlerin kütle-merkezlerini birleştiren çizgi boyunca yönelmişlerdir. Etkileşme kuvvetlerinin kuvvetli biçimde olması iç torqların toplamının sıfır olmasını gerektirir, böylelikle başlangıçta sistem dönme hareketleri içermiyorsa çarpışma sonrasında da içermeyecektir. Cisimlere etki eden kuvvetler birleşme çizgileri boyunca olduğundan, örneğin 1. cisim 2. cisim tarafından etki eden kuvvet \vec{F}_{12} alttaki gibi olacaktır ve temas noktası Q dan 1. cismin merkezine aktarılacaktır. \vec{F}_{12} kuvveti ve Q temas noktası esasen zamana bağlıdır ve etkileşme süresi Δt boyunca vardır. Bu süre zarfında \vec{F}_{12} kuvveti, ilk hız \vec{v}_1 'i, son hız \vec{v}_1' 'ye dönüştürecektir;



Şekil 5

kuvvetinin ilk harekete paralel bileşeni ilk hızın büyüklüğünü o yönde azaltmakta ve kuvvetin ilk harekete dik bileşeni de dik yönde bir bileşen kazandırarak birinci cismin son hızını (\vec{v}_1' 'yü) oluşturmaktadır. İkinci cismin hareketi de benzer düşüncelerle anlaşılır, netice olarak çarpışmanın fiziği hakkında hemen hemen herşey söylenmiş oldu. Geriye sadece matematiksel irdeleme kalmıştır. Sırasıyla momentumun ve kinetik enerjinin korunumları Cartes-sel Laboratuvar çerçevesinde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos \theta_1' + m_2 v_2' \cos \theta_2'$$

$$0 = -m_1 v_1' \sin \theta_1' + m_2 v_2' \sin \theta_2' \quad (12b)$$

ve

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2. \quad (12c)$$

Eğer başlangıç verilerini yani m_1 , m_2 ve \vec{v}_1 'i bilirsek geriye dört bilinmeyen olan bitiş verileri v_1' , v_2' , θ_1' ve θ_2' kalır, ancak bunları ihtiva eden sadece üç skaler denklem vardır. O halde denklemlerin çözülebilmesi için, θ_1' gibi deneyle tayin edilebilir ölçülen, fazladan bir veriye ihtiyacımız olacaktır.

6 ESNEK ÇARPIŞMALAR

(i) Eşit Kütleli Disklerin Esnek Çarpışmaları

DENEYİN YAPILIŞI: Esnek çarpışma deneyleri, tam esnek olmayan çarpışmalardan matematiksel inceleme açısından daha zordur; ancak yine de deneysel olarak ilk bu durum incelenecektir.

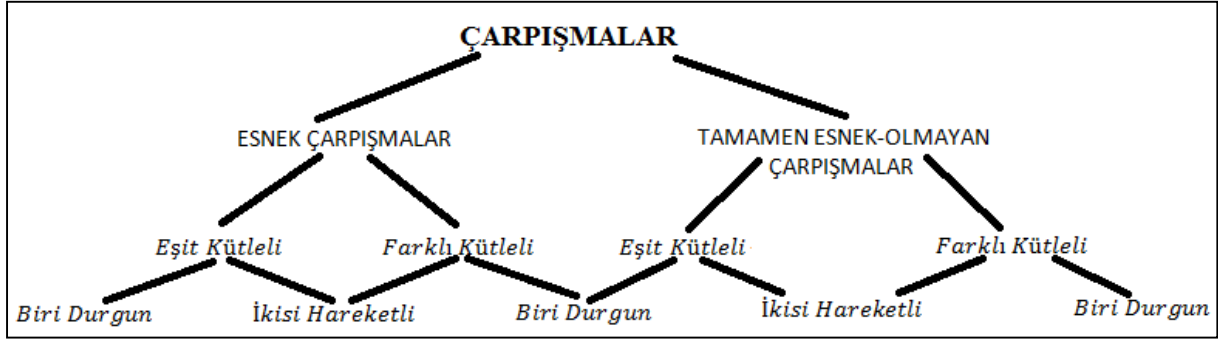
Açıklama: Şimdi ve daha sonra yapılacak deneylerde kullanmak için en başta bilinmesi gereken nicelikler disklerin kütleleri ve yarıçaplarıdır, diskler dönme hareketi yapmadıkları suretle noktasal parçacık yaklaşımına tabii tutulacaklardır. Buna rağmen ölçüm kağıdında disklerin hareketlerinin takibi ve çarpışma olayının anlaşılabilmesi için disklerin yarıçaplarına ihtiyaç duyulacaktır. Olası karışıklıkları engellemek için diskler numaralandırılabilir ve sonra aşağıdaki tablo doldurulabilir.

	Kütle (gr)	Δm (gr)	Yarıçap (cm)
Disk 1	$m_1 =$		$R_1 =$
Disk 2	$m_2 =$		$R_2 =$

Tablo (6.1.1)

Başlıktan da görüleceği üzere öncelikle eşit kütleli diskler esnek çarpıştırılacaktır, ancak disklerin farklı kütlelerde olma ihtimalleri söz konusu olduğu için üçüncü sütuna konulan Δm , düşük kütleli diske fazladan ne kadar kütle ekleneceğini anlatmak için konmuştur. O halde o sütundaki boş satırlardan biri muhakkak boş kalacaktır. Kütle eksiği olan diske ek kütle (eğer mümkünse) simetrik bir şekilde yapıştırılmalıdır; çünkü homojen kütle dağılımına sahip olduğu düşünülen disklerden birine fazladan kütle gelişi güzel konulursa az da olsa ilgili diskin kütle-merkezi konum değiştirecektir.

Yapılacak olan çarpışma deneyleri için ağaç diyagramı aşağıdaki gibidir.



Diyagram (6.1.1)

Deneylerin hepsi çarpışma deneyleri olduğundan en başından sonuna değin kullanılan mantık, yöntem ve hesaplamalar esasen aynıdır. Bu sebeple bir ölçüme ait tüm ayrıntılar ve püf noktalar sadece bir durum için (disklerden birinin durgun olduğu eşit kütleli esnek çarpışma durumu için) anlatılacak ve diğer durumlar da kapsanacağından yinelenmeyecektir. Ancak gerektiğinde sadece ilgilenilen duruma ait bilgiler ve matematiksel ifadeler verilecektir.

(a) Disklerden birinin durgun olduğu durum: Deneyin hazırlık aşamasında hava masasının ayakları ayarlanarak hava masası yatay konuma getirilmelidir, böylelikle dış kuvvetlerin ortadan kaldırılması namına ilk adım atılmış olur. Karbon kağıt ve beyaz ölçüm kağıdı cam yüzeye sabitlenmelidirler. Disklerden biri, durgun kalacak şekilde beyaz kağıdın orta bölgesine yerleştirilmelidir, böylelikle beyaz kağıttan en verimli şekilde faydalanılacaktır. Cam yüzeyindeki olası eğrilikler deney boyunca ihmal edilecektir ancak başlangıç koşullarından biri disklerden birinin durgun olması olduğundan bu koşul titizlikle sağlanmalıdır. Hava pedalına basılıyken durgun kalacak disk beyaz kağıdın orta bölgelerinde ivmelendirilmeden gezdirilirken kararlı olduğu bir konum bulunmalı ve disk oraya yerleştirilmelidir. İdealde disk bu konumdayken hava pedalına basıldığında denge merkezi etrafındaki küçük titreşimler dışında başka bir hareket gözlemlenmemelidir, *bu konumu belirginleştirmek için kıvılcım pedalına basılarak işaretleme yapılmalıdır*. Tüm uğraşlara rağmen böyle bir konum elde edilemiyorsa, disk ulaşılan en kararlı konuma konmalı ve tahta bir kalemle disk yüzeyine yeterli ama minimum büyüklükte dik bir kuvvet uygulanmalıdır. Çarpışmadan önce bu uygulanan kuvvet diski hareket ettirmeden çekilmelidir, aksi taktirde hem çarpışma eşit kütleli olmayacaktır hem de artan ağırlık kuvveti, disk ile cam yüzey arasındaki hava katmanının basıncı nedeniyle diskin düşey yukarı yönde hissettiği kuvvete üstün gelerek yok edilmeye çalışılan katı-katı (disk-cam yüzey) sürtünmelerini geri getirecektir.

Başka olası bir yöntem şu olabilir: durgun olması gereken diskin en kararlı ancak gene de hareket ettiği yöne ufak bir yalıtkan destek (mesela küçük bir tahta parçası) konularak diskin tam kararlılığı sağlanabilir.

Daha sonra hava pedalına basılıyken diğer disk durgun diskle çarpışacak şekilde itme verilerek hızlandırılmalı ve diskten eller çekildiği anda kıvılcım pedalına basılarak çarpışma gerçekleştirilmelidir (yukarda değinilen son metotta hareketli disk tahta parçasını görecektir ancak ona çarpmayacak şekilde fırlatılarak durgun diskle çarpıştırılmalıdır). *Diskler çarpıştıktan kısa bir süre sonra ve diskler beyaz kağıdın dışına çıkmadan evvel kıvılcım pedalı pasif hale getirilmelidir, diskler elle durdurulduktan sonra da hava pedalı devre dışı bırakılmalıdır.* Kıvılcım pedalı ile hava pedalı aynı anda devre dışı bırakılırsa diskler son momentumları ile sürtünmeli bir ortamda hareket edecek ve beyaz kağıtta fazladan istenmeyen izler meydana gelecektir. Bu nedenle üstte anlatılanlar dikkatlice gerçekleştirilmelidir.

Sağlıklı bir ölçüm alabilmek için kıvılcım pedalına hiç basmadan ve hava pedalına hep basmak suretiyle ön denemeler yapmak faydalı olacaktır. Kıvılcım pedalının frekansı deneyden sorumlu kişinin ya da öğrencilerin tercihine uygun şekilde seçilebilir. *Bizim tavsiyemiz en yüksek frekans değerinde olmasıdır; çünkü bu sayede çarpışma süresi hakkında muhtemel en kesin çıkarım yapılabilecektir.* Düzgün bir ölçüm alındığına kanaat getirildikten sonra diğer aşamalara geçilebilir.

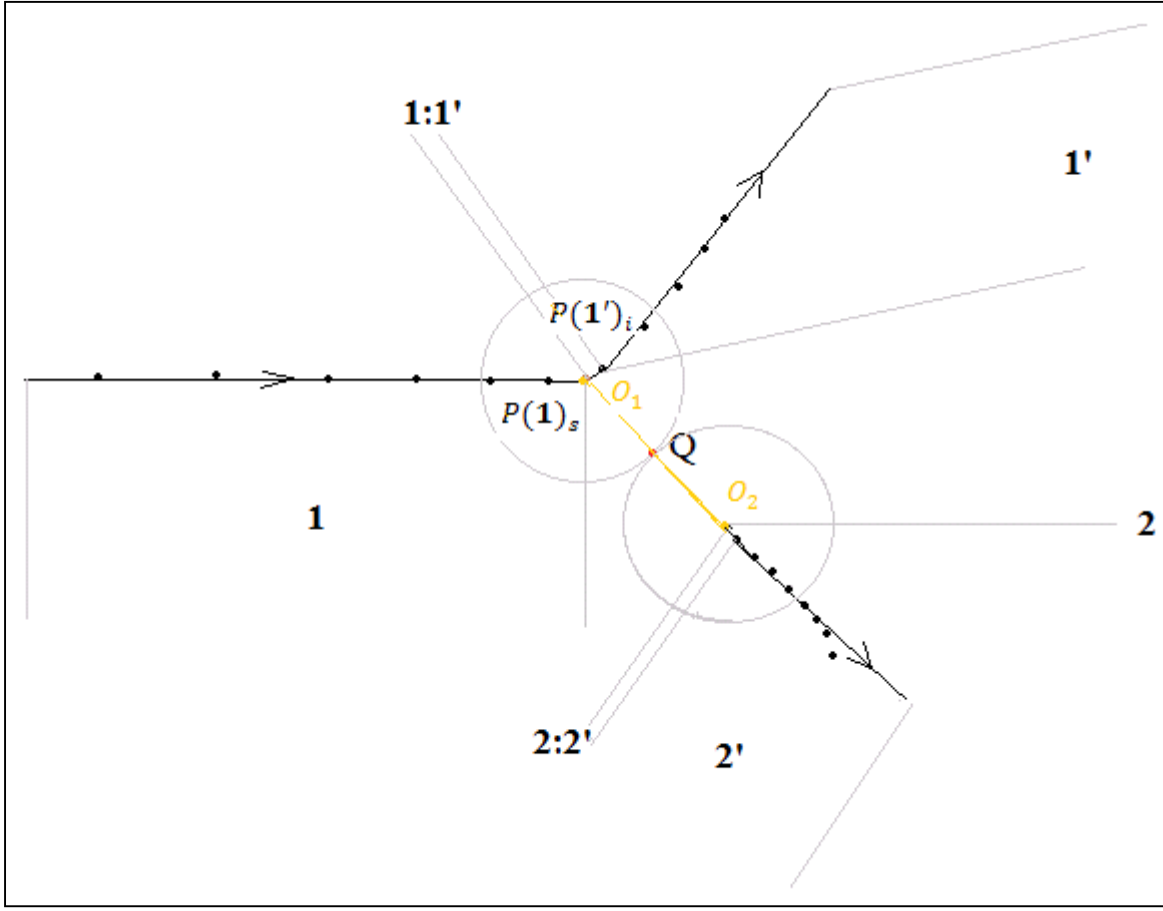
Beyaz ölçüm kağıdı üzerinde çalışabilmek için kağıt bantlarından ayrılıp, sağdan sola doğru 180° çevrilmelidir. Eğer hareketli disk fırlatılırken soldan sağa doğru fırlatılmışsa, kağıt ters çevrilince bu diske ait izler sağdan sola doğru sıralanmış olacaktır. Bu noktalar dikkatlice birleştirildiğinde düz bir çizgi elde edilecektir, çarpışma esnasında hareketli diske ait bu çizgi eğrilecek ve çarpışma sonunda gene düz bir çizgiye dönüşecektir. O halde hareketli diskin global yörüngesi üç lokal (yerel) parçadan oluşmaktadır:

- 1-) çarpışmadan önceki düz çizgisel ve ivmesiz yörünge,
- 2-) çarpışma süresince var olan eğrisel dolayısıyla ivmeli yörünge ve
- 3-) çarpışmadan sonra ilkine göre eğik olan düz çizgisel ve ivmesiz yörünge.

Tüm bu parçalar renkli bir kalemle ¹ birleştirilerek birinci parçacığa ait global yörünge belirlenmelidir, parçaları birbirinden ayırt etmek için ilkine **1**, ikincisine **1:1'** ve sonuncusuna da **1'** denilerek isimlendirilebilir. Diskin hareket yönünü de akılda tutmak için yörünge üzerine, bunu anlatan bir ok konulmalıdır.

İdealde yörüngenin **1** (ve **1'**) parçasındaki herhangi iki nokta arasındaki mesafe hepsi için aynı olacaktır ve eğri olan **1:1'** parçası da çarpışma sürecini anlatmaktadır. Laboratuvarında gerçek (iyi) bir ölçüm alındığında, beyaz kağıt üzerinde bir sonraki şekilde verilen nokta dağılımına benzer bir desen elde edilecektir.

¹ Örneğin 1.disk için mavi, 2.disk için de kırmızı kalem kullanılabilir.



Şekil (6.1.a.1)

İhmal edilmek istenen ancak yine de var olan sürtünme etkileri nedeniyle hareketli diskin ilk kısmı yörüngesindeki (**1** parçasındaki) noktalar arası mesafe git gide azalacaktır, çünkü diskin sürati azalacaktır. Benzer şekilde çarpışma sonrası oluşan düz ivmesiz kısmi yörüngelerde de aynı etkiler gözlemlenecektir (yani 1.disk için **1'**, 2.disk için **2'**). Örneğin üstteki şekilde görüldüğü üzere, **2'** parçasının sonlarındaki noktalar cam yüzeyinin eğriliği nedeniyle ivmesiz düz çizgisel parçaya ait olmaktan çıkıp, ivmeli eğrisel bir yörüngeye ait olmaya başlayabilirler. Asıl kritik olan **1:1'** etkileşme eğrisinin oluşturulması ve anlaşılmasıdır; buna başlamadan evvel kilit bir bilgi ikinci (başlangıçta durgun olan) diskin yörüngesinden gelecektir. Bu diskin çarpışma sonrası yörüngesi **2'** hakkında bilinmesi gerekenler üstte söylenmişti. İkinci diskin çarpışma öncesi yörüngesi durgun olduğu için tek bir noktadan ibarettir ve bu Şekil (6.1.a.1)'de **2** (ve aynı zamanda O_2) olarak isimlendirilen sarı noktadır. Bu nokta merkez alınarak ikinci diskin kadar yarıçapa sahip bir çember çizilirse çarpışmanın başlangıç anında, iki-boyuta yayılmış tüm ayrıntısıyla ikinci diskin konumu belirlenmiş olur.

Bunun ani bir sonucu çarpışmanın başlangıç anında, 1.diskin anlatan çemberle, 2.diskin ait olan bu çemberin tek bir noktada kesişeceği; bu noktaya *ilk temas noktası* denilebilir ve bu nokta

Şekil (6.1.a.1)'de Q harfi ile isimlendirilen kırmızı noktadır. Bu temas noktasının var olma süresi çarpışma süresi Δt kadardır, diskler idealde dönmediklerinden temas noktası hep aynı nokta olmalıdır ve dolayısıyla katı oldukları düşünülen diskler tam olarak katı değillerdir. Böylelikle ilk temas noktası aynı zamanda da son temas noktasıdır ve sadece çarpışmanın başlangıç ve bitiş anlarında bu temas noktası sistemin kütle-merkezi ile çakışır. Eğer diskler tam bir katı gibi davransalardı etkileşme zamanı $\Delta t \rightarrow 0$ ve karşılıklı etkileşme kuvvetleri $\|\vec{F}_{12}\| = \|\vec{F}_{21}\| \rightarrow \infty$ olacaktı, 1.diskin yörüngesinin etkileşme parçası olan **1:1'** yayı tek bir noktaya büzülecekti ve global yörünge için bu nokta bir süreksizlik (tekillik) noktası olacaktı. Esasen deney kağıdında da bu eğri bölge çok küçük olacaktır ama çarpışma süresi hakkında bir fikir sahibi olabilmek amacıyla gerekirse birazcık ta bilinçli olarak hata genliğini $P(\mathbf{1}')_i = Z_1$ varsayımı² ile arttırarak bu yapılabilir. Diskler nispeten küçük momentumlarla çarpıştırılırlarsa **1:1'** eğri yayına kaynaklık eden elastik deformasyonlar (kıvılcım pedalının frekansının izafi olarak küçük kalması nedeniyle) gözlemlenemeyecek ölçüde uyarılacağından, 1.diskin yörüngesi tekil nokta içeren tam katı-tam katı çarpışmasına uygun şekilde olacaktır.

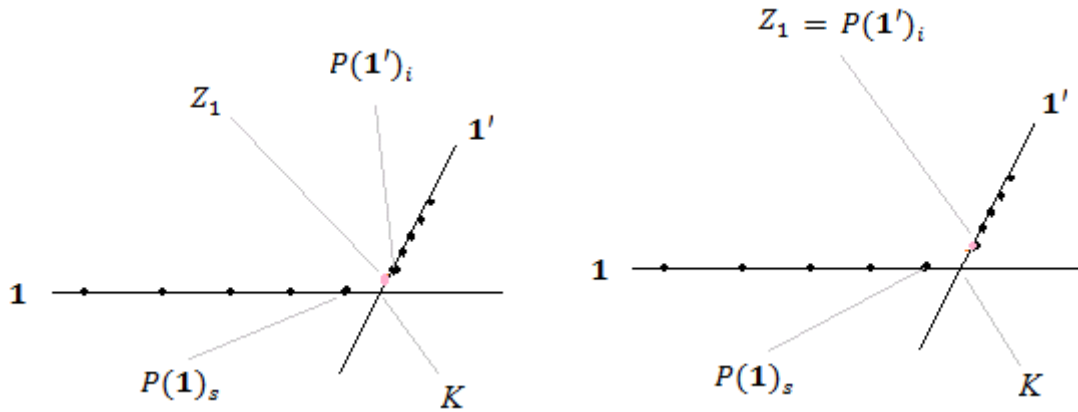
İkinci disk global yörüngesindeki etkileşme kısmı **2:2'** ivmeli düz bir çizgidir. Şekil (6.1.a.1)'deki örnek üzerinden konuşacak olursak başlangıçta ikinci disk durgun, kütlesi birinci diskle eşit ve vurma parametresi b büyük olduğundan 1.disk, 2.diske ufak bir momentum aktarır. Bu sebeple **2:2'** parçasının uzaysal uzunluğu, **1:1'** parçasının uzaysal uzunluğundan küçüktür; ancak bu ivmeli parçaların zamansal uzunlukları birbirine eşit ve elbette çarpışma süresi Δt kadardır. *Şimdiye dek yapılan tartışmalardan da anlaşılacağı üzere önemli amaçlardan biri Δt etkileşme süresi hakkında yaklaşık olarak da olsa bir sayısal çıkarım yapabilmektir.* Bu bilgi 1.diskin yörüngesindeki **1:1'** parçasında ve 2.diskin yörüngesinde ise **2:2'** parçasında saklıdır, **2:2'** parçası uzaysal olarak daha kısa ve düz iken 1.diskin yörüngesindeki **1:1'** parçası da uzaysal olarak daha uzun ve eğridir (2.diske momentum aktarımı fazla olsaydı bu söylenenlerin tam tersi olacaktı; bu sebeple deneysel verilerin analizi yapılırken buna dikkat edilmelidir). Yörüngelerin bu özellikleri birbirinden bağımsız değildir çünkü bu süreçte diskler etkileşmektedirler ve bu ikilinin kütle-merkezi her an için (çarpışma süreci de dahil) aynı hızla hareket etmektedir. Her birinin ivmelenmesi kütle-merkezini ivmesiz bırakacak şekilde bir birini dengelemektedir, eğer her iki yörünge de düz çizgi biçiminde değilse (örneğin başlangıçta iki disk de hareketli ise) yörüngeleri, kütle-merkezinin yörüngesi düz çizgisel ve ivmesiz olacak şekilde (birbirlerine zıt) eğrilirler.

Bilinen kesin bir veri çarpışmanın başlangıç konumudur. 2.disk başlangıçta durgun olduğu için çarpışmanın başlangıcındaki konumu zaten kıvılcım pedalına basılarak ölçüm kağıdı üzerinde belirlenmişti. Bu noktayı merkez kabul eden ve yarıçapı 2.diskin yarıçapı kadar olan bir çember çizilmelidir. Daha sonra 1.diskin çarpışma öncesi bıraktığı izler birleştirilerek uzun düz bir çizgi oluşturulmalıdır. 1.diskin çarpışmanın başlangıcından sonra bıraktığı izler bu çizginin yukarısında kalacaktır. Bu yatay çizgideki son nokta $P(\mathbf{1})_s$ (kıvılcım pedalının **1** çizgisi üzerinde bıraktığı son nokta) olarak isimlendirilsin. Yatay çizginin üzerinde kalan noktalardan

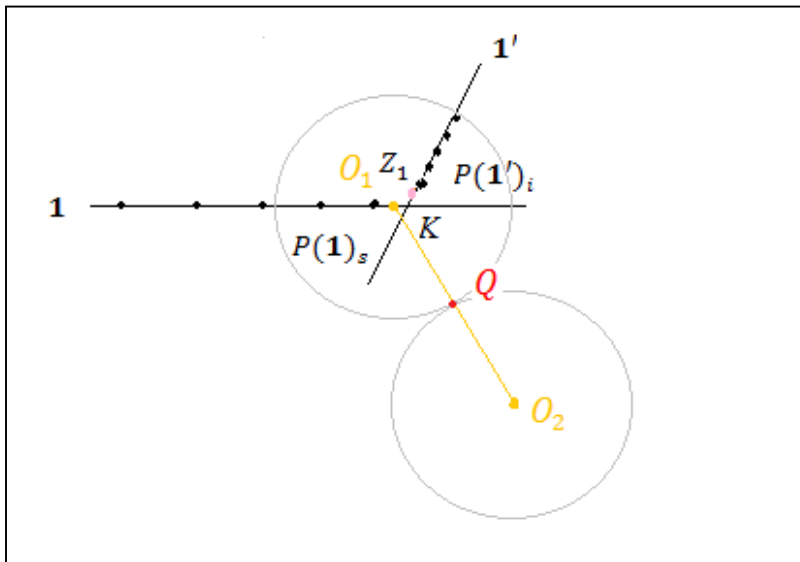
² Bu varsayım ve dayandığı eşitlik takip eden 2. ve 3. Paragraflarda anlatılacaktır.

ikincisi ve üçüncüsünden geçen uzun (ilk yatay çizgiye göre eğik) düz bir çizgi çizilmelidir, bu iki nokta ve sonraki noktalar 1.disk için global yörüngesinin çarpışma sonrası ivmesiz düz parçası olan $1'$ parçasına ait olmak zorundadırlar. *İstenmeyen dış etkiler sebebiyle sonraki noktalar, bu düz çizginin dışına çıkabilecekleri için çarpışma hakkındaki bilgileri çarpışma konumuna yakın birkaç noktadan elde etmemiz gerektiğini de hatırlatmak gerekir.*

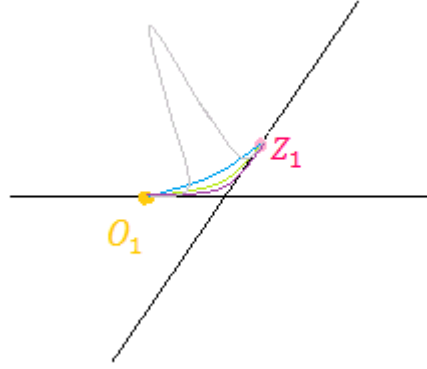
(I) Eğer bu eğik çizgi, yatay çizginin üstündeki ilk noktadan da geçiyorsa bu noktanın da çarpışma sonrasına ait olduğu sonucu çıkar, öyleyse bu noktaya $P(1')_i$ denilecektir (kivılcım pedalının $1'$ çizgisinde bıraktığı ilk nokta); özel olarak bu nokta çarpışmanın bittiği ve serbest hareketin başladığı $Z_1 \equiv (1:1') \cap 1'$ noktası da olabilir ve **tanım itibarıyla bu nokta $1'$ çizgisinin ilk fiziksel noktasıdır.** (Şekil (6.1.a.1) bu ihtimale uygun çizilmiştir ve tüm bu detaylı incelemelerin yapılması yerine, bu kabul yapılarak da Δt hesaplanırsa çok büyük bir hata yapılmış olmaz. Laboratuvarında bu kabule uygun çalışmak öğrencilere kolaylık sağlayacaktır; ama çarpışma süresi Δt hesaplanırken oluşacak hata payı artmış olacaktır!). Z_1 noktası da şekillerde pembe renkle işaretlenirse üstte bahsi geçen iki şekillenim sırasıyla



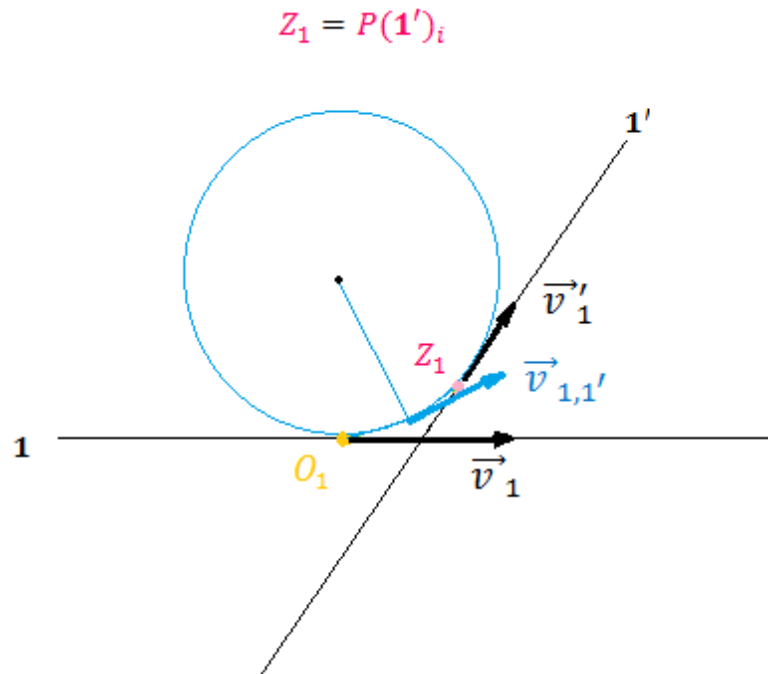
olacaklardır. Çarpışmanın bitiş noktasını 1.disk için anlatan Z_1 noktası bu konumlardan birindeyken, çarpışmanın başlangıç noktasını 1.disk için anlatan O_1 noktası da şöyle bulunur. O_1 noktasının $1'$ yatay çizgisi üzerinde $P(1)_s$ noktasından sonra ve $K \equiv 1 \cap 1'$ noktasından önce yerleşeceği açıktır. Bu aralıktaki noktalardan birini merkez kabul eden ve yarıçapı 1.disk için yarıçapı kadar olan çemberlerden sadece bir tanesi Q noktasında 2.disk için anlatan çembere temas edecektir; o halde bu birik (yegane) çemberin merkezi O_1 noktasıdır.



Z_1 noktasının $P(\mathbf{1}')_i$ noktası ile çakıştığını kabul etmek suretiyle etkileşme yayı $\mathbf{1}:\mathbf{1}'$ belirlenmiş olur. Bu yay, $\mathbf{1}$ çizgisine O_1 noktasında teğet ve $\mathbf{1}'$ çizgisine de Z_1 noktasında teğet olan iyi-huylu eğrilerden birinin parçasıdır; ölçüm kağıdına el yordamıyla çizim yapıldığında bu eğri tek olarak belirlenmiş olur. Örneğin aşağıdaki eğrilerden mavi, yeşil veya mor iyi-huylularken, gri olanı değildir; bu zaten olasılık dışıdır çünkü kütle-merkezi özgürce (ivmesiz) hareket etmektedir.



El yordamıyla çizilen bu eğrinin üstteki şekilde mavi renkle gösterilen eğri olduğunu düşünelim. Bu eğri parçası 1.parçacığın global yörüngesi düşünülduğünde çok kısa kalacaktır; dolayısıyla onu O_1 ve Z_1 noktalarında sırasıyla $\mathbf{1}$ ve $\mathbf{1}'$ çizgilerine dokunan çemberin bir yayı olarak düşünebiliriz.



Diskin O_1 noktasındaki hızı \vec{v}_1 ve Z_1 noktasındaki hızı \vec{v}'_1 bilindiğinden (bunların nasıl bulunacağı anlatılacak) diskin bu yay boyunca ortalama sürati $v_{1,1'}$

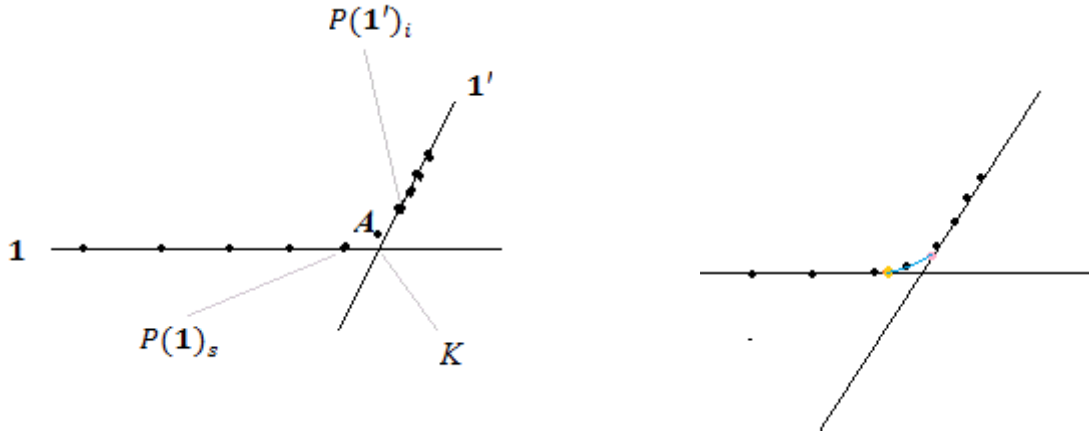
$$v_{1,1'} = \frac{\|\vec{v}_1\| + \|\vec{v}'_1\|}{2}$$

eşitliğinden birimi cm/s olarak hesaplanabilir, $\cap O_1 Z_1$ yayının uzunluğu da cm birimi cinsinden hesaplanırsa çarpışma süresi Δt bu ikisinin oranından bulunur.

$$\Delta t = \frac{\|\cap O_1 Z_1\|}{v_{1,1'}}$$

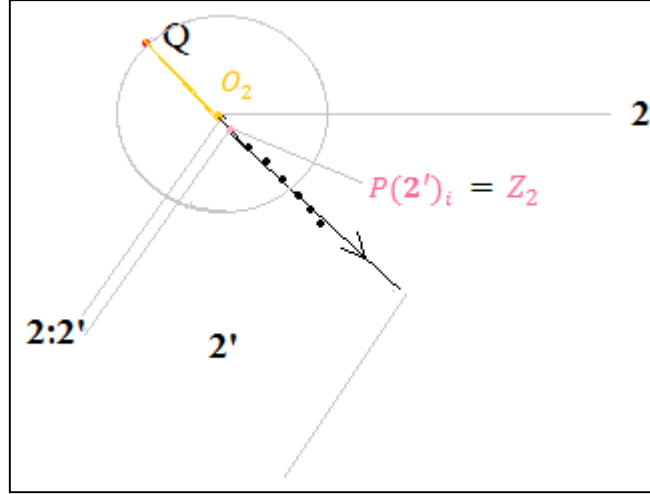
Bu sonuç böyle bir deneyden çıkarılabilecek en nadide sonuçlardan biridir, bu Newton mekaniğinin ve Euclides geometrisinin ortak başarısıdır!

(II) Eğer eğik çizgi $\mathbf{1}'$, yatay çizginin üstündeki ilk noktadan geçmiyorsa bu noktanın muhakkak çarpışma sürecine ($\mathbf{1}:\mathbf{1}'$ yayına) ait bir nokta olduğu sonucu ortaya çıkar. Bu durumda bu noktanın üstündeki ilk noktaya $P(\mathbf{1}')_i$ denilecektir ve inceleme önceki gibi yapılabilecektir. Bu noktaya A noktası diyelim. Bu noktanın $\mathbf{1}$ ve $\mathbf{1}'$ çizgileri üzerindeki iz-düşümlerine de sırasıyla A_1 ve $A_{1'}$ diyelim.



O_1 noktası $\mathbf{1}$ çizgisi üzerinde $P(\mathbf{1})_s$ ile A_1 arasında ve Z_1 noktası da $\mathbf{1}'$ çizgisi üzerinde $A_{1'}$ ile $P(\mathbf{1}')_i$ arasında olacaktır; gene özel olarak $Z_1 = P(\mathbf{1}')_i$ olabilir. Ölçüm kağıdında nokta dağılımı son durumdaki gibi ise $Z_1 = P(\mathbf{1}')_i$ varsayımı yapılarak devam edilmelidir.

Δt hesaplanırken öğrencilerin kullanabileceği daha basit bir yöntem 2.disk'in yörüngesi vasıtasıyla elde edilir.



İkinci disk'in çarpışma süresince ortalama sürati

$$v_{2,2'} = \frac{\|\vec{v}'_2\|}{2}$$

eşitliğinden (cm/s birimiyle) bulunur ve O_2 ile $Z_2 = P(2')_i$ noktalarını birleştiren düz çizgi parçası $\overline{O_2Z_2}$ 'nin uzunluğu da (cm birimiyle) ölçülürse, çarpışma süresi

$$\Delta t = \frac{\|\overline{O_2Z_2}\|}{v_{2,2'}}$$

eşitliğinden bulunur.

Peki, noktasal izlere bakarak disklerin spin hareketi yapıp yapmadığı anlaşılabilir mi? Hayır, çünkü kıvılcım spin hareketinin tek sabit noktası olan kütle-merkezinden çıkmaktadır. Merkezin dışındaki başka bir noktadan da kıvılcım atılsaydı o zaman eksensel dönme hareketi ölçüm kağıdına bakınca anlaşılırdı! Bu nedenle disklerin dönüp dönmediği, disk yüzeyine çizilecek ışınal bir çizginin gözlemlenmesiyle anlaşılabilir.

Artık çarpışmalarla ilgili gerekli tüm bilgilere ulaşmış olduk. Şimdi sırasıyla Diyagram (6.1.1)'deki tüm deneylerle ilgili hesaplamaların nasıl yapılacağından bahsedilebilir.

(i) Eşit Kütleli Disklerin Esnek Çarpışmaları (devam)

(a) Disklerden birinin durgun olduğu durum (devam):

TEORİK İNCELEME (devam): Disklerden birinin durgun olduğu eşit kütleli esnek çarpışmada (12a,b,c) eşitlikleri ile verilen momentum ve kinetik enerji korunumu denklemlerinin Şekil (6.1.a.1)'e göre yeniden düzenlenmesiyle

$$v_1 = v_1' \cos \theta_1' + v_2' \cos \theta_2' \quad (6.1.a.1.a)$$

$$0 = v_1' \sin \theta_1' - v_2' \sin \theta_2' \quad (6.1.a.1.b)$$

ve

$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 \quad (6.1.a.2)$$

halini alırlar. Son eşitlik hız uzayındaki Euclides-sel anlamda dik bir üçgen için Pythagoras (Pisagor) bağıntısıdır; yani çarpışma sonrası 1.diskin ve 2.diskin hızları arasındaki açının bir dik açı olduğunu anlatır: $\theta_1' + \theta_2' = 90^\circ$.

Nihai amaç kuramsal bilgilerle, deneysel verileri kıyaslamak ve teorinin güvenilirliğini ortaya koymaktır. Başlangıç verileri \vec{v}_1 ve \vec{v}_2 ile beraber üstteki kuramsal denklemler kullanılarak çarpışma sonrası hareketi anlatan son veriler \vec{v}_1' , \vec{v}_2' belirlenmelidir; daha önceden de belirtildiği üzere fazladan bir bilgiye ihtiyaç duyulacağı için bu tercih deneyle belirlenen θ_1' açısı olacaktır.

VERİLERİN ANALİZİ VE YORUMU:

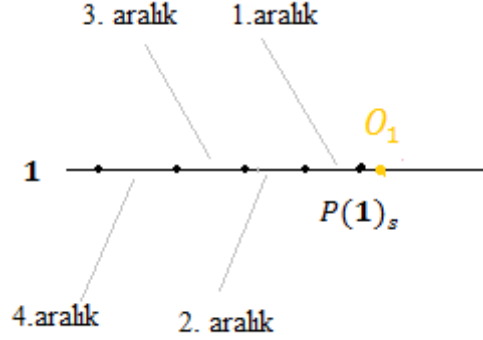
Kütleleri, deneyle belirlenen başlangıç verilerini ve ek veriyi bir arada barındıran bir tablo oluşturmak faydalı olacaktır.

$m_1 = m_2 = m$	v_1	v_2	θ_1'
		0 cm/s	

Teorik olarak hesaplanan ve deneyle tayin edilen çarpışma sonrası verilerinin kayıt edilmesi ve kıyaslanmaları için de aşağıdaki tablo doldurulmalıdır.

	v_1'	v_2'	θ_2'
Deneysel			
Teorik			
% fark			

v_1, θ_1' ve v_1', v_2' ve θ_2' niceliklerinin ölçülebilmesi için sırasıyla **1** çizgisi, **1'** çizgisi ve **2'** çizgisi tek tek ve daha önce anlatıldığı gibi çizilmelidirler. $P(\mathbf{1})_s, P(\mathbf{1}')_i, P(\mathbf{2}')_i, O_2$ ve O_1 gene önceden anlatıldığı gibi belirlenmelidirler ve $Z_1 = P(\mathbf{1}')_i$ varsayılmalıdır. Böylelikle örneğin $v_1, P(\mathbf{1})_s$ 'den önceki 4 ya da 5 aralık için bulunan süratlerin ortalaması olarak alınabilir .



Yani **1** çizgisi üzerindeki i .aralığın uzunluğu $\Delta l_i(\mathbf{1})$ ise

$$v_1 = f_{st} \frac{(\Delta l_1(\mathbf{1}) + \Delta l_2(\mathbf{1}) + \Delta l_3(\mathbf{1}) + \Delta l_4(\mathbf{1}))}{4}$$

eşitliğinden bulunabilir; benzer biçimde diğer süratler de bulunabilirler. θ_1' ve θ_2' açıları bir gönye yardımıyla, ya da ölçüm kağıdına çizilecek olan dik üçgenlerin kenar uzunlukları ölçülerek ve trigonometrik özdeşlikler kullanılarak bulunabilirler. Yüzde hata değeri de (% fark) mesela v_1' niceliği için

$$\frac{(v_1')_t - (v_1')_d}{(v_1')_t} \times 100$$

olmaktadır. Sonraki aşama ise **deneysel** olarak momentum bileşenlerinin ve kinetik enerjinin korunumlarının sınanması olacaktır. Bu vesileyle aşağıdaki tablo doldurulmalıdır.

Nicelikler	Değerleri	% kayıp
$(\vec{P}_{ilk})_x$		
$(\vec{P}_{son})_x$		
$(\vec{P}_{ilk})_y$		
$(\vec{P}_{son})_y$		
K_{ilk}		
K_{son}		

Buradaki nicelikler eylemsiz bir referans çerçevesini anlatmak için seçilmiş dik Cartes-sel bir koordinat sistemindeki bileşenlerine ayrışmaları ile belirlenen çarpışma öncesi toplam çizgisel momentum ve çarpışma sonrası toplam çizgisel momentum ile çarpışma öncesi toplam kinetik enerji ve çarpışma sonrası toplam kinetik enerjilerdir (bakınız Şekil (6.1.a.1)).

Nicelikler	Eşitlikler	Değerleri	Toplamları
$(\vec{p}_1)_x$	mv_1		$(\vec{P}_{ilk})_x =$
$(\vec{p}_2)_x$	0		
$(\vec{p}_1)_y$	0		$(\vec{P}_{ilk})_y =$
$(\vec{p}_2)_y$	0		
$(\vec{p}'_1)_x$	$m v_1' \cos \theta_1'$		$(\vec{P}_{son})_x =$
$(\vec{p}'_2)_x$	$m v_2' \cos \theta_2'$		
$(\vec{p}'_1)_y$	$mv_1' \sin \theta_1'$		$(\vec{P}_{son})_y =$
$(\vec{p}'_2)_y$	$-mv_2' \sin \theta_2'$		
$(K_1)_{ilk}$	$\frac{1}{2} m v_1^2$		$K_{ilk} =$
$(K_2)_{ilk}$	0		
$(K_1)_{son}$	$\frac{1}{2} m v_1'^2$		$K_{son} =$
$(K_2)_{son}$	$\frac{1}{2} m v_2'^2$		

Son sütundaki % kayıp ise şöyle hesaplanmaktadır,

$$\% \text{ kayıp} = \frac{|\text{ilk} - \text{son}|}{|\text{ilk}|} \times 100.$$

Son olarak da etkileşme süresi Δt

$$\Delta t = \frac{\|\cap O_1 Z_1\|}{v_{1,1}'},$$

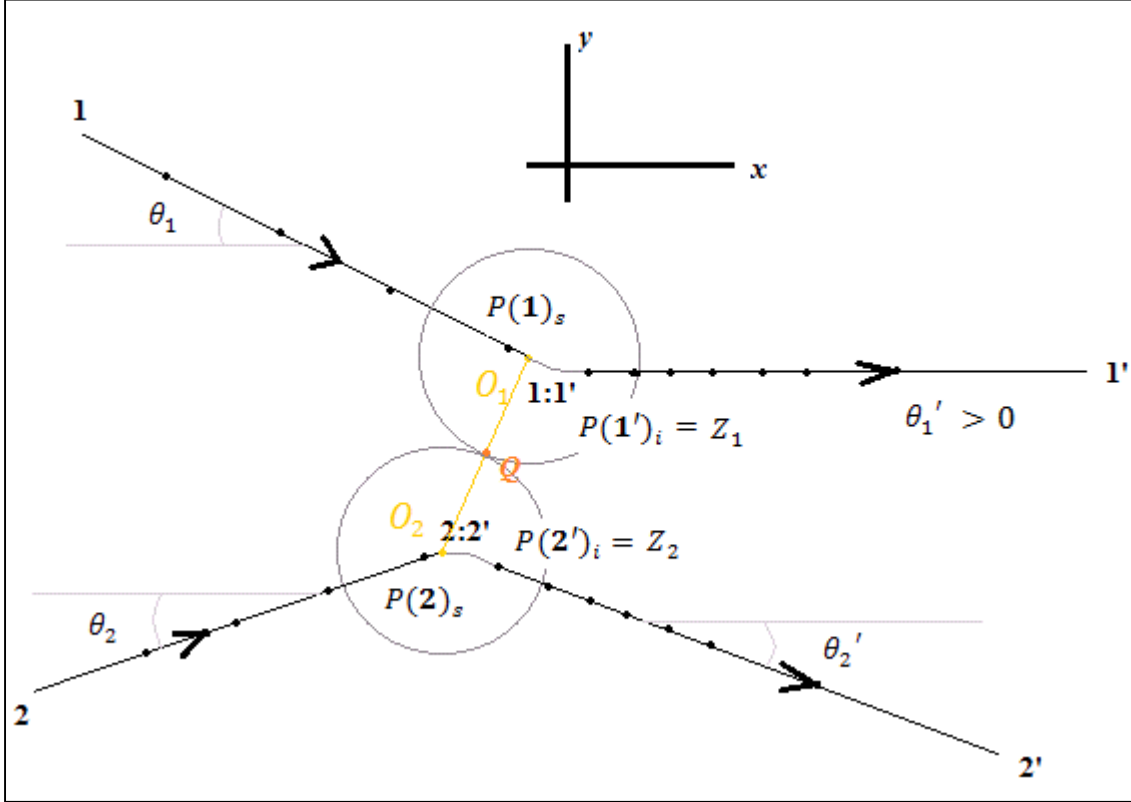
$$v_{1,1}' = \frac{v_1 + v_1'}{2}$$

eşitliklerinden bulunmalı ve kıvılcım atma periyodu f_{st}^{-1} ile kıyaslanmalıdır.

$\ \cap O_1 Z_1\ $	$v_{1,1}'$	Δt	f_{st}^{-1}	$\Delta t / f_{st}^{-1}$

(b) Disklerden ikisinin de hareketli olduğu durum :

TEORİK İNCELEME: Disklerden her ikisinin de hareketli olduğu eşit kütleli esnek çarpışmada (12a,b,c) eşitlikleri ile verilen momentum ve kinetik enerji korunumu denklemlerinin alttaki Şekil (6.1.b.1)'e göre yeniden düzenlenmesiyle



Şekil (6.2.b.1)

$$v_1 \cos \theta_1 + v_2 \cos \theta_2 = v_1' \cos \theta_1' + v_2' \cos \theta_2' \quad (6.1.b.1.a)$$

$$v_1 \sin \theta_1 - v_2 \sin \theta_2 = v_1' \sin \theta_1' - v_2' \sin \theta_2' \quad (6.1.b.1.b)$$

ve

$$v_1^2 + v_2^2 = v_1'^2 + v_2'^2 \quad (6.1.b.2)$$

eşitlikleri elde edilir.

VERİLERİN ANALİZİ VE YORUMU:

Öncekine benzer biçimde tüm tablolar doldurulmalıdır.

$m_1 = m_2 = m$	v_1	v_2	θ_1	θ_2	θ_1'

	v_1'	v_2'	θ_2'
Deneysel			
Teorik			
% fark			

$v_1, \theta_1, \theta_2, \theta_1'$ ve v_1', v_2' ve θ_2' niceliklerinin ölçülebilmesi için sırasıyla **1** çizgisi, **1'** çizgisi ve **2'** çizgisi tek tek ve daha önce anlatıldığı gibi çizilmelidirler. $P(\mathbf{1})_s, P(\mathbf{2})_s, P(\mathbf{1}')_i, P(\mathbf{2}')_i, O_2$ ve O_1 gene önceden anlatıldığı gibi belirlenmelidirler ve $Z_1 = P(\mathbf{1}')_i$ ve $Z_2 = P(\mathbf{2}')_i$ varsayılmalıdır. Burada O_1 noktasının bulunuşu bir öncekine göre çok daha zor gözükmemektedir, çünkü önceki durumda zaten sabit olan O_2 noktasından başlayarak adım adım O_1 noktasına ulaşıyorduk. Şimdi ise başlangıçta 2.disk de hareketlidir; yani O_2 noktası sabit değildir. Peki bu zorluğun üstesinden nasıl gelinebilir? Bunun cevabı zor değildir, sadece fiziği devreye sokmak gerekir. Cevap görelilik ilkesinde saklıdır. Bir önceki problemle şimdiki arasında esasen fiziksel açıdan bir fark yoktur; çünkü görelilik ilkesine göre fizik yasaları tüm eylemsiz gözlem çerçeveleri için aynıdır. Şimdiki problemde 2.diskin durgun olduğu bir eylemsiz çerçevenin seçilmesi, bu problemin ilkinde indirgenmesi anlamına gelir. O halde disklerin çarpışması olayı çerçeve seçiminden bağımsız olduğu için O_1 ve O_2 noktaları sırasıyla $P(\mathbf{1})_s$ ve $P(\mathbf{2})_s$ noktalarından sonra devam eden düz çizgilerdeki öyle iki nokta olacaklardır ki, o noktaları merkez kabul eden ilgili yarıçaplı çemberler Q noktasında temas edeceklerdir. Bu çember çifti, görelilik ilkesi gereği vardır ve tektir.

Nicelikler	Eşitlikler	Değerleri	Toplamları
$(\vec{p}_1)_x$	$m v_1 \cos \theta_1$		$(\vec{P}_{ilk})_x =$
$(\vec{p}_2)_x$	$m v_2 \cos \theta_2$		
$(\vec{p}_1)_y$	$-m v_1 \sin \theta_1$		$(\vec{P}_{ilk})_y =$
$(\vec{p}_2)_y$	$m v_2 \sin \theta_2$		
$(\vec{p}'_1)_x$	$m v'_1 \cos \theta'_1$		$(\vec{P}_{son})_x =$
$(\vec{p}'_2)_x$	$m v'_2 \cos \theta'_2$		
$(\vec{p}'_1)_y$	$m v'_1 \sin \theta'_1$		$(\vec{P}_{son})_y =$
$(\vec{p}'_2)_y$	$-m v'_2 \sin \theta'_2$		
$(K_1)_{ilk}$	$\frac{1}{2} m v_1^2$		$K_{ilk} =$
$(K_2)_{ilk}$	$\frac{1}{2} m v_2^2$		
$(K_1)_{son}$	$\frac{1}{2} m v_1'^2$		$K_{son} =$
$(K_2)_{son}$	$\frac{1}{2} m v_2'^2$		

Nicelikler	Değerleri	% kayıp
$(\vec{P}_{ilk})_x$		
$(\vec{P}_{son})_x$		
$(\vec{P}_{ilk})_y$		
$(\vec{P}_{son})_y$		
K_{ilk}		
K_{son}		

$\ \cap O_1 Z_1 \ $	$v_{1,1'}$	Δt	f_{st}^{-1}	$\Delta t / f_{st}^{-1}$