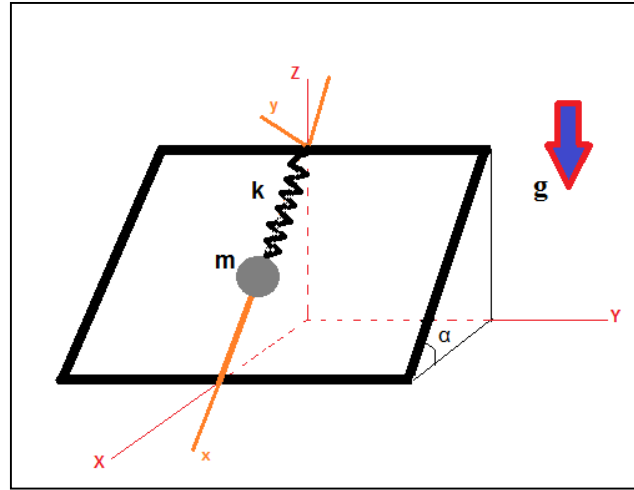


HARMONİK SALINICI (1 kütle+1 yay)

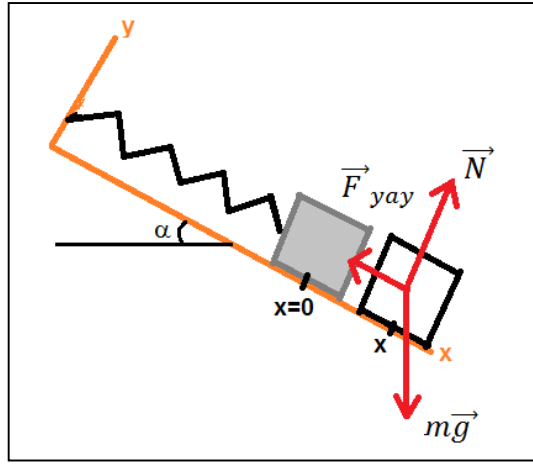
8 BAĞLANTI NOKTASI SABİT

AMAÇ: Bu deneyde eğim açısı α olan eğik hava masasında bağlantı noktası sabitlenmiş kütle-yay sisteminin salınım hareketi incelenecektir. Buradaki asıl amaç deneysel veriler kullanılarak hesaplanacak olan salınım frekansının, teorik hesaplama ile bulunan salınım frekansı ile deneysel hata sınırları içerisinde doğrulanması olacaktır.

TEORİK İNCELEME: Aşağıdaki şekilde, yatayla α açısı yapan bir hava masası üzerinde bağlantı noktası sabit kütle-yay sistemi ve bu sistem için seçilen koordinatlar gösterilmiştir. Buradaki incelemede m kütleli diskin noktasal ve k kuvvet sabitine sahip yayın da Hooke tipinde (ideal yay) ve kütsüz olduğu varsayılacaktır. Kütle-yay sisteminin klasik mekaniksel çözümlemesinin daha anlaşılır bir şekilde yapılabilmesi amacıyla uygun bir (eylemsiz) referans çerçevesinin seçilmesi gerekmektedir: Eğik hava düzlemi üzerindeki kütle-yay sistemi yukarıdaki varsayımlar sebebiyle $\{(X, Y, Z)\}$ koordinat sisteminin $\{(X, Z)\}$ düzlemine kısıtlanmıştır ve daha uygun (mekaniksel sistemin simetrisine *adapte* edilmiş) bir eylemsiz referans çerçevesi $X - Z$ eksen takımının Y eksenine göre saat yönünün tersinde α açısı kadar dönmesi ve ardından Z eksen boyunca pozitif yönde eğik hava masasının yüksekliği kadar ötelenmesiyle oluşturulabilir. Bu yeni koordinat sistemine $\{(x, y, z)\}$ koordinat sistemi denirse sistemimizin herhangi bir andaki şekillenimi x koordinatıyla anlatılabilir; $-Y$ ekseninden bakıldığında $x - z$ düzlemini basitlik uğruna $x - y$ düzlemi olarak yeniden tanımlayabiliriz (bkz Şekil 8.2).



Şekil (8.1)



Şekil (8.2)

Sistemin hareketi artık bu koordinatlarda rahatça çözümlenebilir. Yayın serbest uzunluğuna karşılık gelen konum $x=0$ ise bu durumdayken serbest bırakılan sistemin herhangi bir x konumundayken Newton hareket denklemi

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{yay} = m\vec{a} \quad (8.1)$$

olacaktır; burada $\vec{F}_{yay} = -k\vec{x}$ olduğu kullanılırsa bileşen denklemler

$$(x) \quad m g \sin\alpha - k x = m \ddot{x} \quad (8.2)$$

$$(y) \quad -m g \cos\alpha + N = 0 \quad (8.3)$$

olurlar. Hareketi betimleyen (x) denklemi yeniden düzenlenirse

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x - g \sin\alpha = 0 \quad (8.4)$$

ve $x \rightarrow x' = x - x_0$ öyle ki $x_0 = (m g \sin\alpha)/k$ dönüşümü¹ de yapılırsa denklem beklenen son haline dönüşür:

$$\ddot{x}' + \omega^2 x' = 0; \quad \omega = \sqrt{k/m} .$$

Genel çözüm $x'(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi)$ eşitliğidir ve ters dönüşümle

$$x(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi) + x_0$$

eşitliğine geçilir. $t=0$ anındaki başlangıç koşulları $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$ da kullanılarak

$$x(t) = x_0[1 - \cos \omega t]$$

eşitliğine ulaşılır. Hareketin bir periyodunu dörde bölerek incelersek ilgilenilen anlarda sistemin konum ve hızları aşağıdaki tablo ile verilir.

¹ Yay sabitinin bilinmediği ve ölçülmesine yetecek kadar zamanın olmadığı durumlarda, x_0 denge konumu bulunarak da yay sabiti için karşılık gelen değer kullanılabilir (bu pek de güvenilir bir değer olmayacaktır; yani hata genliği artacaktır).

$x(t) = x_0[1 - \cos \omega t]$	$\dot{x}(t) = x_0\omega \sin \omega t$
$x(0) = 0$	$\dot{x}(0) = 0$
$x(T/4) = x_0$	$\dot{x}(T/4) = x_0\omega$
$x(T/2) = 2x_0$	$\dot{x}(T/2) = 0$
$x(3T/4) = x_0$	$\dot{x}(3T/4) = -x_0\omega$
$x(T) = 0$	$\dot{x}(T) = 0$

Tablo 8.1

$x \rightarrow x' = x - x_0$ dönüşümü matematiksel olarak çözümü kolaylaştırmıştı ancak görüldüğü üzere fiziksel açıdan da bu problemi daha sade ve alışıldık bir hale getirmiştir². Yukarıda yapılan dönüşüme göre seçilen eylemsiz gözlemcinin disk için söyleyeceği konum ve hız değerleri ise

$x'(t) = -x_0 \cos \omega t$	$\dot{x}'(t) = x_0\omega \sin \omega t$
$x'(0) = -x_0$	$\dot{x}'(0) = 0$
$x'(T/4) = 0$	$\dot{x}'(T/4) = x_0\omega$
$x'(T/2) = x_0$	$\dot{x}'(T/2) = 0$
$x'(3T/4) = 0$	$\dot{x}'(3T/4) = -x_0\omega$
$x'(T) = -x_0$	$\dot{x}'(T) = 0$

Tablo 8.2

şeklindedir. Yani 1. gözlemciye göre $x = x_0$ konumunda bulunan 2. gözlemci, bu noktayı merkez kabul eden x_0 genlikli, ω frekanslı bir salınım hareketi gözlemleyecektir. Bu gözlemciye göre $x = x_0$ (yani $x' = 0$) hareketin *denge konumu* ve $x' = -x_0$ ile $x' = x_0$ noktaları da hareketin *dönüm noktaları* olacaktır.

Başlangıçta yay serbest uzunluğundayken sistemi serbest bırakmak yerine bir miktar sıkıştırıp (ya da gerip) bıraksaydık değişen tek parametre hareketin genliği olacaktır: $x'(0) = -(+)a_0$ ve $\dot{x}'(0) = 0$ başlangıç değerleri için

$$x'(t) = A_0 \cos \omega t \quad \text{öyle ki} \quad A_0 = -(+)a_0 - x_0$$

veya üssüz gözlemciye göre

$$x(t) = A_0 \cos \omega t + x_0 \quad \text{öyle ki} \quad A_0 = -(+)a_0 - x_0.$$

² Uygun matematiksel koordinat dönüşümleri (Galilei Dönüşümleri) fiziksel olarak eylemsiz bir gözlem çerçevesinden, eşdeğer (yani fiziğin değişmediği) başka bir eylemsiz çerçeveye geçmek anlamına gelir. Matematiksel koordinat sistemlerinin orijinleri de (zamanı ölçen ideal bir saatle beraber) eylemsiz anlık gözlemcilerle özdeşleştirilirler; esasen senkronize edilmiş özdeş ideal saatler tüm uzaya düzgünce dağılmışlardır ve gözlemci aslında gözlemlenen noktadadır.

DENEYİN YAPILIŞI: Hava masasını eğik konuma getirmek için tahta takoz yerleştirilmeli ve eğim açısı α ölçülmelidir. Kullanılacak olan yayın Hooke katsayısı k bulunmalıdır.

Karbon kağıdının üstüne beyaz kağıt konulduktan sonra (bu kağıtlarda deney boyunca sabitlenmelidirler) yayın üst ucu vidalı metal ile sabitlenmeli, yayın alt ucunun konumu kağıt üzerine işaretlenmeli ve salınım için kullanılacak diske bağlanmalıdır (Hava pedalı çalışırken diski kağıt üzerinde oynatmayınız!)

Sistemin denge konumunun bulunması için disk alt ucundan (ivmesi sıfırlanacak şekilde) desteklenerek hava pedalına basıldıktan sonra hareketin durduğu noktanın bulunması ve işaretlenmesi gerekir. İşaretlenen bu iki nokta arası mesafe x_0 'a karşılık gelecektir. Bu deneyde kütle-yay sistemi tek boyutta periyodik hareket yapacağından ölçüm noktalarının birbirlerine karışmaması için periyodun ilk iki çeyreğinde (tani ilk yarısında) ya da son iki çeyreğinde kıvılcım pedalı kullanılmalıdır.

Periyodun ilk iki çeyreği göz önüne alınsın: Yayı sıkıştıracak şekilde diski x-ekseni boyunca hareket ettiriniz ve hareketin başlangıç konumu olarak bu noktayı kağıda işaretleyiniz; böylelikle denge konumu ile başlangıç konumu arası bu mesafe hareketin genliği (A_0) olacaktır. Hatırlanması gereken önemli bir nokta yayın ideallik sınırları dahilinde, bu sistemi betimleyen ω açısal frekansı genlikten bağımsız olacaktır, ancak ölçümlerdeki istatistiksel hataların azaltılabilmesi için kıvılcım-zamanlamalı modülün frekansı f_{st} 'nin³ ve genlik A_0 'ın seçimindeki serbestliği kullanmak uygun olacaktır. Böylelikle kütle-yay sisteminin frekansı ile kıvılcım frekansının oranının bir *tam sayı* olmamasından kaynaklanacak olan hata genliği azaltılmış olacaktır.

- a- f_{st} sabit- A_0 değişken,
- b- f_{st} değişken - A_0 sabit.

Hava pedalı aktifken yay sıkıştırılıp serbest bırakıldığında eş-anlı olarak kıvılcım pedalına basılmalı (yani önceden işaretlenmiş olan başlangıç konumuna pedal iz bırakmalı) ve disk alt dönüm noktasına geldiğinde de kıvılcım pedalı devre dışı bırakılmalıdır (disk durana değin hava pedalı çalışmalıdır), böylelikle hareketin yarım periyodu boyunca ölçüm alınmış olunur. Bir ölçüm boyunca oluşan tüm noktaların sayısının bir eksiği aralık sayısı N 'yi verir ve bu sayı ($2/f_{st}$) ile çarpılırsa hareketin deneyle tayin edilen periyodu T_d bulunur.

Not: f_{st} veya A_0 'ın her değişiminde hava masasındaki kağıtlara dokunulmadan yayı üst kenara sabitleyen parça paralel bir şekilde kenar boyunca kaydırılmalıdır; idealde tüm belirleyici noktalar da aynı paralel ötelemeyi yapmalıdırlar (Paralellik dendiğinde Euclides anlamındaki paralellik anlaşılmalıdır; çünkü Newton mekaniğinin kabullerinden biri uzayın 3 boyutlu ve Euclides-sel olduğu idi!

³ st: spark-timer in kısaltması

VERİLERİN ANALİZİ VE YORUMU:

Öncelikle kullanılan yayın Hooke katsayısının ölçülmesi gerekmektedir.

Yay sabitinin ölçülmesi

Bunun için esasen yay katsayısı ölçme (YKÖ) düzeneği kullanılmalıdır. YKÖ düzeneğinde kullanılan en küçük kütle değeri m bellidir. Bu deneyde uygun bir kütle miktarı m' 'yi temel almak faydalı olacaktır. Bu disk kütlesi m_D 'nin yarısına en yakın olan m 'nin tamsayı katı (örneğin k katı) olarak seçilebilir; yani

$$m = p \cdot m \approx \frac{m_D}{2}, \quad p: \text{ölçümle tayin edilen bir tamsayı.}$$

Böyle bir seçimin yapılmasının altında yatan fiziksel gerekçe şöyle açıklanabilir: yayı kendi başına bir kütle ölçer olarak düşünecek olursak (kalibre edilmiş bir kantar gibi); yayı germeden ya da sıkıştırmadan ucuna bir cisim ekleyip serbest bırakınca, yayın serbest uzunluğuna nazaran maksimum uzama miktarı (uygun bir birimlendirme ile) cismin kütlesine karşılık gelir. Ancak yay sıkıştırıldığında bu miktar artacağından sadece uzama miktarını ölçen bir gözlemci aynı cismin daha kütleli olduğu sonucunu çıkaracaktır; böylelikle üstteki seçimin makul olduğu kabul edilebilir. O halde yay sabitinin bulunması için alttaki tablolar doldurulmalı ve kuvvet-uzama miktarı (F-x) grafiği çizilmelidir.

kütle	gr
m	
m_D	
m	

F (din)	x (cm)
mg	
$2 mg$	
$3 mg$	
$4 mg$	
$5 mg$	

Artık tüm verileri incelemeye uygun hale getirmek amacıyla aşağıdaki tablolar kullanılabilir. Burada incelenmesi istenilen nicelik, korunumlu yay+kütle+dünya sisteminin açılal frekansı ya da eşdeğer olarak periyodudur. Deneysel periyod yukarıda da tarif edildiği üzere

$$T_d = 2 \frac{1}{f_{st}} N$$

eşitliği ile verilir ve teorik⁴ period da Newton'un hareket denkleminde bulunan

$$T_t = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

eşitliği ile bulunur.

⁴ Teorik periyod T_t içindeki k yay-sabitinin deneysel olarak belirlendiği de unutulmamalıdır.

A_0 değişken

$f_{st} = 30 \text{ Hz}$	A_0	N	$T_d = T_d(A_0)$
—			
—			
—			

Tablo 8.3

f_{st} değişken

$A_0 =$	f_{st}	N	$T_d = T_d(f_{st})$
—	20 Hz		
—	30 Hz		
—	40 Hz		

Tablo 8.4

T_t	$\langle T_d(A_0) \rangle$	$\langle T_d(f_{st}) \rangle$	$\langle T_d \rangle$
% fark			

Tablo 8.5

Tablo 8.5'teki $\langle T_d(A_0) \rangle$ 'ın altındaki kutu Tablo 8.3'teki son sütünun aritmetik ortalamasıdır, benzer şekilde $\langle T_d(f_{st}) \rangle$ 'ın altındaki kutu da Tablo 8.4'teki son sütünun aritmetik ortalamasıdır. Deneysel periyot

$$\langle T_d \rangle = \frac{\langle T_d(A_0) \rangle + \langle T_d(f_{st}) \rangle}{2}$$

eşitliği ile tanımlıdır. Tablo 8.5'teki % fark satırındaki boş sütünlar da, örneğin $\langle T_d \rangle$ için

$$\frac{T_t - \langle T_d \rangle}{T_t} \times 100$$

olarak hesaplanır.

Bu deneyde eğik hava düzleminin eğim açısı da bir değişken olarak görülebilir ancak unutulmamalıdır ki bu değişkene bağlı tek değişken denge konumunu betimleyen x_0 koordinatıdır:

$$x_0 = (m g \sin \alpha) / k .$$