

Ölçme Kontrol ve Otomasyon Sistemleri

5

Dr. Mehmet Ali DAYIOĞLU

Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi
Tarım Makinaları ve Teknolojileri Mühendisliği Bölümü

Elektrik devreleri

Kirchhoff'un yasaları

Genellikle, sadece basit direnç devreleri ile karşılaşmayız. Çoğunlukla, bazı devrelerde Ohm yasası yetersiz kalabilir.. Devre indirgemeyi kullanarak eşdeğer direnci bulabilmiş olsanız bile, ağ içindeki bileşenlerin içinden ve bunlardan bireysel akımları ve voltajı bulmanız mümkün olmayabilir.

Bu nedenle, Kirchhoff'un yasalarına yöneliyoruz.

Kirchhoff'un yasaları

Kirchhoff'un yasaları, devreleri analiz etmek için en genel yöntemi sağlar. Devre ne kadar karmaşık olursa olsun , bu yasalar ya doğrusal (direnç, kapasitörler ve indüktörler) ya da doğrusal olmayan elemanlar(diyotlar, transistörler vb.) için kullanılabilir. Kirchhoff'un iki yasası aşağıda belirtilmiştir.

1. Kirchhoff gerilim yasası
2. Kirchhoff akım yasası

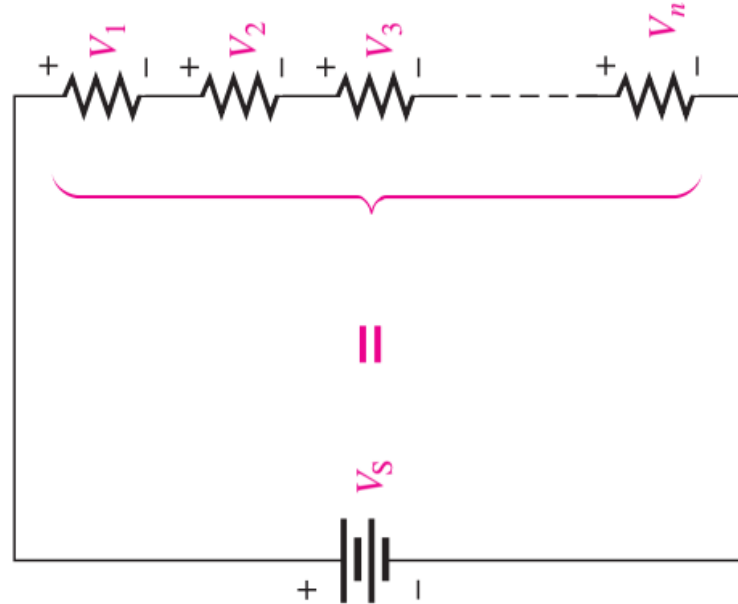
Kirchhoff gerilim yasası

Kirşofun gerilimler yasasına göre kapalı bir elektrik devresinde devre elemanları üzerinde düşen gerilimlerin toplamı gerilim kaynağının gerilimine eşittir.

Diğer bir tanımlamayla, kapalı bir devredeki gerilimlerin toplamı sıfırdır.

Kirchhoff gerilim yasasının nasıl çalıştığını göstermek için şekildeki devreye bakabiliriz:

$$V_S = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

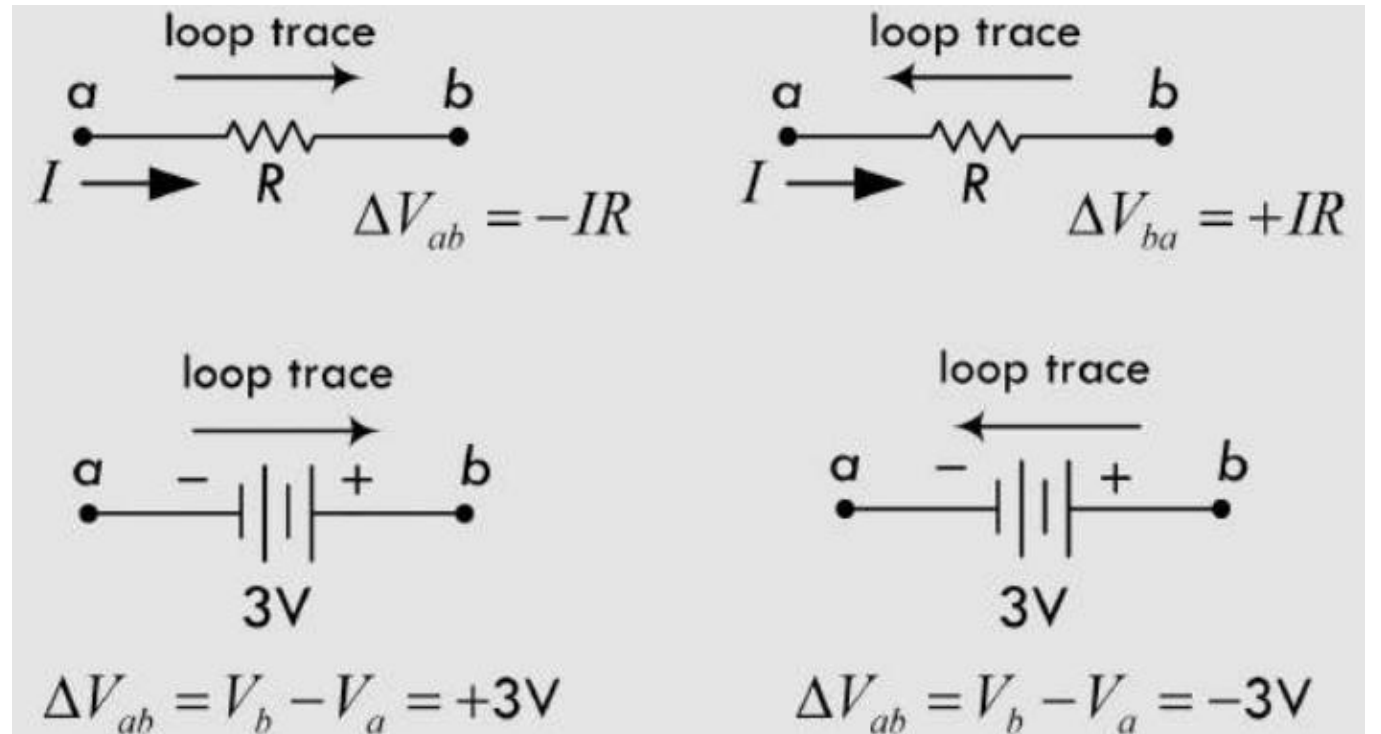
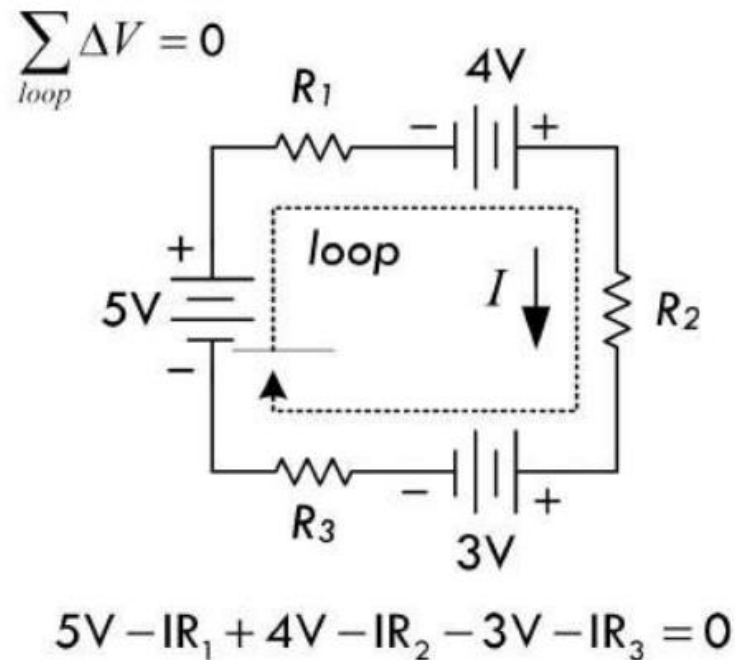


- Seri devrelerde akım, bütün alıcılar üzerinden eşit büyüklükte akar.
- Seri devrelerde dirençlerin büyüklüğüne göre gerilim düşümü meydana gelir.
- Büyük dirençte büyük gerilim, küçük dirençte küçük gerilim oluşur.
- Devrenin toplam direnci, birbirine seri bağlı dirençlerin toplamıdır.

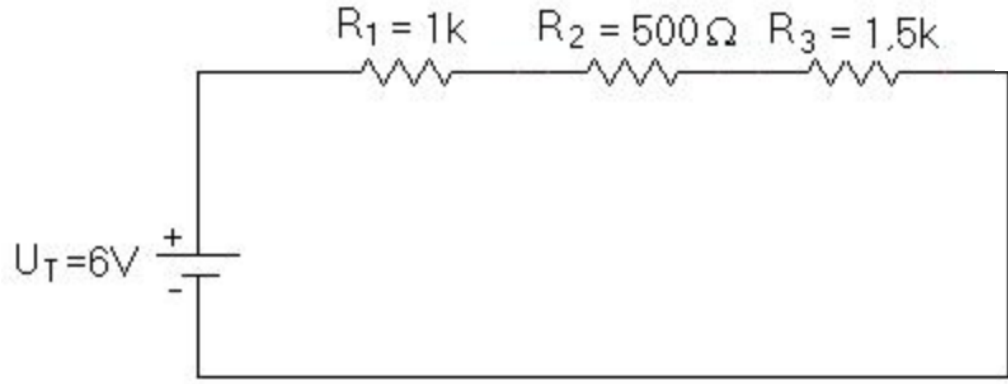
Kirchhoff gerilim yasası

$$\sum \Delta V = V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0$$

Kirchhoff gerilim yasasının nasıl çalıştığını göstermek için şekildeki devreye bakabiliriz:



Örnek:



a) $R_T = ?$

b) $I_T = ?$

c) $I_{R1}, I_{R2}, I_{R3} = ?$

d) **Dirençlerin üzerine düşen gerilimleri küçükten büyüğe sıralayınız.**

e) $U_{R1}, U_{R2}, U_{R3} = ?$

f) **Kirchoff'un gerilimler kanununu gösteriniz.**

a) $R_T = R_1 + R_2 + R_3 \quad R_T = 1000 + 500 + 1500 \quad R_T = 3000 \Omega = 3k\Omega$

b) $I_T = U_T / R_T = 6 / 3 = 2mA$

c) $I_{R1} = I_{R2} = I_{R3} = I_T = 2mA$

d) $U_{R2} < U_{R1} < U_{R3}$

e) $U_{R1} = I_T \times R_1 = 2mA \times 1k = 2V$

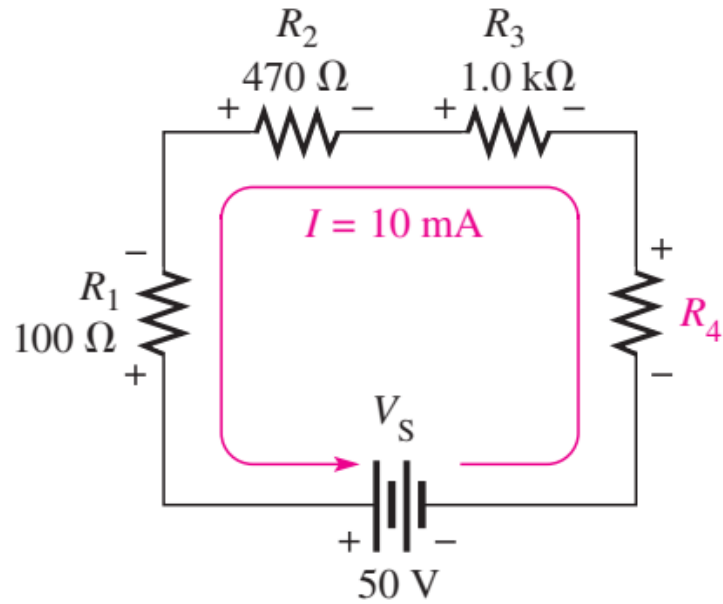
$$U_{R2} = I_T \times R_2 = 2mA \times 500\Omega = 1V$$

$$U_{R3} = I_T \times R_3 = 2mA \times 1,5k\Omega = 3V$$

f) $U_T = U_{R1} + U_{R2} + U_{R3}$

$$6V = 2V + 1V + 3V$$

Kirchhoff gerilim yasası



$R_4 = ?$

$$V_1 = IR_1 = (10 \text{ mA})(100 \Omega) = 1.0 \text{ V}$$

$$V_2 = IR_2 = (10 \text{ mA})(470 \Omega) = 4.7 \text{ V}$$

$$V_3 = IR_3 = (10 \text{ mA})(1.0 \text{ k}\Omega) = 10 \text{ V}$$

$$V_S - V_1 - V_2 - V_3 - V_4 = 0 \text{ V}$$

$$50 \text{ V} - 1.0 \text{ V} - 4.7 \text{ V} - 10 \text{ V} - V_4 = 0 \text{ V}$$

$$34.3 \text{ V} - V_4 = 0 \text{ V}$$

$$V_4 = 34.3 \text{ V}$$

$$R_4 = \frac{V_4}{I} = \frac{34.3 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = \mathbf{3.43 \text{ k}\Omega}$$

Kirchhoff akım yasası

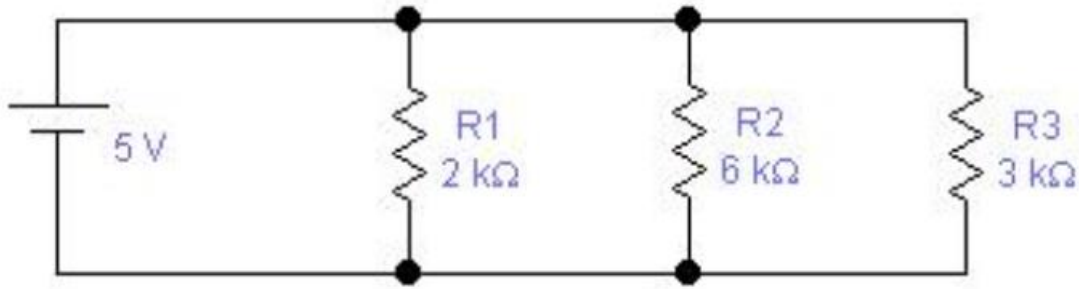
Bir devrede düğüme giren akımların toplamı, düğümden ayrılan akımların toplamına eşittir:

$$\sum I_{\text{in}} = \sum I_{\text{out}}$$

$$I_T = I_1 + I_2 + \dots + I_n \text{ (A)}$$

- Bir düğüm noktasına giren akımların toplamı, o düğüm noktasından çıkan akımların toplamına eşittir.
- Bir başka deyişle, paralel kollardaki akımların toplamı, ana kol akımını verir.
- Paralel kollarda direnci büyük olan koldan az akım, direnci küçük olan koldan fazla akım geçer.
- Ancak paralel kollarda gerilimler birbirine eşittir.
- Paralel devrelerde kol sayısı arttıkça, toplam direnç azalır.
- Kaynak gerilimi paralel dirençlerde düşen gerilimlere eşittir.

Örnek:



a) $R_T = ?$

b) $I_T = ?$

c) $U_{R1}, U_{R2}, U_{R3} = ?$

d) **Akımları büyükten küçüğe sıralayınız.**

e) $I_{R1}, I_{R2}, I_{R3} = ?$

f) **Kirchoff'un akımlar kanununu gösteriniz.**

$$\text{a) } \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3+1+2}{6} = \frac{6}{6} = 1\text{k}$$

$$\text{b) } I_T = \frac{U_T}{R_T} = \frac{5\text{V}}{1\text{k}} = 5\text{mA}$$

$$\text{c) } U_{R1} = U_{R2} = U_{R3} = U_T = 5\text{V}$$

$$\text{d) } R_1 < R_3 < R_2$$

$$I_{R1} > I_{R3} < I_{R2}$$

$$\text{e) } I_1 = \frac{U_T}{R_1} = \frac{5\text{V}}{2\text{k}} = 2,5\text{mA}$$

$$I_2 = \frac{U_T}{R_2} = \frac{5\text{V}}{6\text{k}} = 0,83\text{mA}$$

$$I_3 = \frac{U_T}{R_3} = \frac{5\text{V}}{3\text{k}} = 1,6\text{mA}$$

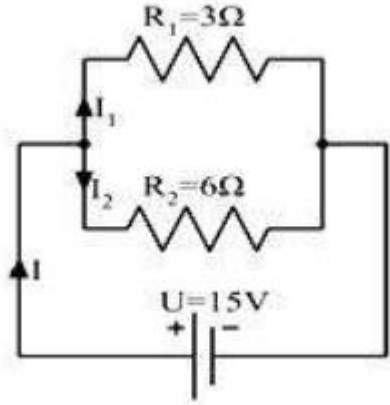
$$\text{f) } I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

$$5\text{mA} = 2,5\text{mA} + 0,83\text{mA} + 1,6\text{mA}$$

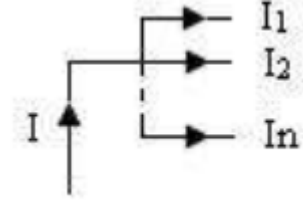
$$5\text{mA} \approx 4,93\text{mA}$$

Kirchhoff akım yasası

Bu devrede I, I1 ve I2 akımlarını bulunuz.



$$I_T = I_1 + I_2 + \dots + I_n \text{ (A)}$$



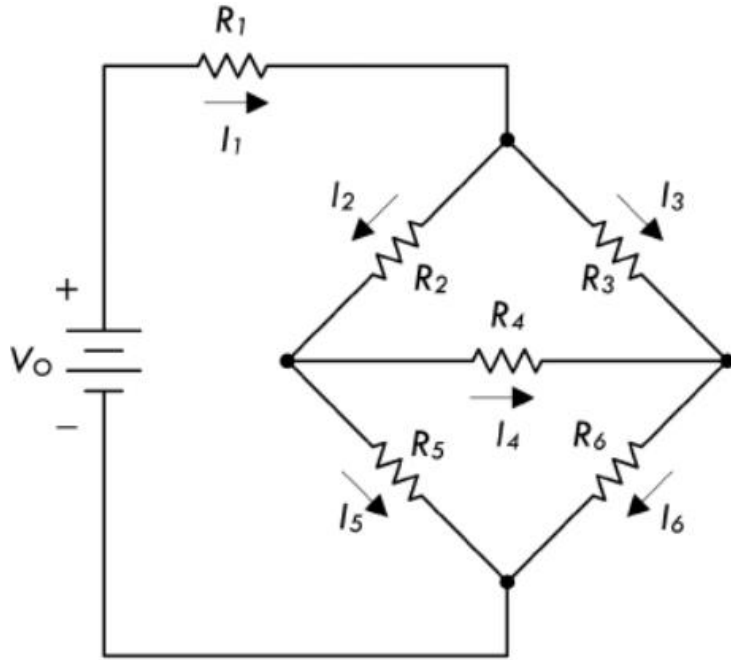
Kaynak gerilimi paralel dirençlerde düşen gerilimlere eşittir.

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{15}{3} = 5\text{A} \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{15}{6} = 2,5\text{A}$$

Kirchhoffun akımlar yasası ile

$$I = I_1 + I_2 = 5 + 2,5 = 7,5\text{A} \text{ bulunur.}$$

Kirchhoff yasaları



The knowns

$$R_1 = 1\Omega$$

$$R_2 = 2\Omega$$

$$R_3 = 3\Omega$$

$$R_4 = 4\Omega$$

$$R_5 = 5\Omega$$

$$R_6 = 6\Omega$$

$$V_0 = 10V$$

The unknowns

$$I_1 = ? \quad V_1 = ?$$

$$I_2 = ? \quad V_2 = ?$$

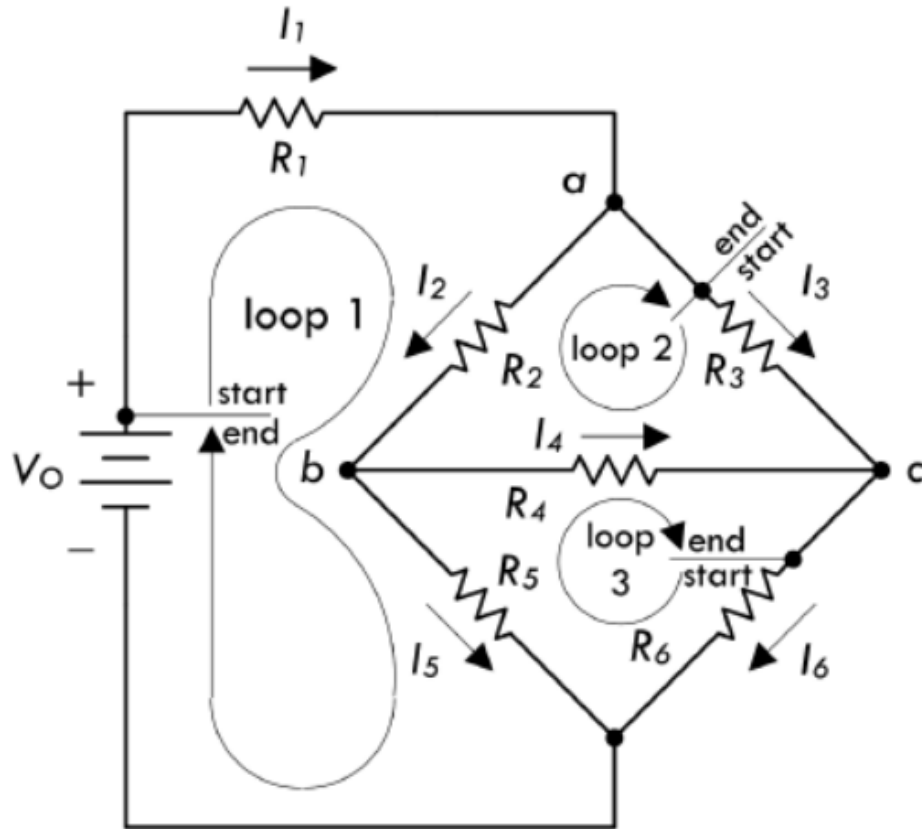
$$I_3 = ? \quad V_3 = ?$$

$$I_4 = ? \quad V_4 = ?$$

$$I_5 = ? \quad V_5 = ?$$

$$I_6 = ? \quad V_6 = ?$$

Kirchhoff yasaları



Equations resulting after applying Kirchhoff's current law:

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (\text{at junction a})$$

$$I_2 = I_5 + I_4 \quad (\text{at junction b})$$

$$I_6 = I_3 + I_4 \quad (\text{at junction c})$$

Equations resulting after applying Kirchhoff's voltage law:

$$V_0 - I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_5 R_5 = 0 \quad (\text{around loop 1})$$

$$-I_3 R_3 + I_4 R_4 + I_2 R_2 = 0 \quad (\text{around loop 2})$$

$$-I_6 R_6 + I_5 R_5 - I_4 R_4 = 0 \quad (\text{around loop 3})$$

Şekildeki devrede her bir koldan geçen akımı hesaplayınız.

Kirchhoff yasaları

Eşdeğer Direnç Hesaplama Yöntemi:

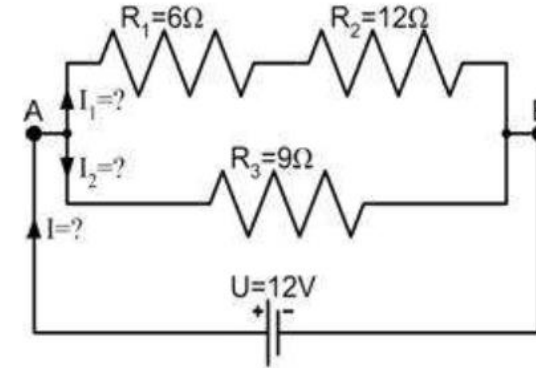
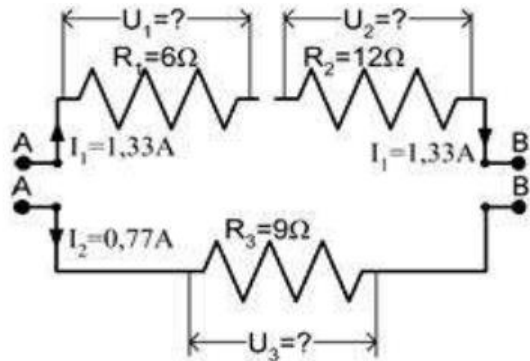
Çözüm: Eşdeğer direnci hesaplayalım:

$$R_{eş1} = R_1 + R_2 = 6 + 12 = 18\Omega$$

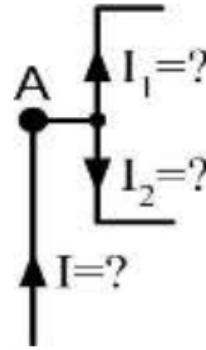
$$R_T = \frac{R_{eş1} \cdot R_3}{R_{eş1} + R_3} = \frac{18 \cdot 9}{18 + 9} = \frac{162}{27} = 6\Omega$$

Devre akımını Ohm Kanunu ile hesaplayalım:

$$I = \frac{U}{R_T} = \frac{12}{6} = 2A \text{ bulunur.}$$



Kol akımlarını Kirşof Akımlar Kanunu'ndan faydalanarak bulalım. Burada kaynak geriliminin aynı zamanda R_3 direnci üzerinde olduğuna dikkat edelim.



$$I_2 = \frac{U}{R_3} = \frac{12}{9} = 1,33A$$

$$I_1 = I - I_2 = 2 - 1,33 = 0,77A$$

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 2 \cdot 2 = 4V$$

$$U_2 = I_1 \cdot R_2 = 2 \cdot 4 = 8V$$

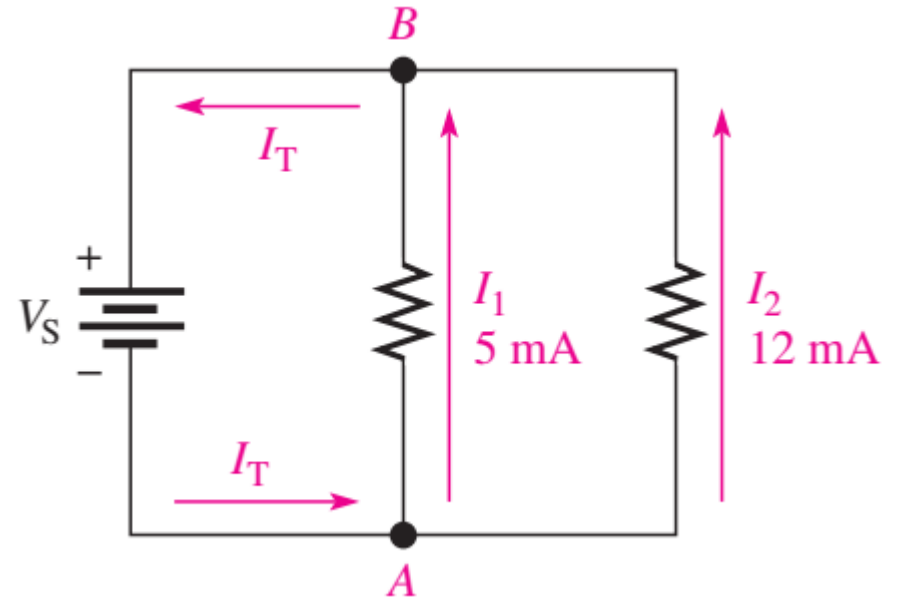
$$U = U_1 + U_2 = 4 + 8 = 12V$$

$$U = U_3 = I_2 \cdot R_3 = 1 \cdot 12 = 12V$$

Kirchhoff yasaları

Şekil deki devrede I_T akımını hesaplayınız.

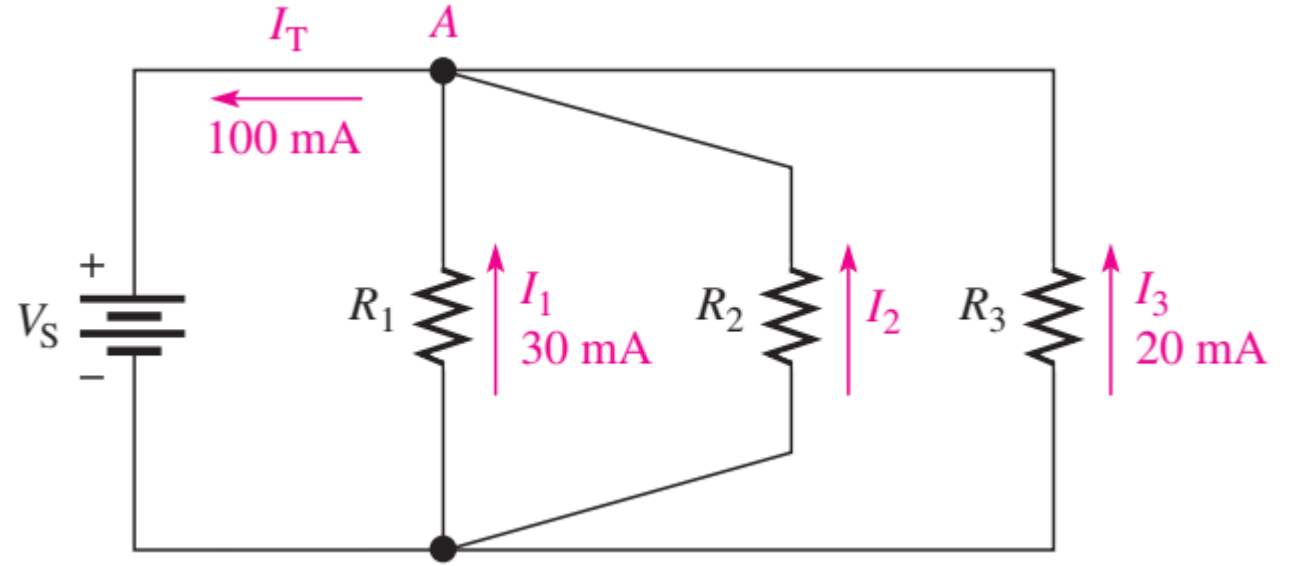
$$I_T = I_1 + I_2 = 5 \text{ mA} + 12 \text{ mA} = \mathbf{17 \text{ mA}}$$



Kirchhoff yasaları

Şekildeki devrede I_2 akımını hesaplayınız.

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$



$$I_2 = I_T - I_1 - I_3 = 100 \text{ mA} - 30 \text{ mA} - 20 \text{ mA} = \mathbf{50 \text{ mA}}$$

Kirchhoff akım yasası

Şekildeki devrede A3 ve A5 ampermetrelerinden okunan akımı hesaplayınız.

X düğümündeki toplam akım şiddeti 5 mA dir.

X düğümünde iki akım: A3 ve R1 den geçen 1.5 mA (Kirchooff akım yasasına göre):

$$5 \text{ mA} = 1.5 \text{ mA} + I_{A3}$$

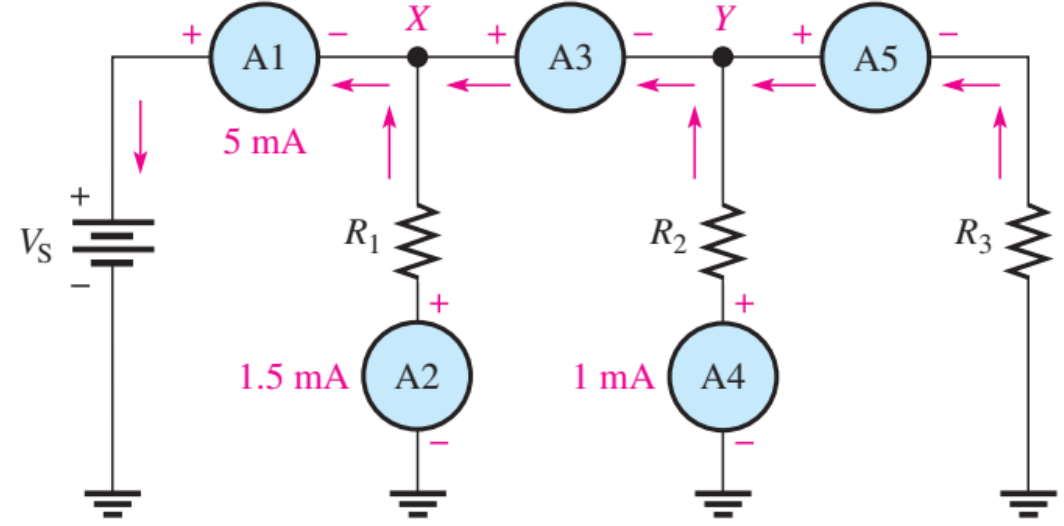
$$I_{A3} = 5 \text{ mA} - 1.5 \text{ mA} = 3.5 \text{ mA}$$

Y düğümündeki toplam akım şiddeti 3.5 mA dir.

Y düğümünde iki akım: R2 den geçen 1 mA ve A5 ve R3 den geçen akımdır.

$$3.5 \text{ mA} = 1 \text{ mA} + I_{A5}$$

$$I_{A5} = 3.5 \text{ mA} - 1 \text{ mA} = 2.5 \text{ mA}$$



Kaynaklar (References)

1. M. Nacar, 2015. Elektrik – Elektronik Ölçmeleri ve İş Güvenliği, Ankara Ofset Matbaacılık
2. J. P. Holman, 2012. Experimental methods for engineers —8th ed., McGraw-Hill series in mechanical engineering
3. S. Monk , P. Scherz, 2016. Practical Electronics for Inventors,Yayınevi : McGraw-Hill Education
4. D. J. Curtis, 2014. Process Control Instrumentation Technology, Pearson, Eighth Edition
5. M. A. Dayıoğlu, 2017. 6. Ünite: Seralarda Bilişim ve Otomasyon Teknolojisi, Sayfa: 102 – 134, Kitap Adı: Örtüaltı Üretim Sistemleri, 3. BaskıAnadolu Üniversitesi Yayın No: 2275
6. M. W. Birimicombe, M.A. D. Phil, 2000. Introduction electronic systems, Nelson
7. H. Pastacı, 2017. Elektrik ve Elektronik Ölçmeleri, 11. Baskı, Nobel Yayıncılık, Ankara
8. W. C. Dunn, 2005. Fundamentals of Industrial Instrumentation and Process Control, McGraw-Hill
9. J. Fraden, 2010. Handbook of Modern Sensors Physics, Designs, and Applications, Fourth Edition, Springer