

# BÖLÜM 6

## Madde içinde Magnetik Alanlar

**Doç. Dr. Fulya Bağcı**  
Ankara Üniversitesi,  
Fizik Mühendisliği Bölümü

Bu ders sunumu hazırlanırken aşağıdaki kaynak kullanılmıştır:  
**Elektromagnetik Teori**, David J. Griffiths, Gazi Kitabevi (Çeviri: Prof. Dr. Basri Ünal)

# İçerik

- 6.1 Mıknatıslanma
  - 6.1.1. Diyamagnet, paramagnet, ferromagnet maddeler
  - 6.1.2. Magnetik dipoller üzerindeki torklar ve kuvvetler
  - 6.1.3 Bir magnetik alanın atomik yörüngeler üzerindeki etkisi
  - 6.1.4 Mıknatıslanma
- 6.2 Mıknatıslanmış Bir Cismin Alanı
  - 6.2.1 Bağlı akımlar
  - 6.2.2 Bağlı akımların fiziksel yorumu
  - 6.2.3 Madde içinde magnetik alan

- 6.3 Yardımcı Alan H
- 6.3.1 Mıknatıslanmış malzemeler içinde Ampere yasası
- 6.3.2 Yanıltıcı bir paralellik
- 6.3.3 Sınır koşulları
- 6.4 Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Davranışlı Ortamlar
- 6.4.1 Magnetik alınganlık ve geçirgenlik
- 6.4.2 Ferromagnetizma

## 6.1 Miknatıslanma

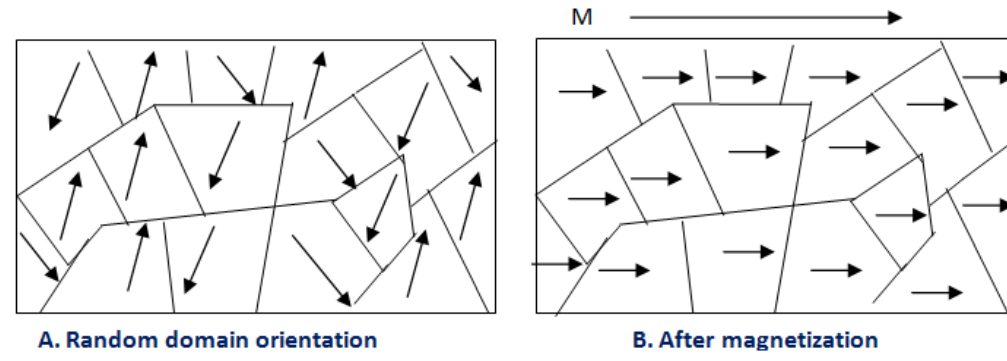
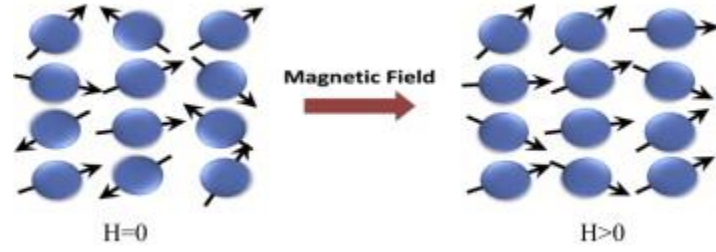
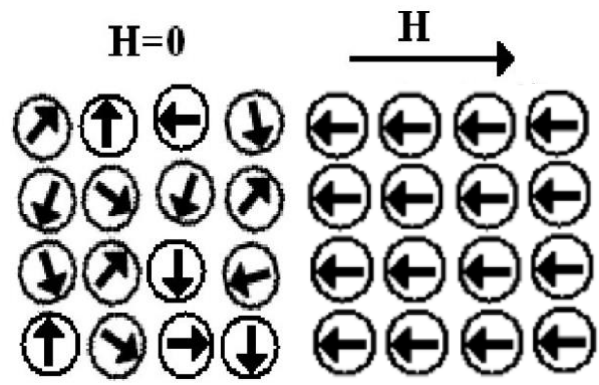
### 6.1.1. Diyamagnet, paramagnet, ferromagnet maddeler

- Ortalama bir insanın magnetizma algısı ..
- Magnetik olguların tamamı hareketli yüklerle ilişkilidir.  
(Mikroskobik ölçüde hareketli elektronlar. Akım ilmekleri



küçük olduğundan magnetik dipol olarak ele alınabilir. Atomların gelişigüzel yöneliminden ötürü genelde dipoller birbirini yokeder. Fakat **B** uygulandığında ortam (miknatıslanmıştır) magnetik olarak kutuplanır.)

Bazı malzemeler **B**'ye paralel bir miknatıslanma kazanırken (paramagnetler), bazıları da **B**'ye zıt yönde miknatıslanma kazanırlar (diyamagnetler). Ferromagnetler (örn.demir) dış alan kaldırılrsa da miknatıslanmalarını korurlar.



Diyamagnet



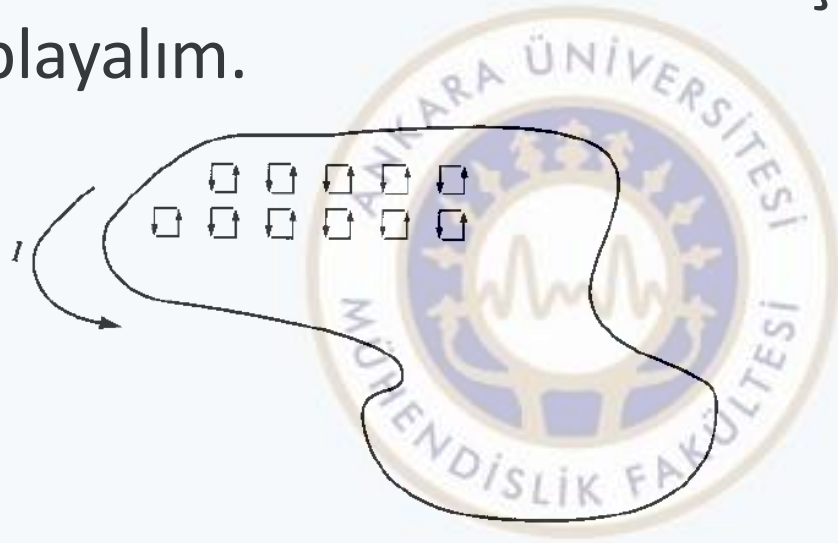
Paramagnet



Ferromagnet

## 6.1.2 Magnetik Dipoller Üzerindeki Torklar ve Kuvvetler

- Elektrik dipolünün  $\mathbf{E}$ 'de tork etkisinde olması gibi magnetik dipoller de  $\mathbf{B}$ 'de tork etkisindedir. Bir akım halkası düşünün. Düzgün  $\mathbf{B}$  içinde olsun. Torku hesaplayalım.

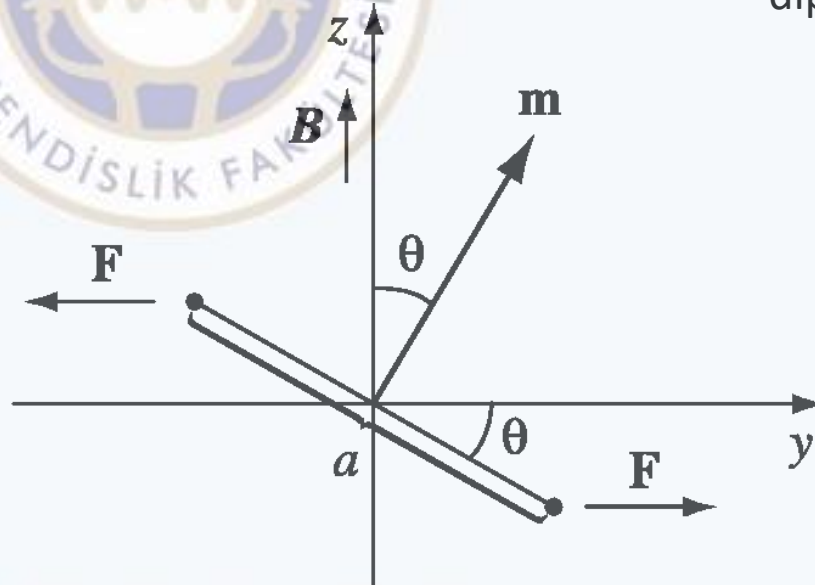
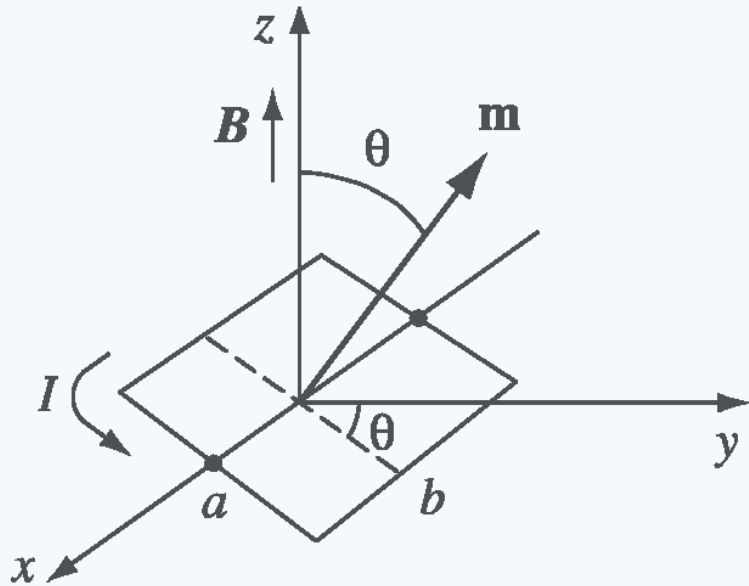


- Bir akım ilmeği böyle sonsuz küçük dikdörtgen ilmeklerden ibaret olarak düşünülebilir. İçte kalan kenarlardaki akımlar birbirini yok eder.

- Halkayı orjine sabitleyip  $z$  ekseninden  $y$  eksenine doğru bir  $\theta$  açısı kadar eğelim.  $\mathbf{B}$   $\hat{z}$  yönünde olsun.
- İki eğimli kenar üzerindeki kuvvetler ve yatay kenarlar üzerindeki kuvvetler birbirini götürür. Net kuvvet sıfırdır ama tork vardır.
- $\boldsymbol{\tau} = aF \sin\theta \hat{x}$
- Bu parçaların her biri üzerindeki kuvvetin büyüklüğü  $F = IbB$
- $\boldsymbol{\tau} = IabB \sin\theta \hat{x} = mB \sin\theta \hat{x}$

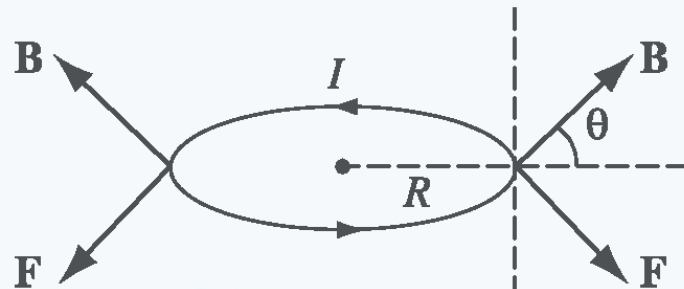
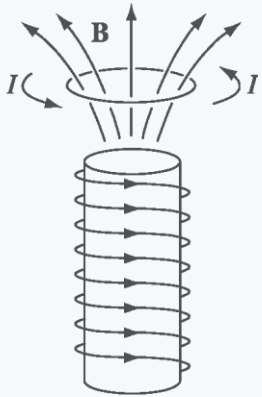
$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$\mathbf{m} = Iab$  halkanın magnetik dipol momentidir.





- Elektrikte  $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E}$   $\longrightarrow$  Magnetizmada  $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$
- Tork yine dipolü alana paralel hizalamaya çalışan yöndedir. Paramagnetizmadan sorumlu olan bu torktur.
- $e^-$  magnetik dipoldür. Spinler zıt yönde olduğundan net tork sıfırdır.
- Paramagnetizma çiftlenmemiş elektronu bulunan (tek sayıda) atomlarda ve moleküllerde ortaya çıkar.
- Düzgün bir alanda bir halka üzerindeki net kuvvet sıfırdır.
- $\boldsymbol{F} = I \oint (d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}) = I \oint (d\boldsymbol{l}) \times \boldsymbol{B} = 0$
- Düzgün olmayan  $\boldsymbol{B}$ 'de ise sıfırdan farklıdır. Örneğin  $r$  yarıçaplı  $I$  akımı taşıyan dairesel bir tel kısa bir solenoide sarılı olduğunda solenoidin tepesinde düzgün olmayan  $\boldsymbol{B}$  vardır. Bu durumda halka üzerindeki kuvvet şekilde gösterilmiştir.



$$F = 2\pi R I B \cos\theta$$



- Dipol momenti  $\mathbf{m}$  olan sonsuz küçük bir halka için  $\mathbf{B}$  alanındaki kuvvet:

$$\mathbf{F} = \nabla (\mathbf{m} \cdot \mathbf{B})$$

- Hatırlayınız ki elektriksel kuvveti de  $\mathbf{F} = \nabla (\mathbf{p} \cdot \mathbf{E})$  şeklinde yazmakta idik.

- Elektriksel yüklere benzetilerek magnetik dipollerin kuzey ve güney kutuplardan meydana geldiği düşünülerek, durgun elektriğe benzer biçimde durgun magnetizma geliştirildi ( $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{m}$ ,  $1/\epsilon_0 \rightarrow \mu_0$ ,  $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B}$ ). Fakat bir çubuk mıknatısı ikiye bölerseniz bir tarafta kuzey bir tarafta güney kutbu elde etmezsiniz, iki tam mıknatıs elde edersiniz. Magnetizma **magnetik kutuplardan değil hareketli elektrik yüklerinden** kaynaklanır. Magnetik dipoller çok küçük akım halkalarıdır. Fakat bazı problemler hakkında sezgisel sonuca varmak için ayrılmış tek kutuplar (Gilbert modeli) olarak ele alabiliriz.



(a) Magnetic dipole  
(Gilbert model)

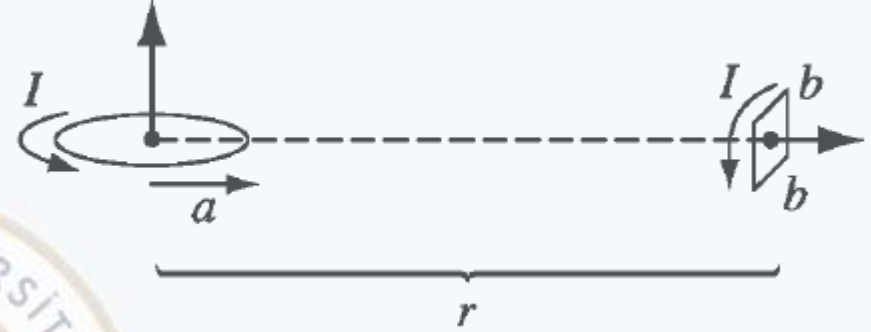


(b) Electric dipole



(c) Magnetic dipole  
(Ampère model)

**Problem 6.1** Dairesel halkadan dolayı şekilde gösterilen kare halka üzerine uygulanan torku hesaplayınız. ( $r \gg a$  ve  $r \gg b$ ) Kare halka dönmekte serbestse yönelimi nedir?



**Çözüm:**

$$\bullet \mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^3} [3(\mathbf{m}_1 \hat{r}) \hat{r} - \mathbf{m}_1], \quad \hat{r} = \hat{y}, \quad \mathbf{m}_1 = m_1 \hat{z}, \quad \mathbf{m}_2 = m_2 \hat{y} \quad \mathbf{B}_1 = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_1}{r^3} \hat{z}$$

Kitabınızda 5.87 ve 3.104 denklemleri

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m}_2 \times \mathbf{B}_1$$

$$\boldsymbol{\tau} = -\frac{\mu_0}{4} \frac{m_1 m_2}{r^3} (\hat{y} \times \hat{z}) = -\frac{\mu_0}{4} \frac{m_1 m_2}{r^3} \hat{x}$$

$$m = \text{Area} \cdot I$$

$$m_1 = \pi a^2 I \quad m_2 = b^2 I \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\tau} = -\frac{\mu_0 (abI)^2}{4 r^3} \hat{x}$$

Yönelim  $-\hat{x}$  (aşağı doğru)

## 6.1.3 Bir manyetik alanın atomik yörüngeler üzerindeki etkisi

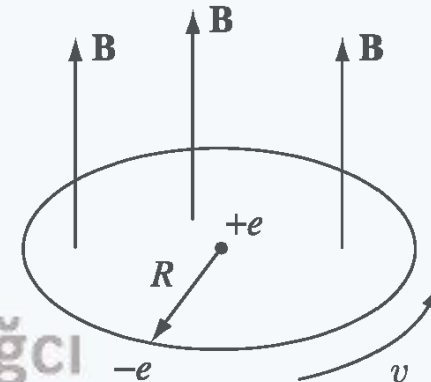
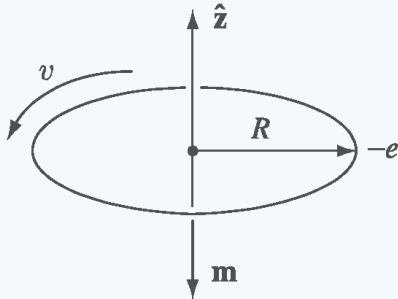
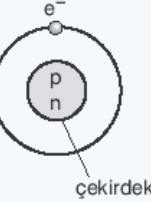
- Elektronlar kendi etrafı ile birlikte çekirdek etrafında da dolanırlar. Basitlik için  $R$  yarıçaplı bir daire etrafında döndükleri düşünülebilir.

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi R}$$

- Yörüngesel dipol momenti  $\mathbf{m} = I\mathbf{A} = I\pi R^2 \hat{\mathbf{z}} = \frac{-ev}{2\pi R} \pi R^2 \hat{\mathbf{z}} = -\frac{1}{2} evR \hat{\mathbf{z}}$

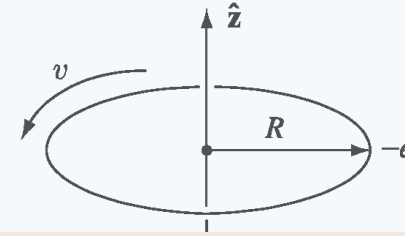
(– işareti elektron negatif yüklü olduğu içindir.)

- Atom  $\mathbf{B}'$ ye yerleştirildiğinde  $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$  torkunun etkisinde kalır. Fakat tüm yörüngeyi eğmek spini eğmekten daha zor olduğundan paramagnetizmaya yörüngesel katkı azdır.



- $\mathbf{B}$ 'nin yönelimine bağlı olarak elektron hızlanır veya yavaşlar.
- $\mathbf{B}$   $z$  yönünde ise, hızındaki değişim,

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R^2} = m_e \frac{\vartheta^2}{R} \rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R^2} + e\bar{\vartheta}B = m_e \frac{\bar{\vartheta}^2}{R}$$



B yokken ve varkenki fark  $F_B$ 'den kaynaklıdır.

Bu koşullar altında  $\bar{\vartheta}$  eski  $\vartheta$ 'den daha büyüktür.

$$e\bar{\vartheta}B = \frac{m_e}{R}(\bar{\vartheta}^2 - \vartheta^2) = \frac{m_e}{R}(\bar{\vartheta} + \vartheta)(\bar{\vartheta} - \vartheta) \approx \frac{m_e}{R} 2\vartheta\Delta\vartheta \rightarrow \Delta\vartheta = \frac{eRB}{2m_e}$$

$\Delta\vartheta = \bar{\vartheta} - \vartheta$  değişmesini küçük kabul ettik.

$z$  yönünde  $\mathbf{B}$  uygulandığında elektron hızlanır.

Yörüngesel hızdaki değişim dipol momentte de değişime sebep olur.

$$\Delta\mathbf{m} = -\frac{1}{2} e(\Delta v)R\hat{z} = -\frac{e^2R^2}{4m_e} \mathbf{B}$$

$\mathbf{m}$ 'deki değişim  $\mathbf{B}$ 'nin yönüne zıttır.

Genellikle elektron yörüngeleri rastgele yöneldiğinden  $\mathbf{B}$  yokken  $\mathbf{m}$  ler birbirini yok ederler. Fakat  $\mathbf{B}$  uygulandığında  $\mathbf{m}$ 'ler alana paralel yönelirler. Diyamagnetizmadan sorumlu mekanizma budur. Diyamagnetizma paramagnetizmadan çok daha zayıftır. Çift sayıda elektronu bulunan atomlarda gözlenmektedir. Civa, Altın, Bakır, Bizmut, Elmas, Gümüş, Kurşun, Silikon gibi maddeler.

## 6.1.4 Miknatıslanma

Magnetizmadan sorumlu iki mekanizma:

- (1) Paramagnetizma (çiftlenmemiş elektron spinlerine eşlik eden dipoller alan etrafında hizalanırlar.)
- (2) Diyamagnetizma (elektronların yörüngesel hızları yörüngesel dipol momentini alana zıt olacak şekilde değiştirir.)

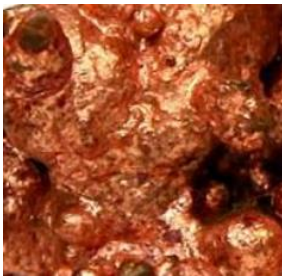
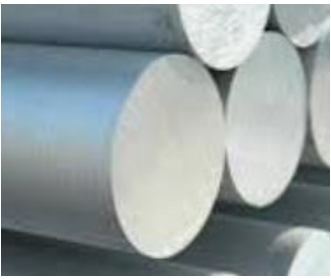
$\mathbf{M}$  = Birim hacim başına magnetik dipol momentleri = miknatıslanma denir. (Durgun elektrikteki  $\mathbf{P}$  gibi)

Paramagnetik bir malzeme solenoidin yukarısında tutulursa  $\mathbf{M}$  yukarı,  $\mathbf{F}$  ise aşağı yönlü olur. Diyamagnetik malzemedede ise tam tersidir.

Paramagnetik düzgün olmayan bir  $\mathbf{B}$  içine çekilir, diyamagnet ise itilir. Fakat gerçek kuvvetler çok küçüktür. Demir numune üzerindeki kuvvet  $10^4$ - $10^5$  kat daha fazla olurdu.

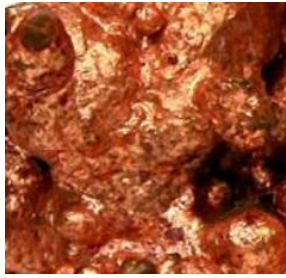


- **Problem 6.6:** Aşağıdaki malzemelerden hangisinin paramagnetik, hangisinin diyamagnetik olmasını beklersiniz? Alüminyum, bakır, bakır klorür ( $\text{CuCl}_2$ ), karbon, kurşun, azot ( $\text{N}_2$ ), tuz ( $\text{NaCl}$ ), sodyum, kükürt, su (Gerçekte bakır hafifçe diyamagnetiktir, diğerleri beklediğiniz gibidir.)



Sırası ile alüminyum, bakır, bakır klorür ( $\text{CuCl}_2$ ), karbon, kurşun, azot ( $\text{N}_2$ ), tuz ( $\text{NaCl}$ ), sodyum, kükürt, su

- **Çözüm:** Alüminyum, bakır, bakır klorür, ve sodyum tek sayıda elektrona sahiptir, bu sebeple paramagnetik olmasını beklersiniz. Diğerleri çift sayıda elektrona sahip olduğundan diyamagnetiktir.



Sırası ile alüminyum, bakır, bakır klorür ( $\text{CuCl}_2$ ), karbon, kurşun, azot ( $\text{N}_2$ ), tuz ( $\text{NaCl}$ ), sodyum, kükürt, su