



Ankara Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi  
Jeoloji Mühendisliği Bölümü



JEM234 MUKAVEMET

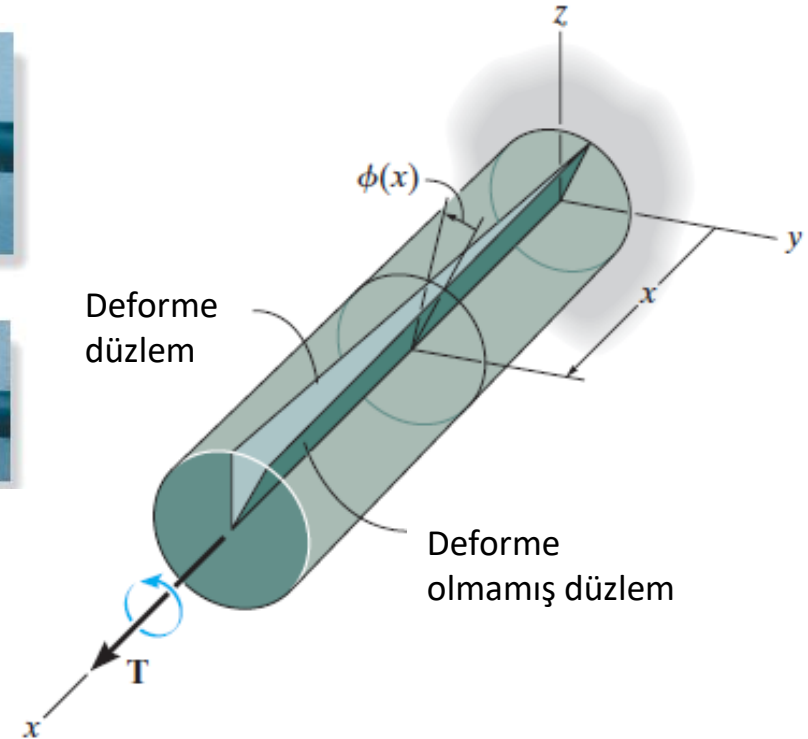
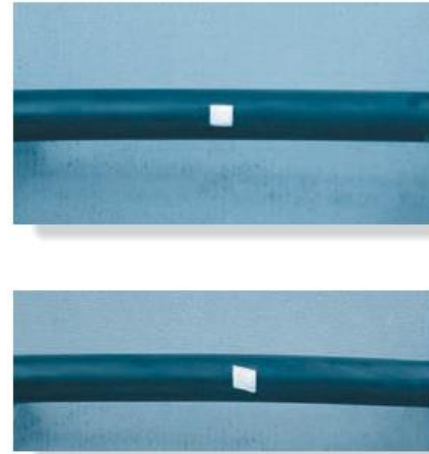
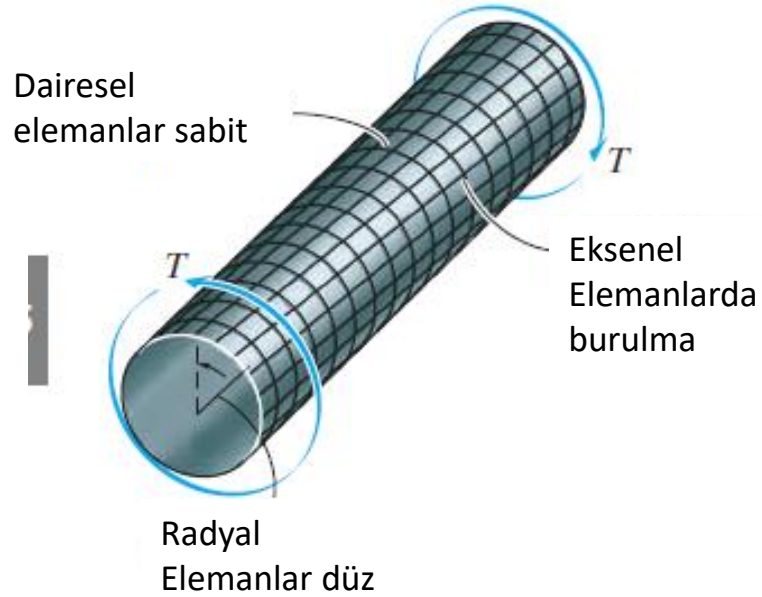
Ders Notları

Doç. Dr. Koray ULAMIŞ

## 8. BURULMA (TORK) KAVRAMI

*Bükülme (Burulma, Tork)*, cisimlerin uzun eksenini etrafında bükülmesini sağlayan momenttir. Özellikle araç ve makina parçalarında incelenmesi gereken bir kavramdır. Şekil a' da kauçuk bir materyalin (a) tork uygulandığında içerdiği birim karelerdeki yerdeğişimleri görülmektedir (b). Tork altında daireler ilk formunu korurken eksene paralel çizgilerin sarmal (helix) şekilde deforme oldukları görülmektedir. Cisimde herhangi bir kabarma olmadan çizgisel elemanlar bükülmektedir. Kesit alanlarında da belirgin bir değişiklik yoktur.

Cismin bir ucu sabit olup, diğer ucundan tork uygulanırsa koyu yeşil ile gösterilen düzlem eğilmeye başlar. Sabit uçtan " $x$ " mesafedeki radial çizgi " $\phi(x)$ " açısı kadar rotasyona maruz kalır. Bu açı "Burulma açısı" olarak adlandırılır. Açının değeri " $x$ " konumuna bağlı olup cisim boyunca farklı değerler alacaktır (Şekil b).



Şekil a. Burulma açısı " $x$ " ile doğru orantılıdır (Hibbeler, 2010)

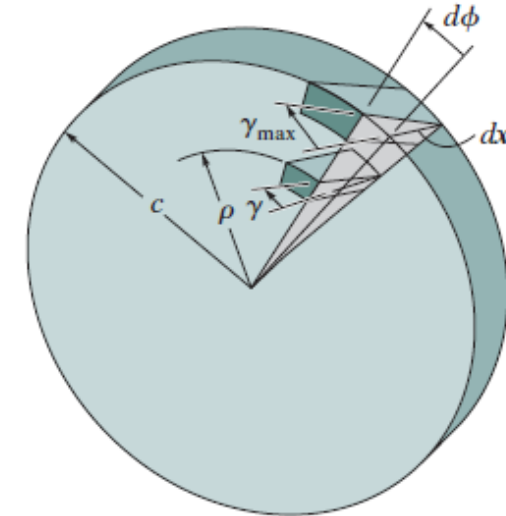
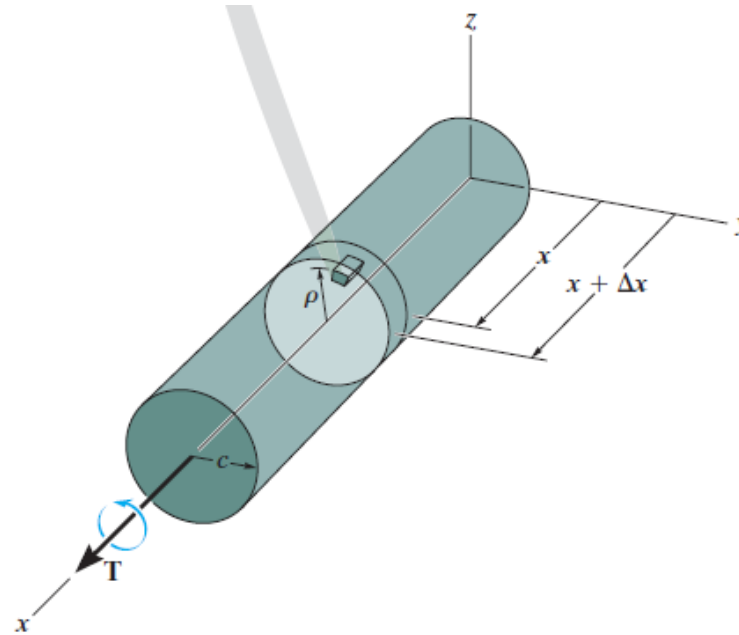
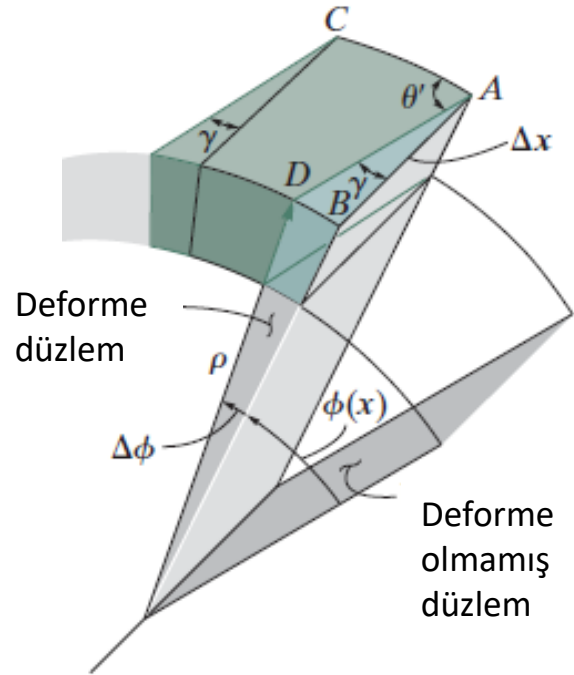
Şekil b. Burulma açısı " $x$ " ile doğru orantılıdır (Hibbeler, 2010)

Cisimdeki deformasyonu anlamak için cismin ekseninden radial mesafede “ $\rho$ ” bir elemanı inceleyelim. Elemanda burulma sonucunda arka yüzde “ $\phi(x)$ ”, ön yüzde de “ $\phi(x)+\Delta\phi$ ” kadar rotasyon da gerçekleşecektir. Rotasyonların farkı sonucunda cisimde makaslama yamulması gelişecektir. Burulma öncesinde AB ile AC dik iken, burulma sonrasında AD ve AC arasında ( $\theta'$ ) kadar açısal fark gelişir.

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta' = \rho \frac{d\phi}{dx}$$

$d(x)$  ve  $d(\phi)$  kesit alanı ve cisimde her yerde sabit olup, birim elemanlardaki makaslama yamulması cismin uzun ekseninde olan “ $r$ ” uzaklığına bağlı olarak değişecektir. Diğer deyişle; cismin ekseninde makaslama yamulması sıfırdan maksimuma kadar lineer değişir. Sınır değerler dikkate alındığında, dairesel kesitli silindirik cisimler için;

$$\gamma = \left(\frac{\rho}{c}\right)\gamma_{max}$$



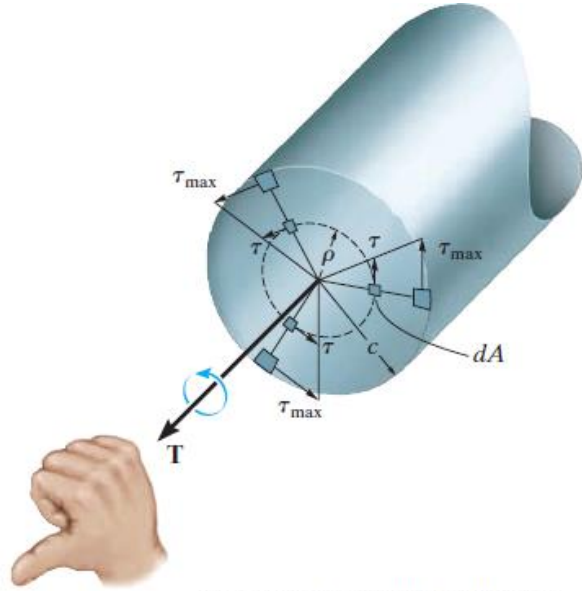
The shear strain at points on the cross section increases linearly with  $\rho$ , i.e.,  $\gamma = (\rho/c)\gamma_{max}$ .

## BURULMA DENKLEMİ

Dairesel kesitli cisimde oluşacak içsel burulmayı makaslama cinsinden ifade etmek mümkündür. Malzeme lineer-elastik ise Hooke yasası gereği “ $\tau=G\gamma$ ” olacak ve kesit boyunca makaslama gerilmesi lineer değişecektir. Makaslama gerilmesi radial olarak maksimum değerine kesit alanı dış sınırında ulaşacaktır. Dış çapı “ $c$ ” ve merkezden uzaklığı “ $\rho$ ” olan birim elemanda;

$$\tau = \left(\frac{\rho}{c}\right)\tau_{max}$$

Maksimum ve herhangi bir makaslama gerilmesi ilişkisi geçerli olacaktır. Bu da, makaslamanın cisim boyunca değişimini ifade ederek burulma etkisinin ifade edilmesine olanak sağlayacaktır.



Shear stress varies linearly along each radial line of the cross section.

$$\tau = \left(\frac{T\rho}{J}\right) \quad \tau_{max} = \left(\frac{T\rho}{J}\right)$$

T: Kesit alandaki bileşke burulma kuvveti

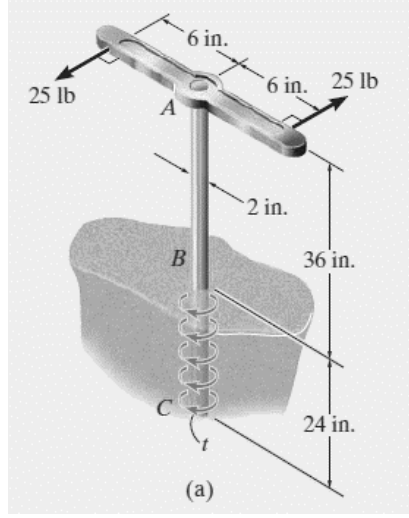
J: Kesit alanındaki polar moment

c: Silindirik cismin dış çapı

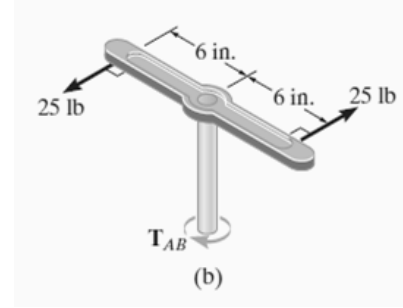
$\tau_{max}$ : Kesitin dış çapında oluşan makaslama gerilmesi

Hibbeler (2010)

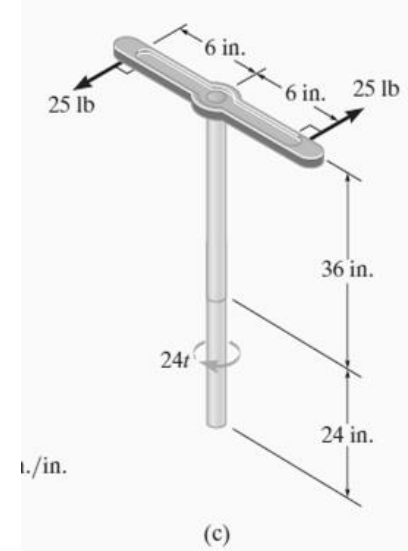
**Soru 23.** Çapı 2 inch olan metal el burgusu zemine 24 inch derine yerleştirilmiştir (Şekil a). Bu esnada bir burulma uygulanırsa oluşacak maksimum makaslama gerilmesini belirleyiniz.



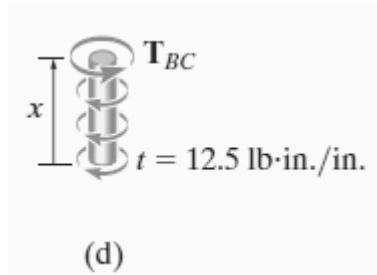
Cisimde oluşacak dahili burulma için Şekil b'de;  
 $\sum M_z=0$ ;  $T_{AB}=25 \cdot 12=300 \text{ lb}\cdot\text{inch}$



Gömülü kesimdeki burulmanın uniform dağıldığı düşünülürse tüm uzunluk boyunca (Şekil c);  
 $\sum M_z=0$ ;  $(25 \cdot 12)-(t \cdot 24 \text{ inch})=0$ ,  $t=12.5 \text{ lb}\cdot\text{in}/\text{in}$  olur



Tüm uzunluk boyunca "x" mesafede (Şekil d);  
 $\sum M_z=0$ ;  $T_{BC}-12.5x$ ,  $T_{BC}=12.5x$  olur.



Maksimum makaslama gerilmesi;  
 $T_{\max}=(T_{AB} \cdot c)/J=191 \text{ psi}$  kadar olur.