

BÖLÜM 5

Örnek: Düzgün bir zarın iki kez atılması ve üste gelen sayıların gözlenmesi deneyinde;

$$S = \begin{cases} (1,1)(1,2)\dots(1,6) \\ (2,1)(2,2)\dots(2,6) \\ \vdots \\ (6,1)(6,2)\dots(6,6) \end{cases}$$

- a) $A = \{1. \text{ Atışta } 2 \text{ gelmesi}\}$
 $B = \{2. \text{ Atışta } 3 \text{ gelmesi}\}$

A ve B olayları bağımsız mıdır?

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ise A ve B olayları bağımsızdır.

$$A = \{(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)\}$$

$$B = \{(1,3), (2,3), (3,3), (4,3), (5,3), (6,3)\}$$

$$A \cap B = \{(2,3)\}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{1}{36} = \frac{6}{36} \cdot \frac{6}{36}$$

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$$

olduğundan A ve B olayları bağımsız olaylardır.

- b) $C = \{1. \text{ Atışta } 1 \text{ gelmesi}\}$

$$D = \{2. \text{ Atışta } 4' \text{ten büyük gelmesi}\}$$

C ve D olayları bağımsız olaylar mıdır?

$$C = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)\}$$

$$D = \{(1,5), (1,6), (2,5), (2,6), (3,5), (3,6), (4,5), (4,6), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)\}$$

$$C \cap D = \{(1,5), (1,6)\}$$

$$P(C \cap D) = P(C) \cdot P(D)$$

$$\frac{2}{36} = \frac{6}{36} \cdot \frac{12}{36}$$

$$\frac{1}{18} = \frac{1}{18}$$

Olduğundan C ve D olayları bağımsız olaylardır.

- c) İki atıştan gelen nokta sayısının toplamı 6 olduğu biliniirse zarlardan birinin 2 gelmesi olasılığı nedir?

$$E = \{\text{zarlardan birinin 2 gelmesi}\}$$

$$F = \{\text{üstteki sayılarının toplamı 6 olması}\}$$

$$F = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$$

$$E \cap F = \{(2,4), (4,2)\}$$

$$P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{2/36}{5/36} = \frac{2}{5}$$

Δ : Simetrik Fark

$$A \Delta B = (A/B) \cup (A \cap B) \quad \text{veya} \quad A \Delta B = (A \cup B) / (A \cap B)$$

De Morgan kuralı

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A} \cap \overline{B})$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B})$$

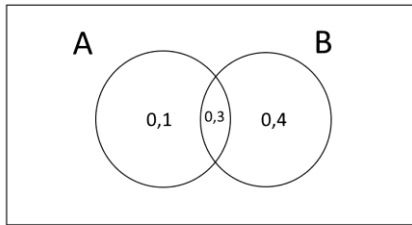
Örnek: A ve B olayları olasılık uzayında tanımlanmış iki olay olsun.

$$P(A) = 0,4, \quad P(B) = 0,7, \quad P(\overline{A} \cap B) = 0,4$$

Olmak üzere aşağıdaki olasılıkları hesaplayınız.

$$P(\overline{A}) = ?, \quad P(A \cap B) = ?, \quad P(A \cup B) = ?, \quad P(A \cup \overline{B}) = ?$$

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = ?, \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = ?, \quad P(A \Delta B) = ?$$



$$\text{a) } P(\overline{A}) = 1 - P(A) \Rightarrow 0,6$$

$$\text{b) } P(B) = P(B/A) + P(A \cap B) \quad \left[B = (B/A) \cup (A \cap B) \quad ((B/A) \cap (A \cap B) \text{ ayrık olaylar}) \right]$$

$$P(A \cap B) = P(B) - P(B/A)$$

$$= 0,7 - 0,4 = 0,3$$

$$\text{c) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0,4 + 0,7 - 0,3 = 0,8$$

$$d) P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B})$$

$$\left[\begin{array}{l} A = (A/B) \cup (A \cap B), ((A/B) \cap (A \cap B) \text{ ayrık olaylar}) \\ (A/B) = (A \cap \bar{B}) \\ P(A) = P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) \\ P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) \\ \quad = 0,4 - 0,3 \\ \quad = 0,1 \\ P(\bar{B}) = 1 - P(B) \\ \quad = 1 - 0,7 = 0,3 \end{array} \right]$$

$$P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}) \\ = 0,4 + 0,3 - 0,1 = 0,6$$

$$e) P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) \\ = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$d) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) \\ = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$f) P(A \Delta B) = P(A/B) + P(B/A) \\ = 0,1 + 0,4 = 0,5$$

$$\left[\begin{array}{l} P(A/B) = P(A) - P(A \cap B) \\ \quad = 0,4 - 0,3 = 0,1 \end{array} \right]$$

veya

$$P(A \Delta B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0,8 - 0,3 = 0,5$$

$$\text{Ödev: } P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{10}, \quad P(A \cap \bar{B}) = \frac{4}{10}, \quad P(\overline{A \cap B}) = \frac{6}{10}$$

Yukarıdaki bilgileri kullanarak aşağıdaki olasılıkları hesaplayınız.

$$P(\bar{A} \cup B) = ?$$

$$P(A \cup \bar{B}) = ?$$

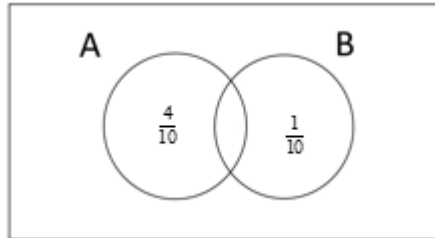
$$P(\overline{A \cup B}) = ?$$

$$P(B) = ?$$

$$P(A) = ?$$

$$P(\bar{A}) = ?$$

$$P(A \cap B) = ?$$



Örnek: İçerisinde 5 kırmızı, 3 siyah top bulunan bir kavanozdan rastgele iki top çekiliyor.

$$\left[\begin{array}{l} 3S \\ 5K \end{array} \right]$$

- a) İadeli
b) İadesiz
çekilmesi durumunda en az bir kırmızı top gelme olasılığı nedir?

a) iadeli

$$\begin{array}{cccc} \frac{5}{8} & \frac{5}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{5}{8} & \frac{3}{8} & \frac{5}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{3}{8} & \frac{5}{8} & \frac{3}{8} & \frac{5}{8} \\ \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{5}{8} & \frac{5}{8} \end{array}$$

$S = \{KK, KS, SK, SS\}$

$$A = \{KS, SK, KK\}$$

$$P(A) = \frac{15}{64} + \frac{15}{64} + \frac{25}{64} = \frac{55}{64}$$

b) iadesiz

$$\begin{array}{cccc} \frac{5}{8} & \frac{4}{7} & \frac{5}{8} & \frac{3}{7} \\ \frac{4}{7} & \frac{3}{7} & \frac{3}{7} & \frac{5}{7} \\ \frac{3}{7} & \frac{5}{7} & \frac{3}{7} & \frac{3}{7} \\ \frac{3}{7} & \frac{3}{7} & \frac{5}{7} & \frac{5}{7} \end{array}$$

$S = \{KK, KS, SK, SS\}$

$$A = \{KS, SK, KK\}$$

$$P(A) = \frac{20}{56} + \frac{15}{56} + \frac{15}{56} = \frac{50}{56}$$

KAYNAKLAR

1. Uygulamalı İstatistik (1994)

Ayşen APAYDIN , Alaettin KUTSAL, Cemal ATAKAN

2. Olasılık ve İstatistik Problemler ve Çözümleri ile (2008)

Prof. Dr. Semra ERBAŞ

3. Olasılık ve İstatistik (2006)

Prof. Dr. Fikri Akdeniz

4. Olasılık ve İstatistiğe Giriş I-II (2011)

Prof. Dr. Fikri Öztürk

5. Fikri Öztürk web sitesi

<http://80.251.40.59/science.ankara.edu.tr/ozturk/index.html>