

2. BİRİNCİ BASAMAKTAN DİFERENSİYEL DENKLEMLER

2.1. Değişkenlerine Ayrılabilir Diferensiyel Denklemler

Birinci basamaktan

$$y' = f(x, y)$$

diferensiyel denklemi

$$P(x) dx + Q(y) dy = 0$$

formunda ise bu denkleme değişkenlerine ayrılabilir denir. Bir kez integral alınarak çözüme ulaşılır.

Örnek 1. $2ydy - 3(x^2y + x^2) dx = 0$ denkleminin çözümünü bulunuz.

Çözüm. Diferensiyel denklem düzenlendiğinde

$$\frac{2y}{y+1} dy = 3x^2 dx$$

formunda yazılabilir. Her iki tarafın integrali alınırsa

$$\int 3x^2 dx = 2 \int \frac{y}{y+1} dy = 2 \int \left(1 - \frac{1}{y+1}\right) dy$$

den denklemin bir parametrelî çözümü

$$x^3 = 2y - 2 \ln |y+1| + c$$

olarak elde edilir.

Örnek 2. $\cos x e^{\sin x - \cos y} dx - \sin y dy = 0$, $y(0) = 0$ başlangıç değer probleminin çözümünü bulunuz.

Çözüm.

$$\cos x e^{\sin x} dx = \sin y e^{\cos y} dy$$

den

$$e^{\sin x} + e^{\cos y} = c$$

bir parametrelî çözümü elde edilir. $y(0) = 0$ başlangıç koşulunu uygularsak $c = e + 1$ bulunur. Böylelikle başlangıç değer probleminin çözümü

$$e^{\sin x} + e^{\cos y} = e + 1$$

olarak bulunur.