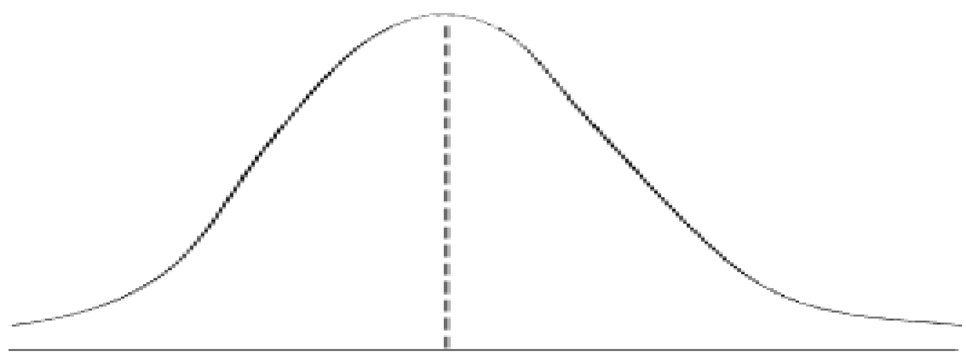
Normal Dağılım ve Puan Dönüşümleri (z ve T puanı)

Normal Dağılım (Köklü ve diğ., 2006)

- Evrende gözlenen değişkenlerin büyük çoğunluğunun çan eğrisine benzer bir dağılım gösterdikleri kabul edilmektedir.
- Değişkenlere ilişkin verilerin oluşturduğu çan eğrisine benzer bu eğriye *normal dağılım eğrisi*, bu eğrinin yatay eksene göre gösterdiği dağılıma da *normal dağılım (Gauss dağılımı)* denir.

Normal Dağılım Özellikleri

- Standart normal dağılımın ortalaması sıfır, standart sapması 1'dir.
- Tepe değer, ortalama ve ortanca birbirine eşittir.
- Eğri dikey eksene göre simetriktir.



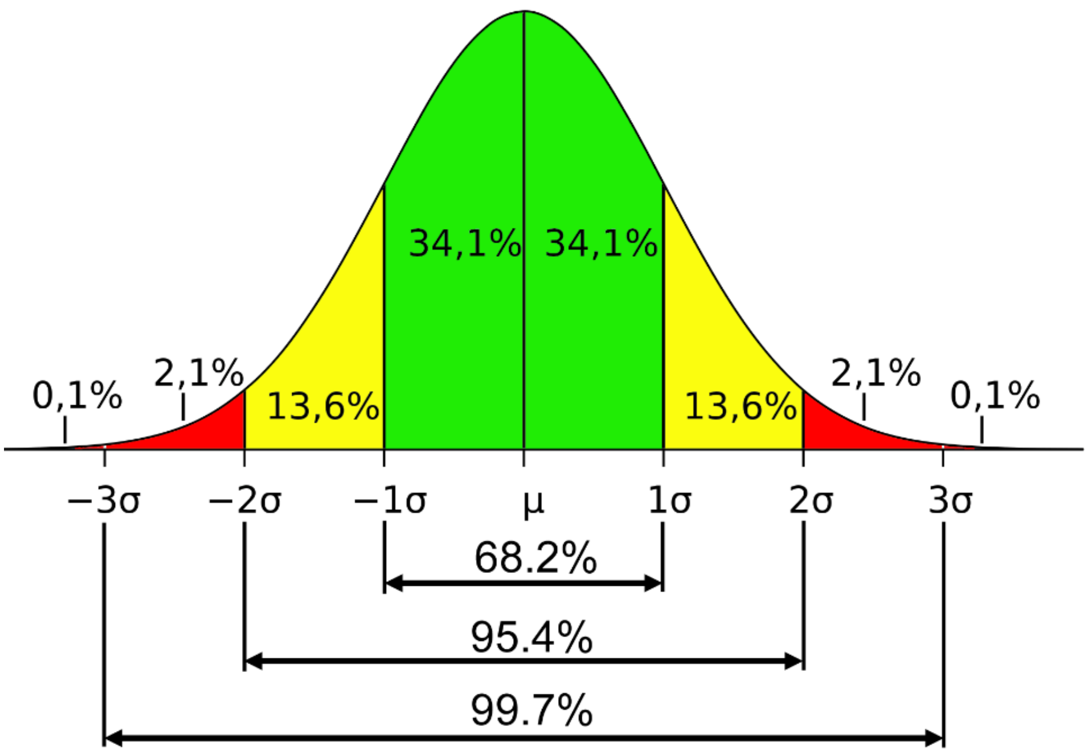
Tepe değer = Ortalama = Ortanca

Normal Dağılım Özellikleri

- Puanlar merkez etrafında kümelenme eğilimi gösterir.
- Normal dağılım eğrisinin sağı ve solu sonsuza kadar uzanır, eğri tabanı kesmez. Yani eğri asimptotiktir ve

$(-\infty,+\infty)$ aralığında değerler alır.

Normal Dağılım Eğrisi Altında Kalan Alan ve Olasılıklar



- Normal dağılımda verilerin:
- %68.2'si (+1σ) ile (-1σ) arasında
- %95.4'ü (+2σ) ile (-2σ) arasında
- %99.7'si (+3σ) ile (-3σ) arasında değerler alır.
- (σ =standart sapma)

Örnek:

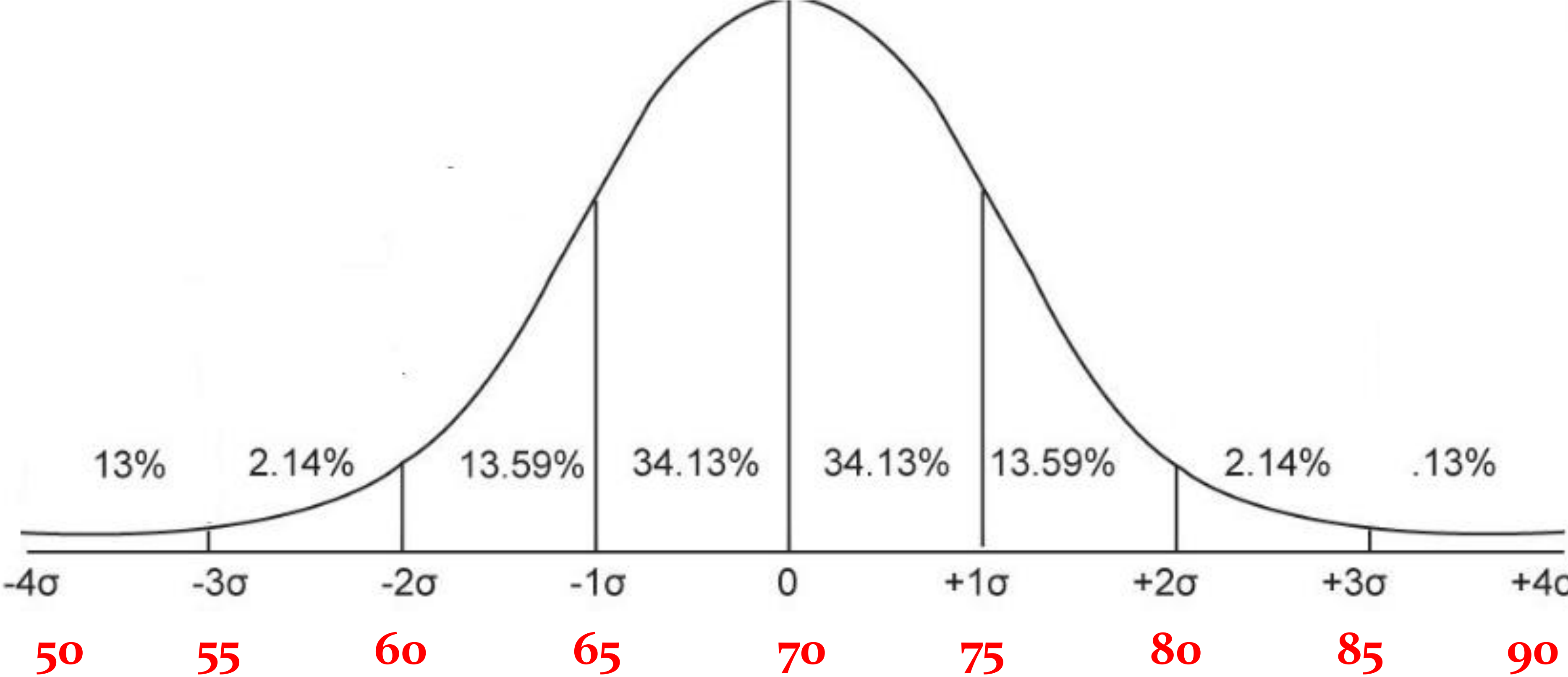
- Bir sınıfta uygulanan başarı testi sonucunda notların ortalaması $\mu = 70$ standart sapması $\sigma = 5$ olarak hesaplanmıştır. Buna göre;

a. %68.2, %95.4 ve %99.7 olasılıkla puanlar hangi aralıkta değişmektedir?

b. Bu sınıfta bir öğrencinin 60'nin altında not alma olasılığı kaçtır?

c. Bu sınıfta bir öğrencinin 75'in üstünde not alma olasılığı kaçtır?

d. Bu sınıfta bir öğrencinin 65 ile 75 arasında not alma olasılığı kaçtır?

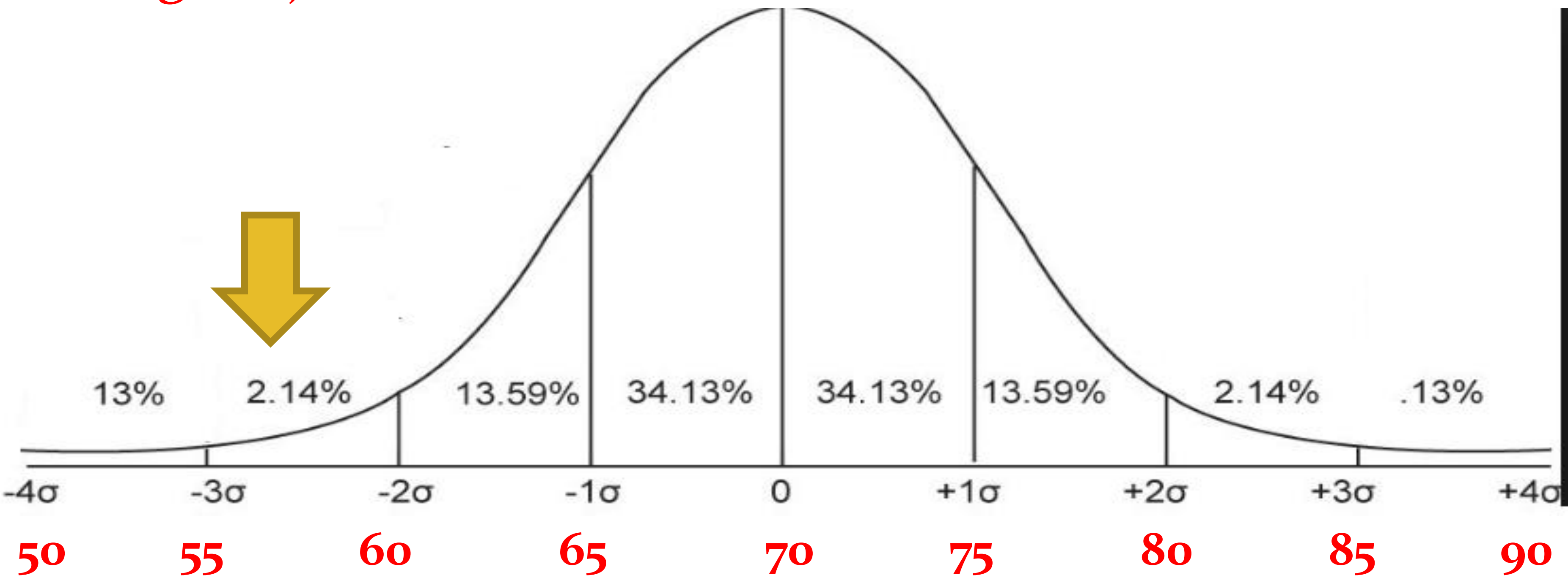


Ortalaması 70, standart sapması 5 olan dağılımı normal dağılıma yerleştirdik. -1 ile +1 standart sapma arası için ortalamaya standart sapma eklenip çıkarılarak hesaplanır.

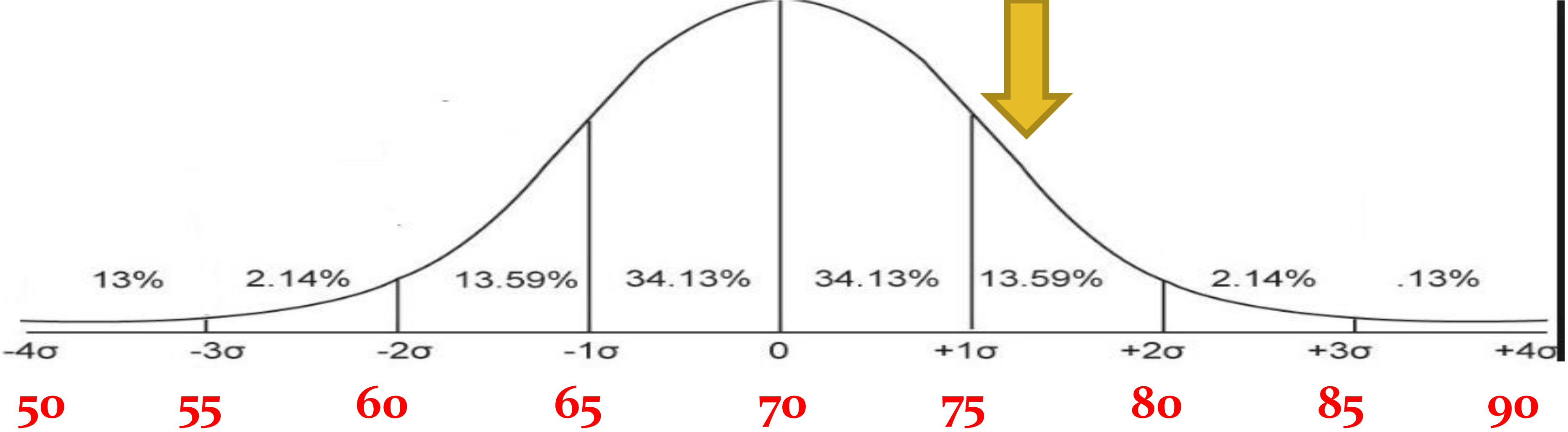
a. %68.2, %95.4 ve %99.7 olasılıkla puanlar hangi aralıkta değişmektedir?

- %68.2 olasılıkla, puanlar (70-5) ile (70+5) arasında yer alır.
- Puanların %95.4'ünün $\pm$ 2s arasında olduğu, yani puanların %95.4'ünün 60 ile 80 arasında kaldığı;
- Puanların %99.7'sinin 55 ile 85 arasında kaldığı ifade edilir.

b. Bu sınıfta bir öğrencinin 60'nin altında not alma olasılığı kaçtır?



Öğrencinin 60'nin altında not alma olasılığı eğrinin sol tarafında -2 standart sapma altında kalan alanın toplamına eşittir. 0.0214+0.0013= 0.0227
Buna göre sınıfta bir öğrencinin 60'nin altında not alma olasılığı 0.0227 yani yüzde 2.27'dir.

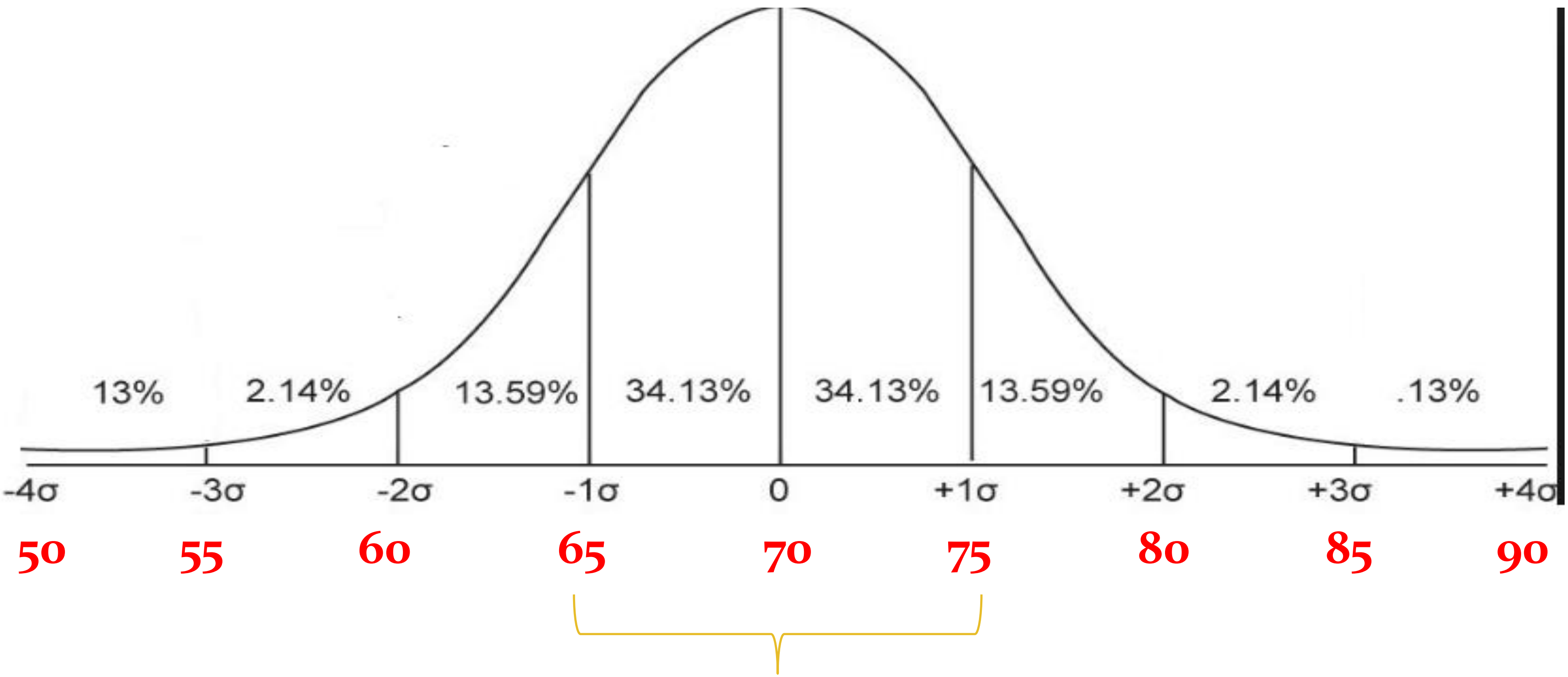


c. Bu sınıfta bir öğrencinin 75'in üstünde not alma olasılığı kaçtır?

+1 standart sapma değerinin sağ tarafında eğrinin altında kalan alanın toplamı bir öğrencinin 75'in üstünde not alma olasılığını verir. 0.1359+0.0214+0.0013=0.1586

Buna göre sınıfta bir öğrencinin 75'in üstünde not alma olasılığı 0.1586 yani %15.86'dır.

d. Bu sınıfta bir öğrencinin 65 ile 75 arasında not alma olasılığı kaçtır?



Grafiğe baktığımızda istenen puanların -1 ile +1 standart sapma arasında kaldığı ve bu aralığın eğrinin %68.26'sını (34.13+34.13) oluşturduğu görülmektedir. Yani, öğrencilerin bu aralıkta puan alma olasılığı %68.26'dır.

Puan Dönüşümleri - Standartlaştırma

- A kişinin Türkçe dersindeki başarı puanı 60, matematik dersindeki başarı puanı ise 70'dir. Bu kişi matematikte daha başarılıdır demek doğru mudur?
- Hayır. Çünkü testin güçlüğü (zorluğu, kolaylığı) ve grubun başarısı bilinmemektedir.

Puan Dönüşümleri - Standartlaştırma

- Bu kişinin puanlarını karşılaştırabilmek için standart puanlara dönüştürmeye ihtiyaç vardır. Bu ham puanların özellikleri bilinen *standart puanlara* dönüştürülme işlemine *standartlaştırma* denir.
- Sık kullanılan standart puanlar z ve T puanlarıdır.

Z puanı

- Standart z puanları bir testten elde edilen ham puanları ortalaması sıfır, standart sapması bir olan ve normal dağılım gösteren standart bir puana dönüştürür.
- Z puanı verilen bir puanın ortalamanın ne kadar altında ya da üstünde olduğunu anlamamıza yardımcı olur.

Z puanı

- Z puanları normal dağılım eğrisi üzerinde karşılaştırılabilir. Örneğin iki ayrı başarı testi için bir öğrencinin aldığı puanları z puanına dönüştürdüğümüzde, öğrencinin z değeri büyük olan testte daha başarılı olduğu söylenebilir.

Z Puanı

$$Z = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$$

X_i : Bireyin puanı

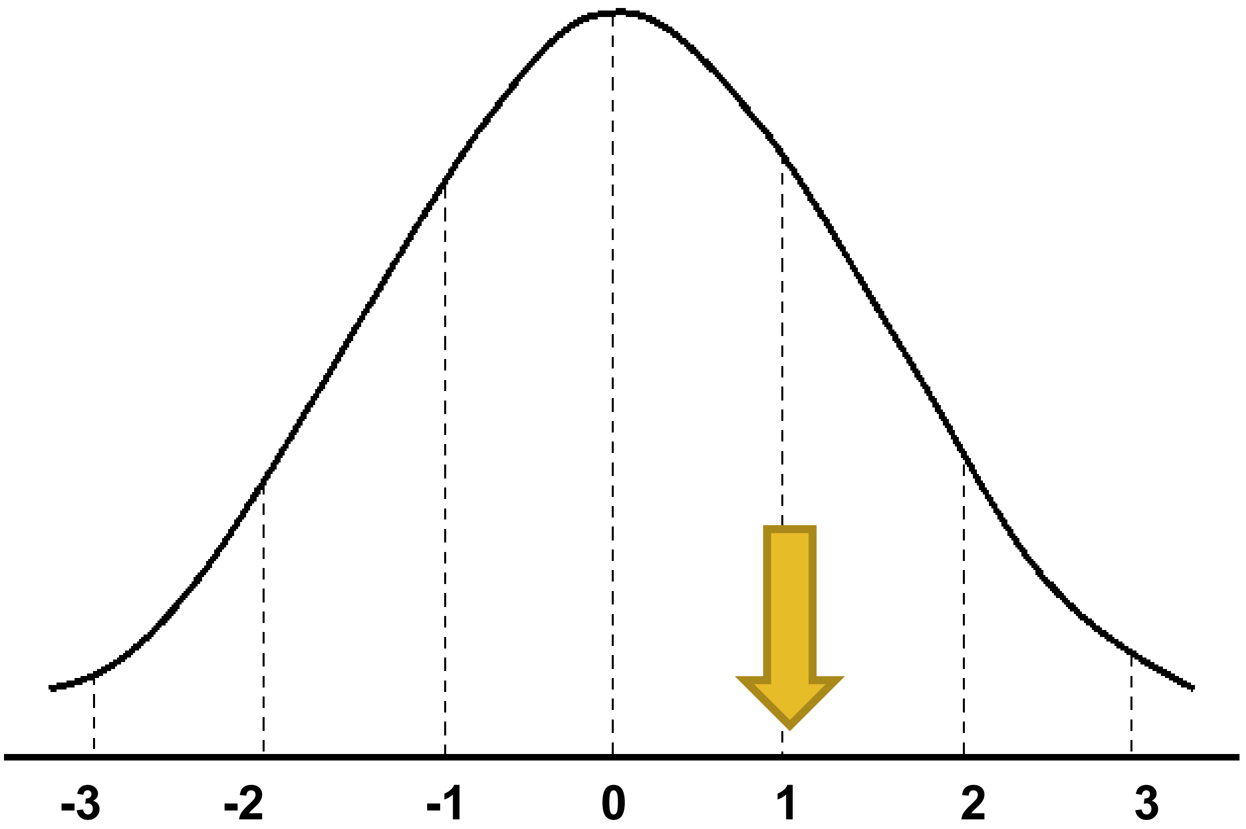
$\bar{X}$: Test puanlarının ortalaması

S : Test puanlarının standart sapması

Z Puanı

Aritmetik ortalaması 50, standart sapması 10 olan Türkçe dersi sınavından 60 alan A kişisinin Z puanı;

$$Z = \frac{60 - 50}{10} = \frac{10}{10} = 1$$



T Puanı

- Negatif ve kesirli z puanlarından kurtulmak için bu puanlar T puanına dönüştürelebilir.
- T puanı, ortalaması 50, standart sapması 10 olan ve normal dağılım gösteren bir puandır.

$$T = 50 + \left[\frac{X - \bar{X}}{SS} \right] .10$$

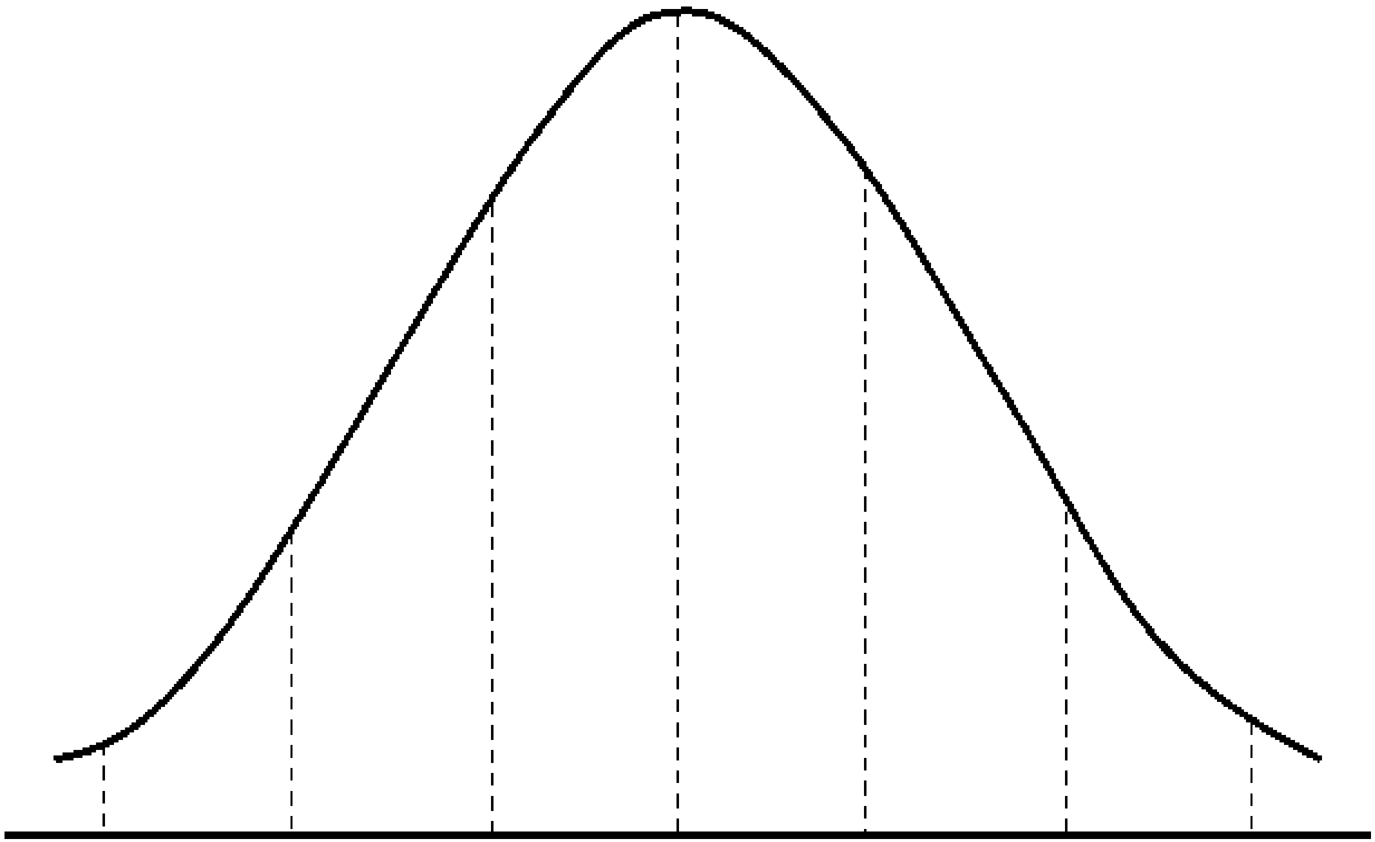
T Puanı

- Formülden anlaşılacağı gibi, T puanları, Z puanlarının 10 katının 50 fazlasıdır.

$$T = 10(z) + 50$$

- Örnek: z=1 ise T puanı: 10*1+50=60'dır.

Z ve t Puanlarının Dağılımdaki Yerleri



Z puanı:	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**+1**	**+2**	**+3**
T Puanı:	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**

Kaynakça

- Arıcı, H. (1998). İstatistik: Yöntemler ve Uygulamalar (Geliştirilmiş Yeni Baskı). Ankara: Meteksan Matbaası.
- Çelen, Ü. (2012). Ölçme Sonuçlarını Özetleme ve Yorumlama. Editör Demirtaşlı, R. N. (2012). Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme. Ankara: Edge Akademi.
- Köklü, N., Büyüköztürk, Ş., ve Çokluk, Ö. (2006). Sosyal Bilimler İçin İstatistik (10. baskı). Ankara: Pegem Akademi.